研究ノート

同時化された生産過程と資本蓄積

――ベーム－バヴェルク型経済における拡大再生産――

西　淳

目次

１．は じ め に

筆者は，西（2015b）において，通常の回帰的生産構造を前提とした投入産出体系（そこで，「M 経済」と呼んだもの）と，直線的生産構造を前提とした同時化された生産過程（そこで，「BSM 経済」と呼んだもの）の関係について議論した。双方は一見，異なっているようにみえるが，今期において実現される投入産出関係については同じ条件が成立するのであった。

さて，回帰的生産構造の論点はともかく，そこでの議論は，基本的には明示的には資本蓄積の問題については議論されなかった。もちろん，そこでの議論では，資本財が純生産されているのであるから，経済は進歩しているのであり単純再生産であるというわけではなかったが，そこでは資本蓄積のパターンがどのようであるかについては明示的には示されなかった。[1)]

よって，マルクス経済学的ないい方では拡大再生産が行われるように BSM 経済を拡張するためにはどのように考えればよいかという問題は残ることとなる。よって，本稿ではその問題を検討する。なおその問題は西（2016b）においても述べたが，本稿では別の角度から考察する。また，西（2016b）などで検討された資本の問題と拡大再生産との関係についても議論する。

なお，以上のことを説明するためには西（2015b），２節の議論が前提となるが，同じことを述べるのは煩瑣になるし議論がごたつくであろうから，拙稿の議論は前提とすることとしたい。もちろん，記号の定義などについては本稿においてもふれることとする。また，議論を二部門に限定し，一般化の問題については別稿にゆずる。

2．BSM経済の拡大再生産体系への拡張(1)――資本財部門のケース――

最初に，以下の議論の前提や定義について述べる[2)]。資本財産業と消費財産業があるとする。資本財は資本財，消費財両方の生産に必要となるが，消費財はどちらの財の生産にも投入されないとする。資本財を1単位生産するのに要する資本財の量を a_1 とし，消費財を1単位生産するのに要するそれを a_2 とする。また，経済は生産的でなければならないので $1-a_1>0$ が成立しているものとする。また，両財とも生産に一期の時間がかかるものとする。また，結合生産のような事態は捨象する。

資本財の総生産量，純生産量を x_1，c_1，消費財のそれをそれぞれ x_2，c_2 とする。ただし消費財の場合は投入に用いられないため $x_2=c_2$ となる。先にも述べたように，資本財と消費財が同じ比率で拡大する均斉成長体系（マルクスの拡大再生産）を考察する。拡大率は $100g$ パーセントとしよう（煩瑣になるので以下，g と略記する）。

最初に，資本財部門について考える。今期，資本財を c_1 単位（煩瑣になるので，以下，物量につける「単位」という言葉は省略する）純生産するとする。もし，これから将来にわたって資本財の量が増加されない予定ならば，つまり $g=0$ ならば，話は簡単であり，純生産される資本財は c_1 だけとなり，今期に総生産されなければならない資本財の量は，

$$\frac{c_1}{1-a_1}$$

となるであろう（西（2015b），85頁）。

しかし，今期に c_1 だけ生産したとして来期以降，それを g の純拡大率で増やしていくとすれば，さらに今期にどれだけの資本財が生産されなければならないであろうか。

それを考えるために，まず，1単位の資本財が生産されたという前提のもとで，その1単位の資本財を g 倍にしていくためには，どれだけの資本財が今期に生産されなければならないかを考える。

そのためには，まずは今期に追加で，

$$x_1^{1\prime}=a_1x_1^{1\prime}+a_1g$$

という投入産出の関係が成立しなければならない。ただし，ここで $x_1^{1\prime}$ は資本財を $g\times1$ だけ生産するのに生産されなければならない資本財の総量である。この式は，$x_1^{1\prime}$ はそれを生産するのに必要な資本財 $a_1x_1^{1\prime}$ をカバーし，なおかつ g の資本財を生産するのに必要な資本財 a_1g だけの生産物を生み出せる資本財の総生産量であるということを示している。これを $x_1^{1\prime}$ について解くと，

$$x_1^{1\prime}=\frac{a_1}{1-a_1}g$$

となる。つまり，これだけの資本財が追加で生産されなければならない。

しかしこれだけでは不十分である。その次の期に拡張するため，さらに $x_1{}^{1\prime}$ の g 倍だけの資本財を生産しなければならないということになる。そのためには，

