研究ノート

オーストリア学派型蓄積モデルとマルクス＝置塩モデルとの関係について

西　　淳

目次

1．はじめに

経済理論において回帰的生産構造と直線的生産構造があることはよく知られている。そして，それぞれを代表するものとして，回帰的生産構造はマルクスの再生産表式，直線的生産構造ではオーストリア学派の生産構造論があることも周知のことであろう[1)]。

しかし，経済成長を前提とした両生産構造の関係についてはそれほど知られているようには思われない。だが，どちらで考えても社会の再生産のために生産されていなければならない財の需給関係は同じでなければならないはずであり，また経済を均斉的にあるパーセンテージで拡大していくためには，それに即した部門比率が存在するということも同じであるはずである。つまり，それぞれの期間をとればいかなる生産構造を前提としようとも同じ経済体系が成立するのでなければならない。よって，当然，両生産構造の間には対応関係があるはずである。

本稿では，その対応関係をオーストリア学派型の蓄積論（筆者がいうところの「ベーム＝柴田モデル」（西（2016）），以下，「BS モデル」と略記）とマルクス型の蓄積論（以下，「マルクス＝置塩モデル」と呼び，「MO モデル」と略称するが，これが何を指すかは後述）との関係の検討を通じて探っていくこととする。ただし，二部門モデルでの検討にとどめる。MO モデルにならい，資本家が総利潤から消費に回す率（あるいは蓄積率）を決め，それによって経済の拡大率が決まるという設定で考える[2)]。

全体の構成は以下のようである。第2節では，ベーム－バヴェルク（1851-1914）によってその基礎が整えられ（Böhm-Bawerk（1959）），柴田敬（1902-1986）によって発展させせられ定式化された（柴田（1942），（1955），Shibata（1956），等）「BS モデル」がいかなるものかを説明する。第3

節ではBSモデルとMOモデル（なお，本稿において「MOモデル」と呼ぶものは，置塩（1987），第1章第3節で考察されている「順調な拡大再生産経路」を分析するためのモデルを指すこととする）の関係を議論するために消費財の需給式の構造について考える。そして，第4節で，両理論は共時的には同様な構造を有するということを示す。また，【補論】として，成長率が外生的に与えられて資本家が蓄積率を決定するような前提で考える。

2．資本財の需給式について

BSモデルの説明の前に，全体の議論の前提条件から述べる。資本財，消費財の二財が存在し，どちらも生産には一期の生産期間を要するものとする。固定資本は捨象し，一期で消耗する流動資本のみ考慮する。

最初に，全体で用いる諸定義について。第一産業を資本財産業，第二を消費財産業とする。資本財を一単位生産するのに必要な資本財の量を a_1，直接労働量を τ_1 とし，消費財を一単位生産するのに必要なそれぞれの量を a_2，τ_2 とする。資本財の価格を p_1，消費財の価格を p_2 とし，消費財価格ではかった資本財の価格を p とする。貨幣賃金率を w，実質賃金率を R（$R=w/p_2$），資本利子率を r とすると，賃金先払いの前提のもとでは，

$$p=(1+r)(a_1p+R\tau_1) \tag{1}$$

$$1=(1+r)(a_2p+R\tau_2) \tag{2}$$

という価格方程式が成立する[3)]。本稿においては R が与えられて p，r が決まるとし，【補論】を除いて労働は一定の R でいくらでも供給されるとする[4)]。また以下では，$1-(1+r)a_1>0$ という条件が満たされるものとする（この条件が成り立てば，$1>a_1$ が成り立つ）。また，時間は離散的に流れ，今期（拡大再生産への資本蓄積が完了し消費財生産が開始される期間）を0期とし，来期を $+1$ 期，前期を -1 期，前々期を -2 期，というように考えることとする。

同時並列的に生産が進行する直線的生産構造の成長経済について考える。すでに，これから毎期，$100g$ パーセント（以下，単に g とする）で経済が均斉的に拡張していくための状態に入っているとする。ここではとりあえず g は決まっているとし，それがMOモデルとの関係でどう決まるかは第3節で論じる。

