研究ノート

同時並列的生産経済における価値，価格，資本と拡大再生産

――西（2019b）の修正――

西　　　淳

目次

1．はじめに

筆者は，西（2019b）などにおいて，直線的生産構造における価値，価格，資本などの問題を議論し，それと物量体系との関係などについても議論した。

しかし，西（2020）において述べたように，そこでは，いわゆる「投資財」の定義の問題について不分明な点があり，そのためそこでの議論が十分なものとならなかった。それは，物量体系の式を産業連関論のようにみるのか，同時並列的生産の観点からみるのかによって，その各部分の理解が異なってくることに筆者が気がつかなかったことによっていた[1)]。そしてそれは，必然的に同時並列的生産経済を考える場合には，より一般的に成長する経済という前提で考えなければならないことを意味することとなる。

よって，この小論においてその問題を解決しておくことにしたい。

最初に，議論の諸前提について述べる。次に，拡大再生産の場合の同時並列的生産経済における生産部門の総生産物について考察し，さらにそこから純生産物の問題を考える（なお，本稿では拡大再生産とは均斉的に成長する体系を指す）。そして，産業という観点からみた場合の価格や資本，物量体系の関係と，部門という観点からみたそれらとの関係について考察し，さらには西（2019b）などでも検討した付加価値についての等式（純生産の観点からみた付加価値と総生産の観点か

らみたそれとの等式）の問題も拡大再生産で検討する。そして最後に，パシネッティ（L. L. Pasinetti, 1930-）が $(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$ という形で述べている行列（この意味については後述）と本稿で考察される同時並列的生産経済における生産部門の純生産物との関係について検討する。

なお，本稿は基本的には西（2019b）の修正論文であるが，修正する論点とかかわりのない点についてもふれているのであり，すべての論点が修正とかかわっているというわけではないことを述べておく。

2．議論の諸前提について

議論の諸前提について述べるが，この部分は西（2019b）と同様である[2]。

今回も考察を二財の経済に限定する（ただし8節においては議論の都合上，より一般的な経済を論じる）。資本財，消費財の二財が存在する。通常，資本財とは生産に用いられる財を指すが，ここでは資本財とは生産にも消費にも用いられる財であるとする。消費財は生産に用いられない財（純粋な消費財）である。より詳しくいえば，資本財とは資本財生産にも消費財生産にも用いられる財であり，消費財はどちらの生産にも用いられない財である。

どちらとも生産に一期間を要するものとする。そのため賃金は前払いされる。また，固定資本は捨象し，流動資本のみを考える。一産業一生産物の仮定（単一生産物産業）をとる。

第一産業を資本財産業，第二産業を消費財産業とする。資本財を一単位生産するのに必要な資本財の量を a_1，直接労働量をτ_1とし，消費財を一単位生産するのに必要なそれぞれの量を a_2，τ_2 とする。

資本財の価値を t_1，消費財のそれを t_2 とすると，価値方程式は，

$$t_1=a_1t_1+\tau_1 \tag{1}$$
$$t_2=a_2t_1+\tau_2 \tag{2}$$

となる。これらは，それぞれ純生産物を一単位生産するのに必要な労働量である。

資本財，消費財の生産価格をそれぞれ p_1，p_2 とし，消費財の生産価格で測った資本財のそれを $p(=p_1/p_2)$ とする。貨幣賃金率を w，消費財価格で測った実質賃金率を $R(=w/p_2)$，資本利子率を r とする。賃金の前払いを仮定すると，

$$p=(1+r)(a_1p+R\tau_1) \tag{3}$$
$$1=(1+r)(a_2p+R\tau_2) \tag{4}$$

となる。本稿においても R が外生的に与えられて p，r が決まるとする。また以下では，$1-(1+r)a_1>0$ という条件が満たされるものとする。この条件が成り立てば，$1>a_1$ が成り立つ。

西（2020）での議論との関連もあるので，それとの関係で必要な諸定義をしておく。

資本財，消費財をそれぞれ一単位生産するために必要な資本量をそれぞれ

$$h_1=a_1p+R\tau_1 \tag{5}$$

$$h_2=a_2p+R\tau_2 \tag{6}$$

と定義する。ここで h_1 は資本財産業の資本量であり，h_2 は消費財産業のそれである（以下，「生産資本」概念と呼ぶ）。

なお，「再生産資本」は，

$$k_1=(1+r)a_1k_1+Rt_1 \tag{7}$$

$$k_2=(1+r)a_2k_1+Rt_2 \tag{8}$$

というものであったが，以下では計算においてこの形のものは用いない。ここで k_1 は資本財を一単位純生産し続けるに必要な再生産資本であり，k_2 は消費財についてのそれである。

なお，西（2019b），114ページ，によれば(7)，(8)は，

$$k_1=a_1k_1+h_1 \tag{9}$$

$$k_2=a_2k_1+h_2 \tag{10}$$

とも書けるのであった。

次に，西（2020）で述べた再生産価格について。再生産価格とは，各財の純生産物を一単位生産し続けることを保障する価格であり，次のような式で表された。

$$K_1=(1+r)(a_1K_1+Rt_1) \tag{11}$$

$$K_2=(1+r)(a_2K_1+Rt_2) \tag{12}$$

ここで，K_1 は資本財を一単位純生産し続けるのに要する再生産資本が期末にとる価値であり，K_2 は消費財のそれであった（ただし消費財単位で測られている。以下，これは略する[3]）。つまり，$K_1=(1+r)k_1$，$K_2=(1+r)k_2$ で定義されたものである。