$$x_1{}^{1\prime\prime}=a_1x_1{}^{1\prime\prime}+a_1gx_1{}'$$

という投入産出の関係が成立しなければならない。この式を $x_1{}^{1\prime\prime}$ について解くと，

$$x_1{}^{1\prime\prime}=\frac{a_1}{1-a_1}gx_1{}'$$

となる。先の $x_1{}'$ を代入すると，

$$x_1{}^{1\prime\prime}=g^2\left(\frac{a_1}{1-a_1}\right)^2$$

となる。

さて，$x_1{}^{1\prime\prime}$ だけの資本財が生産されなければならないことは明らかになったが，それだけでは＋2 期には生産量を増やすことはできない。そのためには，それ以外に $gx_1{}^{1\prime\prime}$ だけの資本財が生産されなければならないことになる。そのためには次のような追加的生産過程が必要となる。つまり，

$$x_1{}^{1\prime\prime\prime}=a_1x_1{}^{1\prime\prime\prime}+a_1gx_1{}^{1\prime\prime}$$

という関係が成立しなければならない。ただしここで，$x_1{}^{1\prime\prime\prime}$ は $gx_1{}^{1\prime\prime}$ だけの資本財を生産するために生産されなければならない資本財の生産量である。その論理は先と同様である。これを $x_1{}^{1\prime\prime\prime}$ について解くと，

$$x_1{}^{1\prime\prime\prime}=\frac{a_1}{1-a_1}gx_1{}^{1\prime\prime}$$

となるが，先の $x_1{}^{1\prime\prime}$ を代入すると，

$$x_1{}^{1\prime\prime\prime}=g^3\left(\frac{a_1}{1-a_1}\right)^3$$

だけの資本財が生産されれば，$gx_1{}^{1\prime\prime}$ だけの資本財が生産できるということになる。

同様に考えると，$gx_1{}^{1\prime\prime\prime}$ だけの資本財を生産するためには，

$$x_1{}^{1\prime\prime\prime\prime}=\frac{a_1}{1-a_1}gx_1{}^{1\prime\prime\prime}=g^4\left(\frac{a_1}{1-a_1}\right)^4$$

だけの資本財が生産される生産過程が必要となろう。

以下，同様に生産過程が続くこととなり，$x_1{}^{1\prime}$，$x_1{}^{1\prime\prime}$，$x_1{}^{1\prime\prime\prime}$，$x_1{}^{1\prime\prime\prime\prime}$，…，という総生産量の数列が得られるが，それでは，以上の一連の生産によって生産される総資本財はどれだけになるだろうか。それを $x_1{}^1$ であらわすと，総資本財量には最初に生産された１単位の資本財が含まれなければならないので，

$$x_1{}^1=1+x_1{}^{1\prime}+x_1{}^{1\prime\prime}+x_1{}^{1\prime\prime\prime}+x_1{}^{1\prime\prime\prime\prime}+\cdots$$
$$=1+g\frac{a_1}{1-a_1}+g^2\left(\frac{a_1}{1-a_1}\right)^2+g^3\left(\frac{a_1}{1-a_1}\right)^3+g^4\left(\frac{a_1}{1-a_1}\right)^4+\cdots$$

ということになって，この総計は，$1-(1+g)a_1>0$ を仮定すると，

$$x_1{}^1=\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1} \tag{1}$$

となる[3)]。

しかし(1)は，資本財1単位を g で増やしていくために今期に生産されていなければならない資本財の量である。ところで，資本財を1単位純生産するためには毎期 $1/(1-a_1)$ だけの資本財が総生産されている必要があった。よって，今期，資本財を c_1 単位純生産するという前提で，毎期 g で拡大していくためには，(1)と $c_1/(1-a_1)$ を掛けあわせただけの資本財が今期生産されている必要がある。つまりそれは，

$$\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}\cdot\frac{1}{1-a_1}c_1=\frac{1}{1-(1+g)a_1}c_1$$

となる。これが，資本財を今期 c_1 だけ純生産するという前提のもとで，以降，g で増加させていく場合に今期に生産されていなければならない資本財の総生産量である。

以上が，BSM 経済における拡大再生産体系における資本財を生産するための資本財の総生産量となる。つまり，今期，これだけの資本財が生産されていれば，これから毎期，適当な労働が投下され続けるという前提のもとで，c_1 から出発してこれから資本財を g で増やしていくための生産体制が整うこととなる。もちろん，この式で $g=0$ とすれば c_1 だけ生産され続けるということになる。

3．BSM 経済の拡大再生産体系への拡張(2)――消費財部門のケース――

次に，消費財部門の問題について考えよう。基本的には消費財についても同様に考えればよいのであるが，資本財と異なるところは，資本財の投入を受けるが自身は生産に投入されるという連関が存在しないということである。このあたりが，資本財のケースのようにそれ自体が生産に入り込むという場合と違うところである。