今期の資本財の生産条件をみる。今期，消費財を一単位生産するとする。そうすると，$+1$ 期にはその $1+g$ 倍の消費財の生産を資本家は計画することとなるので $(1+g)a_2$ 単位の資本財が今期のうちに生産されなければならない。また $+2$ 期には $(1+g)^2$ だけの消費財を生産することが計画されることとなるので，今期のうちに $(1+g)^2a_2a_1$ 単位だけの資本財が生産されなければならないということになる[5)]。以下，同様である。

以上より，今期に生産される消費財の量が一単位だとすると，今期に生産されているべき資本財の量は，

$$(1+g)a_2+(1+g)^2a_2a_1+(1+g)^3a_2a_1^2+(1+g)^4a_2a_1^3+\cdots$$

$$=\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1} \tag{3}$$

ということになる。以下では $1-(1+g)a_1>0$ が仮定される[6)]。

さて，ここでは今期に生産される消費財の量を与えるところから出発する。今期，生産される消費財の量を $x_2=c_2^*$ としよう。そうすると，今期に生産されているべき資本財の量は，$\{(1+g)a_2/[1-(1+g)a_1]\}c_2^*$ となる。よって，今期に生産される資本財の量を x_1 で表わせば，

$$x_1=\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}c_2^*$$

となり，ここから，

$$x_1=(a_1x_1+a_2x_2)(1+g) \tag{4}$$

$$x_2=c_2^* \tag{5}$$

となる（西（2016），91頁）。これは今期，消費財が c_2^* だけ生産されるという前提のもとでの純拡大率 g での拡大再生産の条件である。ここで資本財は今期から来期にかけて資本財，消費財をそれぞれ，$(1+g)x_1$，$(1+g)x_2$ だけ生産できるように需要されているので，それらが完全に稼働するという前提のもとで，あとはそれにみあった労働さえ調達されれば経済の規模は g で拡大できる。

さて次に，このモデルを MO モデルと比較検討するのであるが，その前に注意しなければならないのは以下のようなことである。

第一には，それぞれの変数（ここでは x_1，x_2）の時間関係についてである。生産期間が存在するということも考慮して，(4)，(5)式の両辺に含まれる変数がいつの期間のものか，またこのように生産物が取引される市場が開かれるのは期間のなかのいつの時点か，などを考慮する必要がある。

本稿において想定される時間構造は以下のようである。来期首に前払いされる賃金によって雇われる労働者が今期末に産出された資本財を用いて来期首に来期の生産を行う。その賃金は，今期末に産出された消費財に対して支出される（よって，今期末に産出された生産物の売買がなされる市場は来期首に開かれる）。その投入による産出は来期末になされる（これは一期の生産期間が存在するということによる）。以下同様である[7)]。

第二には，g がどう決まるのかという問題とも関連するが，消費財の需給式(5)に関してである。先に「それにみあった労働さえ調達されれば」と書いたが，そのためには労働者に支払う賃金で購入される消費財が必要となろう。しかし，この BS モデルにおける消費財の需給式はブラック・ボックスのようになっており，労働者や資本家の消費がどのようになっているかが明らかでない。その結果，経済の再生産に対して消費財がどのように関係しているのかがよくわからない形になっている[8)]。

よってそれらの問題を考えなければならないのであるが，そのためには，消費財の需給式をより詳細に考える必要があり，それを考えると，MO モデルと以上の議論との関係が浮かび上がることとなる。

次にその問題を考える。

3．消費財の需給式について

MO モデルにならい，資本家が総利潤から消費に回す比率を決め，その結果として x_1，x_2 が一定率で均斉的に成長する経済を考える。労働者は前払い賃金をすべて消費に費やし，資本家は利潤の一部を消費し残りを資本蓄積に回すとする[9)]。また，時間を明示することは第４節に回す。

同時並列的に生産が進行する直線的生産構造の経済における消費財への需要はどうなるか考える。今期首の投入の結果として今期末産出され来期首の市場にあらわれる消費財に対して買い向かう需要は，次期に生産を行なうため次期の期首に前払いされる賃金からのものと今期の生産物を来期首に販売することから生じる資本家の利潤からのものと，からなる[10)]。それぞれについて考える。