なお，(11)，(12)は次のようにも書ける。

$$K_1=a_1K_1+p \tag{13}$$

$$K_2=a_2K_1+1 \tag{14}$$

これは(5)，(6)，(9)，(10)，および $K_1=(1+r)k_1$，$K_2=(1+r)k_2$ より得ることができる。

次に，物量体系についてであるが，西（2019b）などの議論においては，この解釈に問題があった。一応，そこでの議論を繰り返しておくと，資本財の総生産量，純生産量を x_1，y_1，消費財のそれを x_2，y_2 とする。財の需給関係を考えると，

$$x_1=a_1x_1+a_2x_2+y_1 \tag{15}$$

$$x_2=y_2 \tag{16}$$

となる。ただし，ここで y_1，$y_2>0$ で定数とする。この y_1 の部分は，産業連関論（あるいはケインズ経済学）のように解釈すれば「投資財」ということになるが，ベーム・バヴェルクのような同時並列的生産を前提すると，「消費用資本財」ということになる[4]。そして，(15)，(16)は，ベー

ム・バヴェルクが想定するような経済では，今期，y_1，y_2 を純生産するという前提のもとでの単純再生産の式と解釈される。[5)]

ただし，本稿では y_1，y_2 に対して特に純生産物という用語は使わない。たしかにそれらは純生産物には違いないのであるが，ベーム・バヴェルク的な経済における拡大再生産になると純生産物は y_1，y_2 だけではなくなるからである（このことは注 9 で述べている）。よって，それを表わす用語としては，y_1，y_2 は今期に生産される消費用の財としておく。

拡大再生産の場合の物量体系について具体的なことは後にふれる。

なお，以下で出てくる期間についていうと，今期を 0 期とし，次期（来期）は 1 期，次々期（再来期）は 2 期，等々，などとする。

3．同時並列的生産経済における総生産物

次に，以上のような前提のもとで，今期（第 0 期とする）の同時並列的生産における総生産物とはどのようなものか，考える。ただし，今期とは，再生産を続けていくための資本蓄積が終了し，消費用資本財や消費財が初めて生産される期間を示す。よって，それ以前の期間はいわば生産過程の建設期間（construction period）である。[6)]

成長率 $100g$ パーセントの拡大再生産で考えよう（以下，g で表す。単純再生産の場合は，$g=0$ で考えればよい）。なお，以下の議論においては，$1-(1+g)a_1>0$ でなければならないが，r は最大成長率だと考えると $r \geqq g$ なので，$1-(1+r)a_1>0$ ならば成り立つことになる。また，労働は一定の実質賃金でいくらでも調達できるとする。

最初に，消費用資本財生産部門における今期の総生産について考える。なお，各生産部門の代表的主体としての資本家を想定しよう。

今期，y_1 だけの消費用資本財が生産されるとする。拡大再生産なので次期（第 1 期）には $(1+g)y_1$ だけの消費用資本財が生産される計画が行われているはずである。よって，そのためには今期に $(1+g)a_1y_1$ だけの資本財が生産されていなければならないことになる。

さて，資本家の生産計画によれば，再来期（第 2 期）には $(1+g)^2y_1$ だけの消費用消費財が生産される計画なのであるから，今期においてそのために，$(1+g)^2a_1{}^2y_1$ だけの資本財が生産されていなければならないということになる。

さらに，第 3 期には $(1+g)^3y_1$ だけの消費用資本財が生産される計画であるから，今期において $(1+g)^3a_1{}^3y_1$ だけの資本財が生産されなければならないということになる。以下同様である。

そうすると，今期において生産される資本財の総生産量（これを x_{11} と定義する）は，以上の合計，つまり，

$$\begin{aligned} x_{11} &= y_1+(1+g)a_1y_1+(1+g)^2a_1{}^2y_1+(1+g)^3a_1{}^3y_1+\cdots \\ &= \frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1 \end{aligned} \tag{17}$$

ということになる。これが，消費用資本財生産部門の今期における資本財の総生産量となる。な

お，⒄の右辺の和の第１項の y_1 は消費されるものであるが資本財であるので，来期以降の生産のための資本財と加え合わせることができる。そして，これから順々に生産されていく，y_1，$(1+g)y_1$，$(1+g)^2y_1$，…，などの消費用資本財は，毎期，消費されて経済体系から出ていくこととなる。

次に，消費財生産部門の今期における総生産について考える。

今期に，y_2 だけの消費財が生産されるとしよう。第１期には $(1+g)y_2$ だけの消費財が生産される計画であるから，そのために今期において生産されるべき資本財は $(1+g)a_2y_2$ となる。そして，第二期には $(1+g)^2y_2$ だけの消費財が生産されることとなるので，そのためには今期において $(1+g)^2a_1a_2y_2$ だけの生産財が生産されていなければならない。拡大再生産を続けていくためにはさらに，$(1+g)^3{a_1}^2a_2y_2$，$(1+g)^4{a_1}^3a_2y_2$，… の資本財が生産されていなければならないであろう。

そうすると，今期における消費財生産部門における総生産物は，資本財の総生産物（これを x_{12} と定義する）については，

$$\begin{aligned} x_{12} &= (1+g)a_2y_2+(1+g)^2a_1a_2y_2+(1+g)^3{a_1}^2a_2y_2+\cdots \\ &= \frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2 \end{aligned} \tag{18}$$