さて，消費財の場合も同様に，毎期同じだけの消費財 c_2 が生産されればよいならば話は簡単となる。つまり，

$$\frac{a_2}{1-a_1}c_2$$

だけの資本財が今期に生産されればよいということになる（西（2015b），85頁[4)]）。

しかし，先と同様に，今期に c_2 だけ消費財を生産したとして来期以降，それを g の純拡大率

で増やしていくとすれば，今期にどれだけの資本財が生産されなければならないであろうか。

今，$c_2=1$ として考えよう。今期に１単位だけの消費財が生産されたのであったが，先と同様，純拡大率が g であれば，来期は１単位だけの消費財と $g\times 1$ 単位だけの消費財が生産されなければならない。１単位の消費財を g で増やしていくためにはどれだけの資本財が生産されなければならないかは後に回し，追加分である g 単位だけの消費財を生産するためどれだけの資本財が生産されなければならないかを考える。それは次のような式によって示されるであろう。

$$x_1{}^{2\prime}=a_1x_1{}^{2\prime}+a_2g$$

ここで，$x_1{}^{2\prime}$ は g だけの消費財を生産するために生産されなければならない資本財の総生産量である。先と同様に考えるとこの式は，$x_1{}^{2\prime}$ は，それ自身を生産するのに必要な資本財 $a_1x_1{}^{2\prime}$ をカバーし，なおかつ g だけの消費財を純生産するのに必要な資本財を生み出せるだけの資本財の量ということになる。この式を $x_1{}^{2\prime}$ について解くと，

$$x_1{}^{2\prime}=\frac{a_2}{1-a_1}g$$

となる。つまり，$g[a_2/(1-a_1)]$ だけの資本財が生産されれば g だけの資本財が生産されるということになる。

さて，先と同様で，それだけでは二期後には消費財を増やすことはできない。$x_1{}^{2\prime}$ だけ資本財を生産しなければならないことは明らかであるが，それ以外に $gx_1{}^{2\prime}$ だけの資本財が生産されなければならない。それを生産するためには，

$$x_1{}^{2\prime\prime}=a_1x_1{}^{2\prime\prime}+a_1gx_1{}^{2\prime}$$

という関係が成立しなければならない。ここで，$x_1{}^{2\prime\prime}$ は $gx_1{}^{2\prime}$ だけの資本財を純生産するために生産されなければならない資本財の総生産量である。ただし，ここで注意しなければならないのは，先の式と異なり右辺第二項の最初の係数は a_2 ではなく a_1 だということである。これはなぜかといえば，今度は消費財を生産するための資本財の量 a_2 ではなく，その資本財を生産するために必要な資本財の量 a_1 が掛けられなければならないからである。

さて，この式を $x_1{}^{2\prime\prime}$ について解くと，

$$x_1{}^{2\prime\prime}=\frac{a_1}{1-a_1}gx_1{}^{2\prime}$$

となるが，先の $x_1{}^{2\prime}$ を代入すると，

$$x_1{}^{2\prime\prime}=g^2\frac{a_2a_1}{(1-a_1)^2}$$

だけの資本財が生産されれば，$gx_1{}^{2\prime}$ だけの資本財が生産できるということになる。

同様に考えれば，$a_1gx_1{}^{2\prime\prime}$ だけの資本財を生産するためには，それに必要な資本財 $x_1{}^{2\prime\prime\prime}$，つまり，

$$x_1^{2'''}=\frac{a_1}{1-a_1}gx_1^{2''}=g^3\frac{a_2a_1^{\ 2}}{(1-a_1)^3}$$

だけの資本財が生産されなければならないということになる。

以下同様に，垂直的に統合された各生産段階が続くこととなるが，それでは，以上の一連の生産によって生産される，消費財を増やしていくために要する総資本財はどれだけになるであろうか。それを x_1^2 であらわすと，

$$\begin{aligned}x_1^{\ 2}&=x_1^{\ 2'}+x_1^{\ 2''}+x_1^{\ 2'''}+x_1^{\ 2''''}+\cdots\\&=g\frac{a_2}{1-a_1}+g^2\frac{a_2a_1}{(1-a_1)^2}+g^3\frac{a_2a_1^{\ 2}}{(1-a_1)^3}+g^4\frac{a_2a_1^{\ 3}}{(1-a_1)^4}+\cdots\end{aligned}$$

ということになって，この総計は，

$$x_1^{\ 2}=\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1} \tag{2}$$

となる。

さて，消費財を1単位純生産するためには，毎期 $a_2/(1-a_1)$ だけの資本財と1単位の消費財が生産されなければならない。ところで，資本財を1単位から g で増やしていくためには(1)だけの資本財が必要であることは2節でみた。さて，消費財を1単位から g で増やしていくためにはさらに追加で(2)だけの資本財が必要になるのであるから，消費財を毎期 g で増やしていくためには，(1)$\times a_2/(1-a_1)$ だけの資本財と(2)$\times 1$ だけの資本財が必要となる。よって，消費財の純生産量を c_2 単位とすると，これは，

$$\begin{aligned}&\left[\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}\cdot\frac{a_2}{1-a_1}+\frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}\cdot 1\right]c_2\\&=\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}c_2\end{aligned}$$