労働者の消費需要からみるが，そのためにまず今期首における労働者への前払い実質賃金の総計を考える。今期，消費財を一単位生産するために労働が τ_2 だけ今期投下されなければならず，そのために $R\tau_2$ だけの実質賃金が支払われなければならない。また来期 $1+g$ 単位の消費財を生産するための資本財を生産するために $R(1+g)a_2\tau_1$ だけの賃金が支払われなければならず，また +2 期に $(1+g)^2$ 単位の消費財を生産するための資本財（を生産するための資本財）を生産するために $R(1+g)^2a_2a_1\tau_1$ だけの実質賃金が支払われなければならない。以下，同様である。

よって，今期首に支払われるべき賃金の総計は，今期の消費財の生産量が x_2 だとすると，

$$R[\tau_2+(1+g)a_2\tau_1+(1+g)^2a_2a_1\tau_1+(1+g)^3a_2{a_1}^2\tau_1+(1+g)^4a_2{a_1}^3\tau_1+\cdots]x_2$$
$$=R\left[\tau_1\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}+\tau_2\right]x_2$$

となるであろう[11)]。

しかし，これはあくまで今期末に出てくる生産物を生産するために今期首に支払われている分である。来期首の労働者の消費需要には，来期末に出てくる生産物の生産のために来期首に前払いされる賃金が支出される。そして，それは今期首の賃金の $1+g$ 倍になっているはずであるから，

$$R\left[\tau_1\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}+\tau_2\right](1+g)x_2 \tag{6}$$

となる。これが来期首の労働者の消費需要量である。

次に，来期首の資本家の消費量を考えるために，総実質利潤（p_2 ではかられた）について考える。今期末に生産されている財は資本財と消費財であるが，先にもみたように，同時並列的生産のもとで今期，資本財は(3)×x_2 だけ，つまり，

$$\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}x_2$$

だけ生産されるのであった。さて，これだけの資本財を生産するためにはどれだけの実質資本が必要になるかといえば，(1)より資本財一単位あたり $a_1p+R\tau_1$ だけ必要なのであるから，

$$(a_1p+R\tau_1)\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}x_2$$

となる。これを(1)式を考慮して書きかえると，

$$(a_1p+R\tau_1)\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}x_2$$
$$=\frac{p}{1+r}\left[\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\right]x_2$$

となる[12)]。これが今期の資本財生産に必要だった実質資本である。

そしてそれ以外に，今期 x_2 だけの消費財が生産される。これだけの消費財を生産するためには，先と同様に考えると，(2)より，

$$(a_2p+R\tau_2)x_2$$

だけの実質資本が必要となり，これも(2)を考慮して書きかえると，

$$(a_2p+R\tau_2)x_2$$
$$=\frac{1}{1+r}x_2$$

となる。よって，今期の総実質資本は，

$$\frac{p}{1+r}\left[\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\right]x_2+\frac{1}{1+r}x_2$$

と書ける[13)]。資本家の総利潤はこれに r が掛ったものであるから，資本家が総利潤から消費に回す比率を c とすれば（ということは蓄積率 s は $1-c$ となる），来期首の資本家の消費は，

$$c\frac{r}{1+r}\left[p\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}+1\right]x_2 \tag{7}$$

となるであろう[14)]。

よって，消費財に対する需要は(6)+(7)となり，消費財の需給一致式は，

$$x_2=R\left[\tau_1\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}+\tau_2\right](1+g)x_2+c\frac{r}{1+r}\left[p\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}+1\right]x_2$$

となる。これが，BS モデルにおいて想定されると考えられる消費財の需給式である。

さて，ここに(4)より $(1+g)a_2/[1-(1+g)a_1]=x_1/x_2$ を代入すると，

$$x_2=R\left(\tau_1\frac{x_1}{x_2}+\tau_2\right)(1+g)x_2+c\frac{r}{1+r}\left(p\frac{x_1}{x_2}+1\right)x_2$$

$$=R(\tau_1x_1+\tau_2x_2)(1+g)+c\frac{r}{1+r}(px_1+x_2) \tag{8}$$

となる。これは，置塩（1987），53頁に出てくる消費財の需給条件と同じである（具体的には，置塩（1987），53ページの(1・73)式）。もちろんそこでは，成長率が内生変数として解かれているため式の形は若干違っているのであるが。