となる。消費財については，

$$x_2 = y_2$$

ということになる。

いうまでもないが，先の場合，y_1 は（消費用ではあるが）資本財だったので，来年以降の生産のための資本財と足し合わせることができたが，今の場合，y_2 は純粋な消費財なのでそのままで足し合わせることはできない。ちなみに，以降順に生産されていく y_2，$(1+g)y_2$，$(1+g)^2y_2$，…，などの消費財も，毎期，経済体系から出ていく。

さて，今期，総生産される資本財の量（これは x_1 であった）は，⒄，⒅より，

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{11}+x_{12} \\ &= \frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2 \end{aligned} \tag{19}$$

である。ここから，

$$x_1 = (a_1x_1+a_2x_2)(1+g)y_1 \tag{20}$$

が得られる。消費財については，

$$x_2 = y_2 \tag{21}$$

となる。これらは，同じ生産過程を産業の観点からみたものといえよう[7)]。ここで，y_1，y_2 が与えられ g が決まれば x_1，x_2 が決まることとなる。

以上のように，今期における両生産部門における総生産物について考えることができよう。[8)]

4．同時並列的生産経済における純生産物

次に，今期における両生産部門の純生産物はどれだけかという問題を考える。

純生産物とは産出されたものから投入されたものを差し引いたものである。産出されたものとは総生産物のことであるから，今期の総生産のために投入されたものを考える必要がある。

今期の生産のためにどれだけの資本財が投入されたか考える。まず，消費用資本財生産部門について。

今期に y_1 だけの消費用資本財が産出されるのであるが，そのためには，たとえば今期の初めに a_1y_1 だけの資本財が投入されなければならなかったのは明らかである。

同様に，考えると $(1+g)a_1y_1$ だけの資本財が産出されるためには，$(1+g)a_1{}^2y_1$ だけの資本財が投入されなければならなかったであろうし，$(1+g)^2a_1{}^2y_1$ だけの資本財が産出されるには $(1+g)^2a_1{}^3y_1$ だけの資本財が投入されなければならなかったであろう。以下，同様である。

そうすると，今期の生産のために投入されなければならなかった資本財は合計，

$$a_1y_1+(1+g)a_1{}^2y_1+(1+g)^2a_1{}^3y_1+\cdots$$
$$=\frac{a_1}{1-(1+g)a_1}y_1$$

となる。

だとすれば，今期における消費用資本財生産部門における純生産物は，⒄からこれを引いて，

$$\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1-\frac{a_1}{1-(1+g)a_1}y_1$$
$$=\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1 \tag{22}$$

となる。

同様に考えると，推論を省略すると，消費財生産部門における資本財の投入量は，

$$a_2y_2+(1+g)a_1a_2y_2+(1+g)^2a_1{}^2a_2y_2+\cdots$$
$$=\frac{a_2}{1-(1+g)a_1}y_2$$

であることになる。

そうすると，消費財生産部門における今期の資本財の純生産物は，⒅からこれを引くと，

$$\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2-\frac{a_2}{1-(1+g)a_1}y_2$$
$$=\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2 \tag{23}$$

となるであろう。ついでにいうと，それと y_2 だけの消費財の純生産物があることはいうまでもない[9)]。これらが消費財生産部門における純生産物である。

5．産業における純・総生産物と部門における純・総生産物との対応関係

さて，これまでは部門の観点からみた純生産物についてみてきた。次に，先とは逆になるが，産業の観点からみた純生産物と部門の観点からみた純生産物との対応関係についてみておく。そして，自明かもしれないが，それとそれぞれの観点からみた補填部分と総生産量との対応関係を調べてみる。

まず，先の式で示した物量体系の式⒇，(21)をもう一度掲げると，

$$x_1=(a_1x_1+a_2x_2)(1+g)+y_1$$
$$x_2=y_2$$

であった。

さて，純生産物の対応関係からみる。この産業（資本財産業）の観点からみた資本財の純生産物はどれだけかといえば，資本財については⒇より，

$$g(a_1x_1+a_2x_2)+y_1$$

となるであろう。ちなみに「投資財」という言葉を当てはめるとするならば，このうちの $g(a_1x_1+a_2x_2)$ の部分に相当することになる。いうまでもなく，y_1 は消費にあてられる部分である。

さて，この式に，⒃，⒆を代入する。そうすると，

$$\begin{aligned}&g(a_1x_1+a_2x_2)+y_1\\&=ga_1\left[\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+ga_2y_2+y_1\\&=\left[ga_1\frac{1}{1-(1+g)a_1}+1\right]y_1+ga_2\left[\frac{(1+g)a_1}{1-(1+g)a_1}+1\right]y_2\\&=\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2\end{aligned}\tag{24}$$

となって，先にみた同時並列的生産からみた資本財の純生産物（つまり(22)＋(23)）と等しいことがわかる。このような形で産業と部門とは関係している。消費財の総生産物と純生産物の関係についてはいうまでもない。

資本財の補填部分（つまり，$a_1x_1+a_2x_2$ の部分）についても，⒃，⒆を代入すれば両生産部門における資本財の投入の合計が得られるが，上述の記述より明らかであるが，一応，記しておくと，

$$a_1x_1+a_2x_2$$

$$=a_1\left[\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+a_2y_2$$
$$=\frac{a_1}{1-(1+g)a_1}y_1-\frac{a_2}{1-(1+g)a_1}y_1 \tag{25}$$