となる。つまり，今期，これだけの資本財が生産されていれば，適当な労働が毎期投下され続けるという前提のもとで，消費財を g で増やしていく前提条件が整うこととなる。先と同様で，この式で $g=0$ とすれば西（2015b）でとり上げたと同様の場合に戻る。以上のようにして，消費財を生産し続けるのに直接・間接に必要となるため今期に生産されるべき資本財の量も計算することができる[5)]。

以上が，BSM 経済における拡大再生産体系における消費財を生産するための資本財の量となる。

4．2，3節の議論と「垂直的統合部門分析」との関連

以上のように，純拡大率 g のもとでの拡大再生産のために今期に生産されていなければなら

ない資本財部門，消費財部門での資本財の量を計算することができた。しかし，以上の議論はたとえば現代の経済学といかなる意味をもっているのであろうか。たんなる算術に終わらせないためには，その問題を考えておかねばならない。

それを考えるのには，L. パシネッティが提示している「垂直的統合部門分析」との関連を考えるのがよい。ただし，一般的，つまり n 部門の議論は他所にゆずり，ここでは二部門で考える。

「垂直的統合」とは，西（2015a）でもふれたが，通常のような「産業」という観点からではなく，各最終財を生産する「部門」という観点から社会全体の生産構造をみる見方である。よって，たとえば，消費財を生産するための資本財を生産するのは，通常の回帰的生産構造による見方ならば，資本財「産業」ということになるのだが（マルクスの再生産表式でも同様である），垂直的統合という観点からは，消費財という最終財を生産する生産「部門」の内部で生産されるというように考えられることとなる[6)]。

さて，それにしたがえば，たとえば，資本財，消費財をそれぞれ1単位生産し続けるために今期に生産されていなければならない資本財，消費財の量は以下のように知ることができる。

今，両財が1単位ずつ生産されるとしよう。それを二行二列の行列であらわせば以下のようになる。

$$\boldsymbol{I}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

これは周知の単位行列であり，いわゆる産出行列である。つまり，第1列は資本財が1単位生産されているということを示し，第2列は消費財が1単位生産されているということを示している。

さて，それに対して，来期 g で経済を拡大させるためには，2，3節でみたように，資本財生産のために $g[a_1/(1-a_1)]$ だけ，消費財生産のために $g[a_2/(1-a_1)]$ だけ資本財が今期に生産されていなければならない。よって，追加の行列として，

$$\begin{pmatrix} g\dfrac{a_1}{1-a_1} & g\dfrac{a_2}{1-a_1}\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

という行列が追加されなければならない。これを今，かりに $\boldsymbol{B}$ という行列とする。ちなみに，消費財は生産に投入されないため，2行目はどちらの部門も0となっている。これは以下でも同様である。

さて，さらに再来期も経済を g で拡大させるためには2，3節でみたように，さらに，

$$\begin{pmatrix} g^2\left(\dfrac{a_1}{1-a_1}\right)^2 & g^2\dfrac{a_2a_1}{(1-a_1)^2}\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

という資本財量をあらわす行列が追加されなければならない。これを，$\boldsymbol{C}$ としよう。

以下，同様の行列が続くこととなるが，これらの総和 $\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}+\cdots$，が，同時並列的生産構

造において，今期１単位の各財を生産し，なおかつ，次期以降，毎期，生産物を $1+g$ 倍するために今期に生産されていなければならない各財の量を表わすこととなる。つまり，それは（計算は省略すると），

$$\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}+\cdots=\begin{pmatrix} \dfrac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}g & \dfrac{ga_2}{1-(1+g)a_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

となる。細かい議論は省略するが，この行列はパシネッティが $(\mathbf{I}-g\mathbf{G})^{-1}$ として提示している行列の二部門バージョンである[7]。ちなみにここで，$\mathbf{G}$ は $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}$ という行列であり，$\mathbf{A}$ は以下で定義するものである。

さて，以上のような行列が得られたが，これに，レオンティエフの逆行列を後ろから掛けてみよう。元の直接投入行列が，

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

である。これは第一列が資本財部門の物的投入ベクトルであり，第二列が消費財部門のそれを表わしている。$\boldsymbol{A}$ のレオンティエフの逆行列は，

$$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}=\begin{pmatrix} \dfrac{1}{1-a_1} & \dfrac{a_2}{1-a_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