そして資本財の需給式(4)もそこでのものと同じであるから，BS モデルは，そこにおいて陰伏的になっている消費財の需給式を補えば，置塩（1987）において「順調な拡大再生産」経路を分析するために用いられているモデルに翻訳可能であることがわかる[15)]。よって，数学的分析としては置塩（1987）におけるそれを踏襲することができよう。そこでの置塩の議論では，ある c に対して均衡部門比率 x_1^*/x_2^*，と拡大率 g が決まるようになっている[16)]。

4．両蓄積論の関係

消費財の式は以上のようになった。ここで資本財の式も考慮して時間を明確にすれば，第0期の生産が終了し第1期の期首に開かれる市場においては，

$$x_1(0)=[a_1x_1(0)+a_2x_2(0)](1+g) \tag{9}$$

$$x_2(0)=R[\tau_1x_1(0)+\tau_2x_2(0)](1+g)+c\frac{r}{1+r}[px_1(0)+x_2(0)] \tag{10}$$

という関係が成立する。ここで，$x_1(0)$，$x_2(0)$ は今期末（つまり第0期末）に生産される両財の総生産量である。もちろんここで $x_1(1)=(1+g)x_1(0)$，$x_2(1)=(1+g)x_2(0)$ となることはいうまでもない。$x_1(1)$，$x_2(1)$ は来期末（つまり第1期末）に生産される予定の両財の総生産量である。

よって，今期首の投入によって決定された生産量が今期末に産出されそれが来期首に市場に現れることとなるが，それに対して来期の生産のために来期首に前貸しされる賃金と今期末に産出された生産物の販売によって実現される利潤が来期首の市場で買い向かうという形になり，(9)，(10)のような時間の関係になるのである[17)]。ここで，(9)が第2節の(4)に，(10)が(5)に，それぞれ対応していることはいうまでもない。そして，この(10)の右辺が(5)の c_2^* の内訳を表わしているということになる。

置塩（1987）の分析により，持続可能な拡大率が決まるとそれに属する均衡部門比率 x_1^*/x_2^* が決まる。BS モデルのように $x_2(0)=c_2^*$ を与えるなら均衡部門比率より $x_1(0)$ が決定されることとなろう。

第2節で述べたように，(9)によって，来期 $(1+g)x_1$，$(1+g)x_2$ だけの資本財，消費財を生産するための資本財が今期生産された資本財から調達されることが示されている。そして，(10)によって，来期 $(1+g)x_1$，$(1+g)x_2$ だけの資本財，消費財を生産するために前払いされなければならない労働者への消費財が今期生産された消費財から調達されることによって，x_1，x_2 がどちらも g で増加できる。資本家の利潤，消費需要も g で増加し，c_2^* は毎期 $1+g$ 倍にされていく

ことになる。(4)，(5)を動学化し，MO モデルと関連づけるとすれば，このようになるのである。

以上のように考えることによって，第 2 節における BS モデルは MO モデルと関連づけられ，それが記述する経済の再生産のあり様がより明確に理解されるようになると思われる。

5．おわりに

本稿においては，BS モデルと MO モデルとの関係についてみてきた。BS モデルは消費財を投入からは独立した最終需要として扱っているため，そこでは消費財の経済の再生産に対する役割がもうひとつ明確ではなかった。そしてそれは，労働者の消費財を中間投入のような形で扱う MO モデルと対比されることによって，明らかになったのであった。そして BS モデルで陰伏的な形になっていたものを明らかにすることによって，二つの蓄積論は，生産構造の違いはあれ，同じような生産期間を設定するならばそれぞれの期間においては同じ構造を有するものであることもわかった。