となるから，(24)と(25)を辺々加えると，

$$a_1x_1+a_2x_2+g(a_1x_1+a_2x_2)+y_1$$
$$=\frac{a_1}{1-(1+g)a_1}y_1-\frac{a_2}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2$$
$$=\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2$$

となって，(19)式の右辺が得られる。消費財については自明である。

このようにそれぞれの見方における純生産物，補填部分，総生産物は対応している。

6．産業と部門における拡大再生産の場合の価額の関係

次に，拡大再生産における総生産，純生産と生産価格，再生産価格との関係についてみる。

それぞれの産業，部門の諸量を集計することを考える。ただし，産業の観点からみた場合には，その諸量は単位が同じなので物量での集計も可能だが，部門の場合にはそうはいかない。よって，実際には部門における集計のみが重要となる[10)]。集計因子には価値か価格を用いるのが普通であるが，ここでは価格で考える。

まず，部門の観点から純生産物の再生産価額を計算し，それと総生産物生産価額との対応関係をみる。消費用資本財生産部門における純生産物再生産価額は，純生産物に再生産価格を掛けたものであるから，

$$K_1\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1$$

であるが，これを(13)を使って変形し(17)を考慮すると，

$$K_1\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1$$
$$=\frac{p}{1-a_1}\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1$$
$$=p\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1$$
$$=px_{11}$$

となる。

消費財生産部門についてもその総生産価額について同様に考えるが，ここでは資本財の純生産

物と消費財の純生産物から構成されているのであるから，そのままで足し合わせるわけにはいかない。それぞれの純生産物の再生産価格を掛けて足し合わせ，⒁を考慮すると，

$$
\begin{aligned}
& K_1\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2+K_2y_2 \\
&=K_1\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2+(a_2K_1+1)y_2 \\
&=K_1\left[\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}+a_2\right]y_2+1\times y_2 \\
&=K_1\frac{(1+g)(1-a_1)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2+1\times y_2
\end{aligned}
$$

となるが，⒀より，$(1-a_1)K_1=p$ であるから，⒅を考慮すると，

$$
\begin{aligned}
& K_1\frac{(1+g)(1-a_1)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2+1\times y_2 \\
&=p\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2+1\times y_2 \\
&=px_{12}+1\times y_2
\end{aligned}
$$

となる。つまり，

$$K_1\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2+K_2y_2=px_{12}+1\times y_2$$

という等式が成立することとなる[11)]。ちなみに，

$$px_1=px_{11}+px_{12}$$

であるから，これを展開すると，

$$px_1=p(a_1x_1+a_2x_2)(1+g)+py_1$$

となって，⒇を価格で表したものであることがわかる。これは産業の観点から考えた諸量を価格で集計したものである。

消費財については，いうまでもなく，

$$1\times x_2=1\times y_2$$

となる。

このように，産業の観点から見た価額と部門のそれからみた価額との対応関係を知ることができる[12)]。

7．産業と部門における拡大再生産の場合の付加価値の関係

西（2019b）における付加価値についての等式について考える。そこでは，総生産から考えられた付加価値と純生産からのそれとの関係について，

$$(rh_1+R\tau_1)x_1+(rh_2+R\tau_2)x_2=(rk_1+Rt_1)y_1+(rk_2+Rt_2)y_2 \tag{26}$$

とされたのであった（西（2019b），92ページの⒇）。

だが，これは単純再生産の場合である。拡大再生産の場合は，先にもみたように，⒆より，x_1 が，

$$\begin{aligned} x_1&=x_{11}+x_{12}\\ &=\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2 \end{aligned}$$

となるのであるから，これを㉖の右辺に代入し，⒃を考慮すると，

$$\begin{aligned} &(rh_1+R\tau_1)x_1+(rh_2+R\tau_2)x_2\\ &=(rh_1+R\tau_1)\left[\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+(rh_2+R\tau_2)y_2 \end{aligned}$$

となるが，この式はさらに次のように変形できる。⑴と⑼を考慮すると，

$$\begin{aligned} &(rh_1+R\tau_1)\left[\frac{1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+(rh_2+R\tau_2)y_2\\ &=(rk_1+Rt_1)\left[\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{(1+g)(1-a_1)a_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+(rh_2+R\tau_2)y_2\\ &=(rk_1+Rt_1)\left[\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2+a_2y_2\right]+(rh_2+R\tau_2)y_2\\ &=(rk_1+Rt_1)\left[\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+[a_2(rk_1+Rt_1)+(rh_2+R\tau_2)]y_2 \end{aligned}$$

となるが，ここで，⑵，⑽を考慮すると，$a_2(rk_1+Rt_1)+(rh_2+R\tau_2)=rk_2+Rt_2$ となる[13)]。よって，

$$\begin{aligned} &(rk_1+Rt_1)\left[\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+[a_2(rk_1+Rt_1)+(rh_2+R\tau_2)]y_2\\ &=(rk_1+Rt_1)\left[\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}y_2\right]+(rk_2+Rt_2)y_2\\ &=(rk_1+Rt_1)\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\left[(rk_1+Rt_1)\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}+(rk_2+Rt_2)\right]y_2 \end{aligned}$$

となる。よって，拡大再生産の場合には，

$$(rh_1+R\tau_1)x_1+(rh_2+R\tau_2)x_2$$
$$=(rk_1+Rt_1)\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\left[(rk_1+Rt_1)\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}+(rk_2+Rt_2)\right]y_2$$