である。いうまでもなく，この行列の第一列は資本財部門において資本財を１単位純生産するために直接間接に投入されなければならない資本財の量を表わし（消費財は０），第二列は消費財を１単位純生産するために直接間接に投入されなければならない資本財の量と生産される消費財の量を表わしている。(3)に(4)を後ろから掛けると，

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} \dfrac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}g & \dfrac{ga_2}{1-(1+g)a_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dfrac{1}{1-a_1} & \dfrac{a_2}{1-a_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ =&\begin{pmatrix} \dfrac{1}{1-(1+g)a_1} & \dfrac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{5}$$

となる。

さて，ここで得られた右辺の行列の１行１列，１行２列の要素に注目しよう。まず１行１列目の要素に c_1 を掛けると，

$$\frac{1}{1-(1+g)a_1}c_1$$

となる。これは，第２節で議論した(1)式，つまり今期 c_1 を生産するという前提のもとで，次期以降，資本財を g で増やしていくために今期に生産されていなければならない資本財の量であ

る。

同様に，２行１列目の要素に c_2 を掛けると

$$\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}c_2$$

が得られる。これは，第３節で議論した(2)式，つまり今期 c_2 を生産するという前提のもとで，次期以降，消費財を g で増やしていくために今期に生産されていなければならない資本財の量である。

このように，２節，３節での議論とパシネッティが垂直的統合部門分析で提示した行列とは関連していることがわかる。この行列に $\boldsymbol{c}=(c_1,\ c_2)'$ という列ベクトル（“′” は転置を表わす）を後ろから掛ければ，両「産業」で生産される資本財と消費財の量が得られるし，また，c_1，c_2 という要素を対角要素にもち，他は０の正方行列，つまり，

$$\begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix}$$

を掛ければ，第一列が資本財「部門」において生産される資本財の量を表わし，第二列が消費財「部門」において生産される資本財量と消費財量を表わすベクトルが得られることとなる。

５．２，３節の議論と関連する論点

ａ．回帰的生産構造との関連

さて，以上の議論はいかなる意味を有しているのであろうか。それは BSM 経済が拡大再生産体系に拡張されるときに，経済体系がどのように変化し，また，先に議論した資本の体系とどのように関係することになるのか。

くりかえしとなるが，(1)式は，資本財を今期１単位生産したとして，以降 g の拡大率で増加させるために今期に生産されていなければならない資本財の量を示し，同様に，(2)式は，消費財を今期１単位生産したとして，以降 g の拡大率で増加させるために今期に生産されていなければならない資本財の量であった。さて，この(1)式と(2)式とを足しあわせれば，今期に生産されるべき資本財の総量 x_1 が出てくることとなる。それは，

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^{\ 1}+x_1^{\ 2} \\ &= \frac{1}{1-(1+g)a_1}c_1+\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}c_2 \end{aligned}$$

となり，これを整理すると，

$$x_1=(a_1x_1+a_2x_2)(1+g)+c_1$$

となる。消費財については，

$$x_2=c_2$$

となる。これは，今期，c_1，c_2 だけの純生産物が生産されるという前提のもとでの g での拡大再生産の式となる。つまり，拡大再生産を継続していくためには，今期にこのような投入産出関係が成立していなければならないということである。もちろん先にも述べたように，拡大再生産が進行していくためには，資本家のこれから財を毎期 $1+g$ 倍にしていくという生産計画のもとで，労働投入も毎期 $1+g$ 倍ずつ増えていかなければならないことはいうまでもない。

このように，同時化された生産構造においても，今期をとってみれば，回帰的生産構造において議論される拡大再生産の体制が成立していることがわかる。

b．資本の式との関連

以上の議論は数量体系についての議論であったが，次に，価値・価格体系の問題について検討する。数量体系と資本の体系との関係を論じるが，その際，西（2016a）などで検討した二つの資本の公式を用いると拡大再生産に必要とされる初期資本量がどのように表わされるかを中心に議論することとしたい。その前提として，最初に，二つの資本の公式についてふりかえっておく。

まず，価格方程式を定義しておく。価格方程式とは，

$$p=(1+r)(a_1p+R\tau_1) \tag{6}$$
$$1=(1+r)(a_2p+R\tau_2) \tag{7}$$

である。ここで p_1，p_2 をそれぞれ資本財価格，消費財価格とすると $p=p_1/p_2$ である（消費財価格は1）。また，r は資本利子率，R は実質賃金率を表わし，$R=w/p_2$（ここで w は貨幣賃金率）である。賃金は前払いされると仮定される。また以下では実質賃金率 R を固定し，$1-(1+r)a_1>0$ という条件が満たされるものとする。よって，各財を1単位だけ生産するための資本（消費財価格ではかった）はそれぞれ $a_1p+R\tau_1$，$a_2p+R\tau_2$ ということになる。なお名称の簡略化のため，これらを以下，それぞれ資本財，消費財生産の「生産資本」と呼び，各財を1単位生産しつづけるのに必要な資本を「再生産資本」と呼んで区別する。