以上のような関係性を認識したうえで，オーストリア学派的な蓄積論のアプローチが社会的再生産の仕組みの分析にどのように役立つのかをさらに説明していく必要があろう。

【補論】　労働供給増加による経済の拡張

g の決定については他のものも考えられる。それは，完全雇用の前提のもとで，この成長が外生的な労働供給の増加によって引き起こされるという理解である。資本家は，労働人口の一定率での増加とそれによる消費財への需要の同じ率での増加を予想して，同じ率で生産を増加させれば利潤も同じ率で増大すると考えて資本蓄積を行うと仮定する[18)]。経済成長率は労働供給の増加率で決まるので資本家はそのもとで労働者を一定の R のもとで完全雇用し，それに応じて総利潤からの消費率 c（あるいは蓄積率 s）を決めるような形になるであろう。

まず，労働供給 L_s は，

$$L_s(t)=L_s(0)(1+g)^t \tag{11}$$

という形で増加するものとする。ここで g は労働供給増加率であり，t は期間を表わす。また，$L_s(0)$ は労働供給量の初期値である。ただし，g はいかようでもいいというのではなく $a_1/(1-a_1)>g$ を満たさなければならない。

労働需要量 L_d は時間とともにどのように変動していくであろうか。来期首の労働需要量は，来期の消費財の生産量が $(1+g)x_2(0)$ であるため，資本家はそれを予想して雇用するので，

$$\begin{aligned}&[\tau_2+(1+g)a_2\tau_1+(1+g)^2a_2a_1\tau_1+(1+g)^3a_2{a_1}^2\tau_1+(1+g)^4a_2{a_1}^3\tau_1+\cdots](1+g)x_2(0)\\=&\left[\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\tau_1+\tau_2\right](1+g)x_2(0)\end{aligned}$$

となるはずである。よって，労働需要量は，

$$L_d(t)=\left[\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\tau_1+\tau_2\right]x_2(0)(1+g)^t \tag{12}$$

という式にしたがって変動することとなる。

さて，完全雇用を仮定するならば $L_d(t)=L_s(t)$ が毎期，成立することとなるので，

$$\left[\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\tau_1+\tau_2\right]x_2(0)(1+g)^t=L_s(t) \tag{13}$$

が，すべての t について成立しなければならないであろう[19]。この左辺は，$(1+g)a_2/[1-(1+g)a_1]=x_1(0)/x_2(0)$ を考慮すると，

$$[\tau_1x_1(0)+\tau_2x_2(0)](1+g)^t$$

となる。よって，第1期における労働者の消費財への需要はこれに R を掛けたものとなる。資本家の需要は，第3節と同様である。

さて，第1期のみを考えると(9)，(10)と同じ式が成立して，

$$x_1(0)=[a_1x_1(0)+a_2x_2(0)](1+g) \tag{9}$$

$$x_2(0)=R[\tau_1x_1(0)+\tau_2x_2(0)](1+g)+c\frac{r}{1+r}[px_1(0)+x_2(0)] \tag{10}$$

という関係が成立することとなる。

ここでは外生的に与えられる労働供給の増加率 g が主導的となり，$x_2(0)$ が与えられると，それに見合うような労働供給の初期値 $L_s(0)$ が決まる[20]。さらに，たとえば(9)から $x_1(0)$ が決まり，さらに(10)より c（あるいは s）が決定される[21]。

注

1）ただし，この場合の直線的生産構造とは，あくまで資本財を生産するのに同じ資本財を要するというように，自己に回帰するような投入経路をもっている場合のそれである。なお，外国語文献の参照ページは，邦訳があるものはそれのみ記す。

2）それ以外の想定として，外生的な労働供給増加によって経済が拡大していくというパターンも考えることができるが，それについては【補論】で検討する。なお，引用等に際しては邦訳のあるものはその訳文を用い，またその頁数のみ記す。

3）なお，以下，「実質」というのは p_2 ではかられた量のことを指す。

4）これはまた，拡大再生産を論じるに際してマルクスが立てた前提であった。「第一部で詳しく述べたように，労働力は資本主義的生産の基礎の上ではいつでも用意されてあり，また使用労働者数または労働力量をふやさなくても必要に応じてより多くの労働を流動させることができるようになっている。それゆえ，さしあたりはこの点にこれ以上詳しく立ち入る必要はないのであって，むしろ，新たに形成された貨幣資本のうち可変資本に転化できる部分はそれが転化するべき労働力をいつでも見いだすことができるということを仮定しなければならないのである」（マルクス（1972），401頁）。