という式になる。$g=0$ ならばもとの式(26)に戻ることはいうまでもない。このように拡大再生産の場合にはなることになる。[14]

8．同時並列的生産経済における純生産物とパシネッティの $(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$ 行列との関係

最後に，パシネッティが $(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$（ただし，ここで $\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}$）という形で言及している行列（たとえば，Pasinetti（1973），邦訳52ページ）と本稿の部門における今期の純生産物との関係について述べておく。[15] 本稿では二部門に話を限定したが，一般的に論じる。なお，結合生産は議論しないので，すべて行列は $n\times n$ 次元の正方行列である。

n 個の生産される財があるとする（単一生産物体系なので産業の数に等しい）。各財には生産にも消費にも使えるものもあるし，消費しかできないものもある（生産にしか使えない財もあろう）。$\boldsymbol{I}$ で産出行列を定義する。つまり，行と列の番号をそれぞれ i と j で表すとすると，$i=j$ の要素が1であり，$i\neq j$ は0のような行列である。二産業ならば，

$$\boldsymbol{I}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

である。

$\boldsymbol{A}$ は直接投入行列（非負行列）であり，a_{ij} は j 財を一単位生産するのに必要となる i 財の量を定義するのだが，それが各要素として並んでいる行列である。ただし，本稿の二財の場合，資本財産業が消費財産業から分解可能と仮定されているので，

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

という行列となる。

総生産物，純生産物のベクトルをそれぞれ，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$ で定義する。これらは，それぞれ各財の総生産物，（消費用の）純生産物が並んだ n 次元の列ベクトルであり，$\boldsymbol{y}$ は非負のベクトルだとしよう。いうまでもなく，本稿の議論の前提では，それぞれ，

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{y}=\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\end{pmatrix}$$

となるであろう。g はいままで通り成長率である。

以上は定義であり，次に本論に入る。今期における総生産物の行列について考える。$\boldsymbol{y}$ は今期に生産される消費用各財の量の列ベクトルであった。さて，今期にこれだけの各財が生産されるのであるが，来期にこれを $1+g$ 倍に増やして生産するためには今期にどれだけの各資本財が生産されていなければならないかというと，

$$(1+g)\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}$$

だけ生産されていなければならないことは明らかである。来期に今期と同じ $\boldsymbol{y}$ だけ生産するためには $\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}$ だけ必要となるのであるから，$(1+g)\boldsymbol{y}$ 生産するためにはこれだけ必要であろうからである。

さて，再来期には $(1+g)^2\boldsymbol{y}$ だけ生産するように計画されることになるのであるから，そのためには，今期にどれだけ資本財を生産しておかなければならないかというと，

$$(1+g)^2\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{y}$$

だけということになる。再来期に $(1+g)^2\boldsymbol{y}$ を生産するためには，来期に $(1+g)^2\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}$ だけの各資本財が生産されていなければならず，またそのためには今期に $(1+g)^2\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{y}$ だけの各資本財が生産されていなければならないからである。

このように考えていくと，今期に生産されていなければならない各財の量は，

$$\boldsymbol{y}+(1+g)\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}+(1+g)^2\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{y}+\cdots\cdots$$

となるが，この行列のベキ級数はある条件のもとで収束し，

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{y}+(1+g)\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}+(1+g)^2\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{y}+\cdots\cdots\\ =&[\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{y}\end{aligned} \tag{27}$$

となる[16]。

さて，次に，それだけの総生産をするためにはどれだけの投入がなされなければならないかを考える。それには，

$$\boldsymbol{A}[\boldsymbol{I}+(1+g)\boldsymbol{A}+(1+g)^2\boldsymbol{A}^2+\cdots\cdots]\boldsymbol{y}$$

だけ各資本財が投入されなければならないことも明らかであろう。さて，ここで，左側分配法則によって $\boldsymbol{A}$ を四角カッコの中の和の各項に掛け，和の各項について $\boldsymbol{A}$ を後ろにくくりだして(27)を考慮すると，

$$\begin{aligned}&[\boldsymbol{I}+(1+g)\boldsymbol{A}+(1+g)^2\boldsymbol{A}^2+\cdots\cdots]\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}\\ =&[\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}\end{aligned} \tag{28}$$

となる[17]。さて，(27)から(28)を引くと，

$$[\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}]^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{y} \tag{29}$$

となる。これが，今期に生産されていなければならない各財の純生産物を表すものとなる。これが４節の結果を一般化したものである。

ところで，(27)は総生産のベクトルであるから，それは $\boldsymbol{x}$ である。よって，

$$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{y} \tag{30}$$

となる。さて，この式の両辺に左から $\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}$ を掛け変形すると，

$$\boldsymbol{x}=(1+g)\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}$$

となる。さて，この式をさらに次のように変形しよう。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}&=(1+g)\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}\\&=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+g\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}\end{aligned}$$

ここから，

$$\boldsymbol{x}=g(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{y}$$
$$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{I}-g(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}]^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{y}$$

が得られる。これは，最初に述べた，$\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}$ という定義より，

$$\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{y} \tag{31}$$

となる。よって，(30)と(31)を比較すると，

$$[\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}]^{-1}=(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1} \tag{32}$$

が成り立つ。ここで，(32)の両辺に $\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}$ を後ろから掛けると，

$$[\boldsymbol{I}-(1+g)\boldsymbol{A}]^{-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})=(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$$

となる。つまり，(29)の $\boldsymbol{y}$ に掛かる部分はパシネッティの $(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$ という行列に等しいということがわかる。