これは西（2015a），180頁でも言及されたように，価格の「ワルラス的生産構造」（柴田（1941），104頁）による表現であった。それに対して西（2015a），180頁，（2・11)式でみたように，価格の式を垂直的統合表現で表わせば，

$$\mathbf{p}=(1+r)w\mathbf{t}(\mathbf{I}-r\mathbf{H})^{-1} \tag{8}$$

となるのであった（この式についての細かい説明はそこでおこなったので省略する）。ただし西（2015a）での定義をいっておけば，$\mathbf{p}$ はそこでは n 次元の価格の行ベクトル，w は貨幣賃金率，$\mathbf{t}$ は n 次元の価値の行ベクトル，$\mathbf{I}$ は $n\times n$ 次元の単位行列，$\mathbf{H}$ はパシネッティが「垂直的に統合された生産能力単位」といった $n\times n$ 次元の行列であり，$\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ で定義されるものである。具体的には第 j 財を今期1単位生産し，なおかつ今期以降も1単位ずつ生産するために今期に生産されていなければならない各第 i 財が示されている行列である。二財では，$\mathbf{H}$ は，

$$\mathbf{H}=\begin{pmatrix}\dfrac{a_1}{1-a_1} & \dfrac{a_2}{1-a_1}\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

となる。よって，$(\mathbf{I}-r\mathbf{H})^{-1}$ は，

$$(\mathbf{I}-r\mathbf{H})^{-1}=\begin{pmatrix}\dfrac{1-a_1}{1-(1+r)a_1} & \dfrac{ra_2}{1-(1+r)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix} \tag{9}$$

となる[8]。以下同様に，二財で考え，先と同様，消費財を価値基準にとると，⑻，⑼より，

$$p=(1+r)R\left[\frac{1-a_1}{1-(1+r)a_1}t_1\right] \tag{10}$$

$$1=(1+r)R\left[\frac{a_2r}{1-(1+r)a_1}t_1+t_2\right] \tag{11}$$

となる。⑽は資本財価格についての垂直的統合表現であり，⑾は消費財についてのそれである。これは価格を，価値 t_1，t_2 の一次式で表わすものである。ここから，各財を一単位生産するために要する資本は，それぞれ，$Rt_1\{(1-a_1)/[1-(1+r)a_1]\}$，$R[\{a_2r/[1-(1+r)a_1]\}t_1+t_2]$ と表わすことができることになる。

さて，先の議論からすれば，このようにして得られる生産資本の式は次のようなスカラーとベクトルと行列⑼の積で表わすことができる。

$$R(t_1,\ t_2)\begin{pmatrix}\dfrac{1-a_1}{1-(1+r)a_1} & \dfrac{ra_2}{1-(1+r)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\left(R\left[\frac{1-a_1}{1-(1+r)a_1}t_1\right],\ R\left[\frac{a_2r}{1-(1+r)a_1}t_1+t_2\right]\right) \tag{12}$$

しかし，この⑿を計算してみるとわかるように，これは，

$$(a_1p+\tau_1R,\ a_2p+\tau_2R) \tag{13}$$

というベクトルと等しい。以上のように，生産資本の式として⑿，⒀の二つのものがあるということをまず確認しておく。

さて次に，再生産資本についての二つの式を導こう。まず，⒀に後ろから⑷を掛け，この演算から得られる行ベクトルの要素を，$\boldsymbol{\kappa}=(\kappa_1,\ \kappa_2)$ と定義すると，

$$(\kappa_1,\ \kappa_2)=(a_1p+\tau_1R,\ a_2p+\tau_2R)\begin{pmatrix}\dfrac{1}{1-a_1} & \dfrac{a_2}{1-a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\left(\frac{a_1p+\tau_1R}{1-a_1},\ \frac{a_2}{1-a_1}(a_1p+\tau_1R)+a_2p+\tau_2R\right) \tag{14}$$

というベクトルが得られる。よって，ここから，

$$\kappa_1=\frac{a_1p+\tau_1R}{1-a_1} \tag{15}$$

$$\kappa_2=\frac{a_2}{1-a_1}(a_1p+\tau_1R)+a_2p+\tau_2R \tag{16}$$

という資本財，消費財についての再生産資本についての公式が得られる。⒂，⒃は柴田（1942）が一財モデルで導き出した資本の公式であったが，再生産資本を，生産資本を用いて表わした公式であるということができる。またこれは，再生産資本を前払い賃金の現在価値の総計という視点からみたものであった。[9)]