5）つまり，今期の投入産出関係は，資本家が将来をどう予想するかによって決まるということになる。

6）ただし，後にもみるように $r\geqq g$ ならば，$1-(1+r)a_1>0$ なら $1-(1+g)a_1>0$ であろう。

7）実は，このような時間構造は，置塩（1987）でとられている想定とは若干異なっている。そこでは期首，期末といった区分はなく，今期の産出は，前期の労働の投入によって今期に現われることとなる。つまり，生産期間が存在するということは，－1期に行われた投入の産出が0期に現われるという意味にとられているのである（本稿においては，0期期首におこなわれた投入の成果が0期期末に現われることと考えている。ちなみにこのような時間構造をとる文献としてMorishima（1973）（邦訳，16頁）がある）。置塩から引用しておくと，「生産財，消費財の生産期間はいずれも1期間とする。すなわち，生産財についていえば，生産財a_1，労働τ_1だけを投入すると，次期に1単位の生産財が得られると想定する」（置塩（1987），3頁）。したがって，本稿の想定とは若干，異なっていると考えられるが，第3節で述べる変数の時間の関係には変わりがないので，そこでは時間構造の差異の問題についてはふれないことにする（あるいはあえていうならば，置塩においては来期の生産のための賃金が今期末に支払われ，そして市場は期末に開かれ生産要素の投入が行われ，その生産物は来期末に出てくると想定されているのかもしれない。その場合，もし柴田（1955）のように今期首＝前期末と考えるならば，本稿における時間構造とは同じになると思われる）。なお本稿において，今期に投入される，購入される，支払われる，等はすべて今期首になされることであり，今期に生産される，というのは，今期末に生産物が出てくることである。なお，利潤の実現と支出の問題については後述。

8）もちろん，これはBSモデルの特徴というよりも，最終需要を外生的に与える形をとるレオンティエフのopen systemのもつ問題であろう。この問題については二階堂（1971），116-117頁を参照。

9）これはもちろん，マルクス自身が拡大再生産を論じるに際して立てた前提である。「単純再生産の叙述では，剰余価値ⅠもⅡも全部収入として支出されるということを前提した。しかし，実際には剰余価値の一部分は収入として支出され，他の部分は資本に転化するのである」（マルクス（1972），404ページ）。

10）マルクスの拡大再生産表式における消費需要の扱い方については置塩（1976），144-146頁が参照されるべきであろう。

11）この段階で支払われる賃金で購入される消費財は，生産過程を構築するために資本家があらかじめもっているものである。

12）この場合の「実質資本」とは，財を一単位だけ生産するのに要するp_2ではかった資本であり，それは⑴，⑵より，資本財については$a_1p+R\tau_1$，消費財については$a_2p+R\tau_2$である。これは過去に払われた賃金（生存基本）に利子が（複利的に）考慮されたものである。

13）ちなみにこの式は$x_2=1$とすると，

$$(a_1p+R\tau_1)\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}+a_2p+R\tau_2$$

となるが，これはgで成長する経済における再生産のための総資本を表わす式である（西（2016），90頁の式⑺）。

14）消費率にcを使うと先の消費財の需要量c_2と紛らわしいかもしれないが，こちらは数字がついているので，混同されることはないものと判断する。cは資本家の異時点間の選好によって決まる。なおここでは，資本財を売買する市場が存在し，資本財産業で生み出された利潤はすべて財の販売によって実現されると資本家は予想すると仮定する。ただし利潤の実現とそれの支出のタイミングから生じる問題については後述。

15）置塩（1987），53頁の表記では$x_1^{t+1}=(1+g)x_1^t$，$x_2^{t+1}=(1+g)x_2^t$ということになる（ただしここでtは期間を表わす）。そして，その成長率と外生的な労働供給増加率との関係を考察し，毎期失業率一定を維持するような拡張軌道を置塩が「均衡蓄積軌道」（置塩（1987），64頁）と呼んだことは周知のことであろう。なお，「順調な拡大再生産軌道」や「均衡蓄積軌道」といった概念については，それらの議論の再生産表式論との関係を含めて松尾（1996），第3章を参照。