さて，本稿の議論の前提のもとで，消費用資本財生産部門と消費財生産部門における純生産物を行列の列で書いてみよう。今，2×2 の正方行列で，第一列は消費用資本財生産部門の（消費用資本財一単位あたりの）今期の純生産物を上から資本財，消費財の順に並べ，消費財生産部門の今期の純生産物も同様に並べてみる。そうすると，(22)，(23)等を考慮すると，

$$\begin{pmatrix}\dfrac{1-a_1}{1-(1+g)a_1} & \dfrac{ga_2}{1-(1+g)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

となるが，これは計算してみるとわかるように，$(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$ に相当するものである。つまりパシネッティの議論における $(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}$ という行列は，同時並列的生産を前提にすると，今期１

単位の消費用資本財，消費財を生産したとして，次期以降 g で経済を成長させるために今期に純生産されていなければならない各財の量だというように解釈される[18]。

以上のように，同時並列的生産における純生産物とパシネッティの行列との関係を考えることができる[19]。

9. お わ り に

本稿においては，西（2019b）での議論の間違いを訂正し，ベーム・バヴェルク型の同時並列的生産経済を前提にするとどのようにその議論を変更しなければならないか，を述べてきた。そして最後に，パシネッティが経済成長論で議論している行列と，同時並列的生産経済における純生産物の行列との関係性について検討した。

だが，まだ，西（2020）などでなされた議論を n 部門に一般化する作業が残されている。それを行うのが次の課題となる。

【補論】価格の理解の仕方と価値方程式の理解の仕方との関係について

本稿や西（2020）などにおいて，再生産価格について議論したが，これは純生産物一単位の価格であった。他方，生産価格は生産物一単位の価格である。そして，これらのうちどちらを考察の中心にすえるかは，価値方程式をどう理解するかという問題ともかかわっていると思われるので，その点について補足的な議論をしておく。

結論からいえば，価値を交換比率論の観点から考える見方からは，価値は生産価格と結びついているという理解になるし，資源配分論（あるいは今期の投下労働量）の観点から考える見方では，価値は再生産価格と結びついているということになる，ということである。このことは西（2020）でも示唆したが，より詳しくみておく。

その問題について考えよう。例として資本財で考える。まずは，t_1 を交換比率論の観点からみる見方について。これは価値を生産費の観点からみる見方であるともいえる。

この場合，t_1 は資本財を一単位生産するために，これまでに支出されなければならなかった直接間接労働量であると理解されることとなる。

さて，そのように理解された労働量を今度は価格の観点から考えなおしてみよう。今期に資本財が一単位産出されるが，そのためにこれまでに全部で t_1 という労働量が支出されなければならなかったはずである。そして，それに対して各生産段階で支払われた賃金の現在価値の総額は，

$$R[\tau_1+(1+r)a_1\tau_1+(1+r)^2a_1{}^2\tau_1+\cdots]=\frac{R\tau_1}{1-(1+r)a_1}$$

となる。

いうまでもなく，R とは一単位の労働に対して支払われる実質賃金であるから，利潤の問題を

考えなければ賃金総額は Rt_1 となるだろう。だが，この t_1 の中の各生産段階で支出されている労働はそれぞれ支出された時間が異なっている（と想定される)。そうだとすると，それぞれの生産段階の利潤を考慮するとこのようになる。

これは，⑶，⑸より h_1 である。よって，それに加わる利潤を足すと，

$$(1+r)h_1=p=(1+r)(a_1p+R\tau_1)$$

となる。

つまり，交換比率論の観点から価値を考える見方は，価格で考えるときには生産価格の観点から価格をみる見方とつながっているということである（ただしここで，h_1 における $R\tau_1$ 以外の部分，つまり $R[(1+r)a_1\tau_1+(1+r)^2a_1{}^2\tau_1+\cdots]$ の部分は過去の労働に対して支払われた賃金と解していることになる。通常，価値方程式においては $a_1\tau_1+a_1{}^2\tau_1+\cdots$ の部分は，今，資本財を一単位生産するために必要な資本財を生産するとすれば必要になる労働と解されて過去労働とはみなされないので，この解釈には異論もありえようが，とりあえず伝統的なマルクス経済学における発想で理解しておく。伝統的なマルクス経済学における発想とは，価値を過去労働と現在労働との和で考えるそれのことである)。

次に，t_1 を資源配分論の観点からみる見方について考える。これは価値を，純生産物一単位を獲得し続けるために，今期において生産資源である直接労働がどれだけ必要かという観点からみる見方である。

この場合，t_1 は資本財を一単位純生産する（し続ける）ために，今期に支出されなければならない総直接労働量であるという理解になる。そうすると，それに対して支払われる賃金は，

$$Rt_1$$

となるであろう。ただし，これは今期に支払われる賃金であるので，先とは異なり現在価値化される必要はない。よって，まずこれだけの価値が資本財を一単位純生産するための再生産資本の要素を形づくる。

だが，労働だけで生産が行われるわけではないから，これだけの労働を今期支出するためにはその生産における前提となる資本財が存在していなくてはならない。そして，各生産段階の労働は各段階で前提される資本財とどのように対応しているかというと，価格次元で考え図に描けば，

$$\begin{array}{ccccc}
(& pa_1 & , & R\tau_1 &) \\
(& pa_1{}^2 & , & Ra_1\tau_1 &) \\
(& pa_1{}^3 & , & Ra_1{}^2\tau_1 &) \\
 & \vdots & & \vdots & \\
\hline
 & \downarrow & & \downarrow & \\
 & p\dfrac{a_1}{1-a_1} & & Rt_1 &
\end{array}$$