さて，今度は⑿に(4)を後ろから掛けてみよう。そうすると，

$$(\kappa_1,\ \kappa_2)=R(t_1,\ t_2)\begin{pmatrix}\dfrac{1-a_1}{1-(1+r)a_1} & \dfrac{ra_2}{1-(1+r)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{1-a_1} & \dfrac{a_2}{1-a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\left(\frac{Rt_1}{1-(1+r)a_1}\quad R\left[\frac{(1+r)a_2t_1}{1-(1+r)a_1}+t_2\right]\right)$$

となる。これは何を計算しているのかといえば，ある財を１単位再生産するための前提として支払われていなければならない賃金の現在価値総額，つまり各財の再生産資本を計算しているのである。

ここから，

$$\kappa_1=(1+r)a_1\kappa_1+Rt_1 \tag{17}$$

$$\kappa_2=(1+r)a_2\kappa_1+Rt_2 \tag{18}$$

が得られる。⒄，⒅は西（2014），西（2016a），23頁などで議論された資本の式であった。これはそこでも述べたように，各財を１単位再生産するためにこれまでに支払われた賃金の現在価値である資本量は，定常状態においてはそこにおいて維持される資本財の価値と毎期前払いされる消費財の価値の和に等しいということである。

さて少し長くなったが，最後に以上の価格－資本体系と以前の節で考察した数量体系との関連性をみよう。先に述べたように，生産資本と再生産資本の公式をそれぞれ用いると，拡大再生産に必要な初期資本量はどのように表わすことができるかを考える。古典派＝マルクス的な資本概念（生産資本）とオーストリア的資本概念（再生産資本）の関係をみるために⒀に後ろから(5)を掛けてみる。[10)]そうすると，少しの計算によって，

$$(a_1p+\tau_1R,\ a_2p+\tau_2R)\begin{pmatrix}\dfrac{1}{1-(1+g)a_1} & \dfrac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\left(\frac{a_1p+\tau_1R}{1-(1+g)a_1},\ \frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}(a_1p+\tau_1R)+a_2p+\tau_2R\right)$$

という式が得られるが，これは西（2016b），90頁，92頁注12で述べた式であった。つまりは，拡大再生産における資本財，消費財の再生産資本の初期量を表わす式は，

$$\frac{a_1p+\tau_1R}{1-(1+g)a_1} \tag{19}$$

$$\frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}(a_1p+\tau_1R)+a_2p+\tau_2R \tag{20}$$

というものである。この⒆，⒇はいわば，g での拡大再生産における初期再生産資本量を，生産資本量を用いて表わす式ということになる。もちろんこれは，西（2016b），92頁，注12で述べたように資本体系と数量体系がないまぜになった式である。よって，それを分離した形で表わすならば，⒁に後ろから⑶を掛けて，

$$\left(\frac{a_1p+\tau_1R}{1-a_1},\ \frac{a_2}{1-a_1}(a_1p+\tau_1R)+a_2p+\tau_2R\right)\begin{pmatrix}\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1} & \frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

とすればよいであろう。

さて，再び⑿の上の式に戻り，後ろから⑸を掛けると，

$$R(t_1,\ t_2)\begin{pmatrix}\frac{1-a_1}{1-(1+r)a_1} & \frac{ra_2}{1-(1+r)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{1-(1+g)a_1} & \frac{(1+g)a_2}{1-(1+g)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$
$$=(\kappa_1,\ \kappa_2)\begin{pmatrix}\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1} & \frac{ga_2}{1-(1+g)a_1}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

が成り立つことが確認できる。これは西（2016b），92頁，注12に記した式である。つまりは，g での拡大再生産における資本財，消費財の再生産資本の初期量を表わす式は，

$$\frac{1-a_1}{1-(1+g)a_1}\kappa_1 \tag{21}$$

$$\frac{a_2g}{1-a_1(1+g)}\kappa_1+\kappa_2 \tag{22}$$

とも書けるのである。ちなみに(21)は $\boldsymbol{\kappa}$ と⑶式の第一列との内積に等しいし，また，(22)は $\boldsymbol{\kappa}$ と⑶式の第二列との内積に等しい。

以上の議論から，拡大再生産における再生産資本量の式を考える際に，生産資本を用いたものと再生産資本を用いたものと二つのものがあり，それらと先の数量体系が密接に結びついていることがわかるのである。

6．おわりに

本稿においては，BSM 経済を拡大再生産の体系に拡張した場合に，経済はどのように表現することができるのか，あるいは，それが「垂直的統合部門分析」といかなる関係をもつのかにつ