16）置塩（1987），51-57頁では，一般的に固有方程式は二次関数となるため二つの固有値が生じるのであるが，そのうちの正の，小さい方の固有値から$1+g$が得られ，それに随伴する固有ベクトルが

均衡部門比率を表わすものとなっている。絶対値の大きいもう一つの固有値に属する固有ベクトルは負の要素を含むため，均衡部門比率から出発しなければやがて絶対値の大きい固有ベクトルが運動において支配的となり，生産量に負の要素があらわれ軌道が持続しないということになる。なおこの場合，なぜ小さい方の固有値の固有ベクトルが負の要素を含まないかについては，同様のモデルを分析している Morishima（1973），邦訳146-149頁，およびその部分に対応する訳注（同，邦訳252-253頁）の説明がわかりやすいので，それを参照すれば次のような理由になる（ただし Morishima（1973）のモデルが価値単位であるのに対して，置塩のそれは生産価格単位であることに注意）。いま，⑼，⑽に出てくる記号を置塩（1987），53頁，（1・74）を使って簡略化する。それは，

$$b_1=\frac{r}{1+r}p,\quad b_2=\frac{r}{1+r}$$

というものである。さて，そのうえで，⑼，⑽の一般形を次のように行列演算の形で表わす（ここで t は期間を表わす）。

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ -cb_1 & 1-cb_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1{}^t\\ x_2{}^t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ R\tau_1 & R\tau_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1{}^{t+1}\\ x_2{}^{t+1}\end{pmatrix}$$

さて，左辺の積の第一項の行列は $1-cb_2\neq0$ なので逆行列が存在する。よって，その逆行列を両辺に前から掛けると，

$$\begin{pmatrix}x_1{}^t\\ x_2{}^t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -cb_1 & 1-cb_2\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ R\tau_1 & R\tau_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1{}^{t+1}\\ x_2{}^{t+1}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \dfrac{cb_1}{1-cb_2} & \dfrac{1}{1-cb_2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ R\tau_1 & R\tau_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1{}^{t+1}\\ x_2{}^{t+1}\end{pmatrix}$$

となる。さて，この右辺の積の第一項，第二項の行列の積によって生じる行列を $\boldsymbol{M}$ で表わすとしよう。この $\boldsymbol{M}$ は非負行列であるので，非負行列についての定理により $\boldsymbol{M}$ は非負固有値を有し，それらのうち最大のものを $\lambda(\boldsymbol{M})$ とするとそれに属する非負固有ベクトルが存在する。また，それ以外の固有値に属する固有ベクトルは負の要素を含むことがわかっている。よって，$\lambda(\boldsymbol{M})$ が重要になるのであるが，注意しなければならないのはこの差分方程式は $\boldsymbol{x}_t=\boldsymbol{M}\boldsymbol{x}^{t+1}$ という形になっているということである（ここで上記の生産量を表示した列ベクトルを $\boldsymbol{x}$ で表わす）。しかし，実際に時間経路を考えるのに必要とされるのは $\boldsymbol{x}^{t+1}=\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{x}^t$ という形の式の固有値である（これは，若干異なるが，置塩が考察したタイプの式である）。この場合，$\boldsymbol{M}$ と $\boldsymbol{M}^{-1}$ との固有値は逆数の関係にあり，かつそれぞれの固有値およびその逆数に属する固有ベクトルは同じであることがわかっているので，置塩の方程式の解析では，運動を規定するのは $\boldsymbol{M}$ の最大の固有値の逆数になるため，小さい方の固有値とそれに属する固有ベクトルが軌道の持続性を考えるうえで重要となるのである。また，$\boldsymbol{M}$ の固有値の小さい方に随伴する固有ベクトルは負の要素を含むのであるから，置塩の解析で，絶対値が大きい方の固有値に属する固有ベクトルが負の要素を含むことになるのもわかるであろう（ただし，以上は厳密な説明ではない。詳しくは Morishima（1973），邦訳の当該個所を参照されたい）。