となる。ところで，⒀より，

$$\frac{p}{1-a_1}=K_1$$

であるから，

$$p\frac{a_1}{1-a_1}=a_1K_1$$

となる。よって，純生産の観点からみた資本は，これと先の Rt_1 を加えて，

$$a_1K_1+Rt_1=k_1$$

となって（この k_1 の式については西（2020）），これに利潤が加わると，

$$(1+r)k_1=K_1=(1+r)(a_1K_1+Rt_1)$$

となる。つまり，資源配分論の観点から価値を考える見方は，価格で考えるときには再生産価格の観点から価格をみる見方と関係しているということになる。

つまり，価値を過去労働と現在労働の和として考える見方（価値の交換比率論的理解）は価格を生産価格と考える見方と関係しているのであり，価値を現在労働のみで考える見方（価値の資源配分論的理解）は価格を再生産価格と考える見方と関係しているということである。

注

1）それは次のようなことである。たとえば価値体系について考えると，そこでは毎期，資本財を一単位純生産し続けるために今期に投下されなければならない労働量は，

$$\tau_1+a_1\tau_1+a_1{}^2\tau_1+\cdots=\frac{\tau_1}{1-a_1}$$

という形で考えることができる。なぜかといえば，毎期，純生産される資本財がどう使用されるかということは価値の決定と関係がないからである。しかし，数量体系については同様な抽象は成り立たない。それを価値体系の双対と考えて，資本財を y_1 単位純生産し続けるために今期に生産されていなければならない資本財の量を，

$$y_1+a_1y_1+a_1{}^2y_1+\cdots=\frac{y_1}{1-a_1}$$

と単純に考えることはできない。なぜならば，その場合には，純生産される資本財を投資財と解するならそれがどのように使われるかということを考えなくてはならないからである。資本家が毎期，生産される y_1 が生産能力につけ加わるということを予想していれば，今期の生産はこのような形にはならないはずである（ただしこの場合，y_1 が消費されるならばこれでもよい）。

2）そもそも，以下のような議論は，Böhm-Bawerk（1959），柴田（1935），（1942）の議論に端を発する。

3）再生産価格方程式と価値方程式の理解の仕方との関係については【補論】を参照。

4）もちろん，ケインズ経済においても y_1 は消費されるものでもありうる。

5）マルクスの再生産表式においては資本財が消費に用いられることはないので，その場合には $y_1=0$ であろう。

6）今期より前には消費財（や消費用資本財）は産出されていなかったのに，なぜ建設期間に消費財を労働者に前払いできたのか，というと，それは本源的な蓄積をする前に資本家は前払い用の消費財を持っていたからであることはいうまでもない。

7）以上のような物的な連関の問題は西（2016b）において別の視点から考察した。

8）ただし，本稿の議論は一般均衡論的とはいえない。なぜかといえば，生産面と分配面の問題は扱っ

ているが，分配面と支出面との関係を考慮していないからである（ちなみにマルクスの再生産表式はそれを扱っている）。だが，それを考えなければ y_1，y_2 がどのような制約を受けるかという問題を捨象することとなる。だが，本稿ではそこまで踏み込まないでおく。

9） ちなみにこれらの数値を y_1，y_2 はのぞいて行列の形で並べてみると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \dfrac{1-a_1}{1-(1+g)a_1} & \dfrac{ga_2}{1-(1+g)a_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (\mathbf{I}-g\mathbf{G})^{-1}$$

ここで左辺の行列の第一列は，消費用資本財生産部門の今期における財一単位あたり純生産物が並んでいる列ベクトルであり，第二列は，消費財生産部門の今期における同様な要素が並んでいる列ベクトルである。右辺はパシネッティの提示している経済成長における行列である。これがなぜ成り立つかについては８節で述べる。また，西（2019b），87ページにおいては，このうちの一行一列目のうちの１単位と二行二列目の消費財の１単位だけを純生産物と呼んでいたことになる。だが，同時並列的生産経済の拡大再生産を考えると，それ以外に，消費用資本財生産部門で消費用資本財一単位あたり $ga_1/[1-(1+g)a_1]$ だけ，消費財生産部門で消費財一単位あたり $ga_2/[1-(1+g)a_1]$ だけの資本財の純生産物があることになる。この点は修正されるべきであろう。

10） この観点から考えると，再生産価格は部門の視点から考察された純生産物を集計するための価格であるともいえる。Kurz and Salvadori（1995），Chap. 3 においては（賃金の支払い形態が異なっているとはいえ），このような考察が欠けているように思われる。なお，以下，消費財価格を価値基準にとっているため，消費財の価額の場合にはたとえば $1\times y_2$ などと表記する。

11） ここで，この式の左辺の y_2 には K_2 が掛かっているのに対して右辺の y_2 には掛かっていない。それはなぜかといえば，部門の観点から集計が行われた場合には，今期 y_2 を生産するための資本財の価格は消費財に掛かることとなるからであるが，それは K_2 のなかに含まれるからである。

12） 西（2019b），97ページ，注９で述べた $px_1+1\times x_2=K_1y_1+K_2y_2$ についても，同様な推論で一般化できるであろう。

13） (2)，(10)を考慮すると，

$$\begin{aligned} &a_2(rk_1+Rt_1)+(rh_2+R\tau_2) \\ &=r(a_2k_1+h_2)+R(a_2t_1+\tau_2) \\ &=rk_2+Rt_2 \end{aligned}$$