17）　しかし，ここでマルクスが指摘した問題が生じる。それは利潤が実現されるためには生産物が販売されなければならないが，販売されるためにはそれを買うための利潤が実現していなければならないという逆説である。これについては，資本家はそのための購買力をあらかじめもっているというマルクスの仮定によって解決されるであろう。「しかし，資本家階級全体について見れば，資本家階級は自分の剰余価値の実現のために（…中略…）自分で貨幣を流通に投ずるよりほかはない，という命題は，単に逆説的ではなく，全機構の必然的な条件として現われる」（マルクス（1972），269-270頁）。よって実際には，資本家が利潤の実現を見越して保有する貨幣を放出することによって，生産物の販売が実現することとなる。

18）　あるいは，資本家の人口に占める比率は常に微少であるため，資本家は人口成長率（≒労働供給増加率）と同じ率で消費財に対する需要が増加すると予想して資本蓄積をすると考えてもよいかもしれ

ない。

19）実質賃金率 R が労働市場の需給に影響を受けるとすれば，完全雇用がつねに成立していると仮定しなければ R が動くことになろう。よってここでは，毎期，R 一定で完全雇用が成立するような状態が持続するものとする。ただし，その場合には労働供給の初期値は任意であることはできない。後述。

20）よって，労働供給の初期値は任意であることはできず，$L_s(0)=[\{(1+g)a_2\tau_1/[1-(1+g)a_1]\}+\tau_2]x_2(0)$ から得られるものでなければならない。

21）以上のことは次のように考えることもできよう。(4)の両辺に p_1 を掛け(8)の両辺に p_2 を掛け（あるいは(4)の両辺に p を掛け）て，それらの辺々を足し合わせて若干変形すると，$(1-c)r=g$（あるいは $sr=g$）が得られる。r は生産技術と実質賃金率によってすでに決まっているので，MO モデルでは，資本家が c（あるいは s）を決めればそこから g が決まることになる。それに対してここでは，g が労働供給増加率によって決まっているので，資本家はそれに応じて c（あるいは s）を決めるということになる。また $sr=g$ であれば，部門比率は(4)，(8)どちらから求めても同じである。(8)を再掲すれば，

$$x_2=R(\tau_1x_1+\tau_2x_2)(1+g)+c\frac{r}{1+r}(px_1+x_2)$$

であるが，これは，

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{1-R\tau_2(1+g)-c\frac{r}{1+r}}{R\tau_1(1+g)+c\frac{r}{1+r}p}$$

と書ける。さて，右辺の分母と分子について別々に考えると，まず，分母は，$c=1-s$ を代入し(1)を考慮すると，

$$R\tau_1(1+g)+c\frac{r}{1+r}p$$
$$=R\tau_1(1+g)+r(1-s)(a_1p+\tau_1R)$$

となるが，ここに $sr=g$ を代入すると，

$$p[1-(1+g)a_1]$$

となる。同様に考えると先の式の分子は，

$$p(1+g)a_2$$

となる。よって，

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}$$

となる。これは(4)から得られるものと等しい。

参考文献

Böhm-Bawerk, E. v. (1959), *Positive Theory of Capital* (*Capital and Interest, vol. II*), tr. by G. D. Huncke and H. F. Sennholtz, Libertarian Press.

Morishima, M. (1973) *Marx's Economics,* Cambridge University Press（高須賀義博訳『マルクスの経済学』東洋経済新報社，1974年）.

Shibata. K. (1956) "Fatal Errors Newly Uncovered in Keynesian Theory," *Kyoto University Economic Review,* vol. XXVI: 13-42.

置塩信雄（1976）『蓄積論　第二版』筑摩書房.

置塩信雄（1987）『マルクス経済学Ⅱ』筑摩書房.

柴田敬（1942）『新経済論理』弘文堂.

柴田敬（1955）「ケインズ派の理論の根本的誤謬(一)」『山口経済学雑誌』6(3, 4)：1-25.

二階堂副包（1971）『数理経済学入門』日本評論社.
西淳（2016）「ベーム＝柴田モデルと拡大再生産」『季刊経済理論』53(2)：87-93.
松尾匡（1996）『セイ法則体系』九州大学出版会.
K. マルクス（1972）『資本論⑤』国民文庫，大月書店.