14） ここでは価格次元の付加価値を取り上げたが，労働価値次元でも同様なことがいえよう。もし(15)，(16)を産業連関論のように理解し，y_1 を「投資財」と解するならば，

$$\tau_1x_1+\tau_2x_2=t_1y_1+t_2y_2$$

となるであろう。なぜかといえば，この場合の t_1y_1，t_2y_2 は今期 y_1，y_2 が与えられ，その雇用の波及効果によって今期のうちに成立したと考えることができるからである（Morishima（1973）の「価値の第二の定義」（Morishima（1973），邦訳19ページ）と呼ばれているものはこのような発想から得られているものである）。いうまでもなく，これらはすべて生きた労働である。さて，このように解するなら西（2019b），87-91ページの議論は正当化できるものと思われる。だが，(15)，(16)をベーム・バヴェルクが考えたような同時並列的生産経済と考えるならば，これは単純再生産においてのみ成り立つと考えられねばならない。そこでは，先のような拡大率 $100g$ パーセントの拡大再生産ならば，今期の付加価値の関係は，

$$\tau_1x_1+\tau_2x_2=t_1\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\left[t_1\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}+t_2\right]y_2$$

となる。いうまでもなく，これらもすべて生きた労働である。

15） なお，この８節は，西（2016a），92ページ，注12の議論についての補足説明でもある。ただし，そこにおいては，ベーム・バヴェルク型（あるいはオーストリア学派型）の生産体系を扱ったため，$y_1=0$，つまり，消費用の財は純粋消費財のみであったことを付言しておく（その場合，$x_{11}=0$ とも

なる)。ちなみに $\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}$ という行列が何を表しているのかは，次のパシネッティ自身の文章を参照すればわかるであろう。「行列 $\boldsymbol{G}$ の各列 j は商品 $j(j=1,\ 2,\ \cdots m)$ の物的１単位のために必要なすべての資本財ストックを生産するために経済システム全体においてフローとして直接・間接的に必要な異質的諸商品の系列を表す」(Pasinetti（1973），邦訳52ページ)。つまり，$\boldsymbol{G}$ とはストックを生産するためのフローの行列なのである。

16）$\boldsymbol{A}$ は非負行列なので，非負行列に関する定理により非負固有値を有し，そのうちの最大のものを $\lambda(\boldsymbol{A})$ であらわすと，$\frac{1}{1+g}>\lambda(\boldsymbol{A})$，つまり g が $g<\frac{1}{\lambda(\boldsymbol{A})}-1$ を満たすならば，このベキ級数は収束する。よって，g がこの関係を充たすと仮定する（だが実際には，$r\geqq g$ を仮定すればこうなる。これについては議論を n 財に一般化するときに論じる)。

17）ただしこのような操作は，Pasinetti (1973) のように定率で減耗する固定資本財を入れるとできない。

18）ちなみに，以上の純生産の行列は価値や数量体系とどのように関連するのかについて，例示してみよう。先に，注13において，拡大再生産の場合における労働量の社会的関係について取り上げたが，その式の右辺は行列で書くと次のようになるであろう（$\boldsymbol{t}$ は $\boldsymbol{t}=(t_1,\ t_2)$ というベクトルであるとする)。

$$t_1\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}y_1+\left[t_1\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}+t_2\right]y_2$$

$$=(t_1,\ t_2)\begin{pmatrix}\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1} & \frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\end{pmatrix}=\boldsymbol{t}(\boldsymbol{I}-g\boldsymbol{G})^{-1}\boldsymbol{y}$$

19）ちなみに，西（2019b），93ページの表２も拡大再生産ならば書き換える必要があるが，複雑になるので行わない。

参考文献

Böhm-Bawerk, E. v.,（1959）*Positive Theory of Capital*（*Capital and Interest, vol.* 2），tr. by G. D. Huncke and H. F. Sennholtz, Libertarian Press.

Kurz, H. D. and Salvadori, N（1995）*Theory of Production: A Long-Period Analysis,* Cambridge University Press.

Morishima, M（1973）*Marx's Economics,* Cambridge University Press（高須賀義博訳『マルクスの経済学』東洋経済新報社，1974年）.

Pasinetti, L. L. (1973), "The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis," *Metroeconomica,* Vol. 25（中野守・宇野立身訳『生産と分配の理論　スラッファ理論の新展開』日本経済評論社，1998年，第２章）.

柴田敬（1935）『理論経済学・上』弘文堂.

柴田敬（1942）『新経済論理』弘文堂.

西淳（2015）「生存基本分析と垂直的統合―柴田敬の経済学とＬ・パシネッティの経済学」『阪南論集　社会科学編』50(2)：177-192.

西淳（2016a）「ベーム＝柴田モデルと拡大再生産」『季刊経済理論』53(2)：87-93.

西淳（2016b）「同時化された生産過程と資本蓄積―ベーム―バヴェルク型経済における拡大再生産」『立命館経済学』65(3)：30-44.

西淳（2019a）「資本概念についての諸追加―西（2016a）等への補足―」『阪南論集　社会科学編』55(1)：85-98.

西淳（2019b）「価値，価格，資本計算と付加価値について」『立命館経済学』68(4)：85-98.

西淳（2020）「価格方程式についての若干の考察―生産価格と再生産価格―」『立命館経済学』69(3)：147-164.