いて，二部門という制約のもとでではあるが，示した。

以上の議論を一般化することが次の作業となるが，そのことによって，M 経済における総生産量，価格の関係と，BSM 経済における純生産量，資本との一般的な関係が明らかになるであろう。そのことによって，ベーム－バヴェルクに始まった直線的生産構造の経済理論が，いわゆるスラッファ＝レオンティエフ的な回帰的生産構造の経済理論と同じ一般性を有するものであることが明らかになるものと思われる。

そのことを示すことが次の課題となる。

注

1）Böhm-Bawerk（1959），Shibata（1938），柴田（1941），柴田（1942）において議論されたのは単純再生産の問題であった。なお Matsuo（2010）における議論はそれとは異なり一般化されているため，以下で議論するのは厳密にはベーム＝柴田のモデルということになる（西（2013））。

2）なお，以下に出てくる「産業」，「部門」と呼ぶものの内容については Pasinetti（1973），（1977）を参照。

3）これは簡単な無限等比級数の和の問題なので，説明は無用であろう。以下の演算についても同様である。なお，いうまでもないが，これだけの資本財が今期に生産されればいいというだけでなく，これから以降，毎期，前期の $1+g$ 倍の労働が投下され続けなければならない。しかし，生産技術が一定で成長していけば，労働人口に限りがあるなら労働力がやがて不足することになり，そうなると実質賃金率（以下にでてくる価格方程式においてパラメータだとする）が上昇し利潤率は低下することとなるため，拡張軌道は持続できなくなる。よってここでは，一定の実質賃金率で無制限に労働供給があると仮定する。3 節の消費財生産のケースも同様に仮定する。なお以下，$1-(1+g)a_1>0$ が仮定される。

4）もちろん，財を生産するためには労働力を再生産するための消費財が必要なのであるから，ある意味で消費財も財の生産に投入されるともいいうる。そのような問題を考えるとすれば労働者の消費も考慮した拡大投入係数行列のようなものを考えなければならないが，ここではいわゆる生産物の生産に対する投入のみ考慮するものとする。

5）ちなみに，先に述べた「c_2 を g で増やしていくために必要な資本財」とは⑴$\times a_2/(1-a_1)\times c_2$ のことであり，「追加分である gc_2 を g で増やしていくために必要な資本財」とは⑵$\times 1\times c_2$ のことである（実は，資本財についても最初の段階で c_1 と gc_1 とを分けて同様に考えることができたのであるが，そうすると少し話が回りくどくなるのでそれは避けた）。なお，この場合の「直接・間接に必要」の意味について述べておくと，今期の生産はもう終わっているのであるから，直接に必要というのは来期の消費財の生産に必要ということであり，間接に必要というのは再来期以降の消費財の生産に必要ということである。

6）よって，「産業」分類と「部門」分類とでは次のように異なる。産業分類の場合には，資本財産業，消費財産業はそれぞれ $\begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\tau_1$，$\begin{pmatrix} a_2 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\tau_2$ というベクトルとスカラーの組み合わせで表わされるのに対して，部門分類の場合には $\begin{pmatrix} \dfrac{a_1}{1-a_1} \\ 0 \end{pmatrix}$，$t_1$，$\begin{pmatrix} \dfrac{a_2}{1-a_1} \\ 0 \end{pmatrix}$，$t_2$ というベクトルとスカラーの組み合わせで表わされることとなる。この点については，西（2015b），87頁を参照。なお，ここで t_1，t_2 とはいうまでもなく価値であり，$t_1=a_1t_1+\tau_1$，$t_2=a_2t_1+\tau_2$ で定義されるものである（西（2013），等）。なお，τ_1，τ_2 は，資本財，消費財を一単位生産するのに必要な直接労働量である。

7）ただし，式としては同じとしても，定義はパシネッティのそれとは異なっている。なぜかといえば，パシネッティの議論が有効重要の原理の観点，つまり今期の需要が今期の供給を決めるという観点か

ら考えられている（産業間乗数理論）のに対して，本稿の議論では同時並列的な生産構造のもとに，古典派的な供給が需要を決めるという議論の観点からとらえられているからである。

8）　この行列はパシネッティによれば，先の(3)式，つまり $(\mathbf{I}-g\mathbf{G})^{-1}$ と双対の関係にあるものである。

9）　これについては西（2016b），88–89頁。

10）　このような資本概念の区分けは恣意的かもしれないが，とりあえず，古典派やマルクスの議論を定式化する際には生産資本が用いられるのが一般的であるので，便宜的にそのように考えておく。

参考文献

柴田敬（1941）「生存基本と資本」『資本主義経済理論』有斐閣，所収：95–116.

柴田敬（1942）『新経済論理』弘文堂.

西淳（2013）「自己回帰的生産構造における平均生産期間の規定問題―柴田敬の試みと松尾匡による定式化との関係―」『季刊　経済理論』第50巻第 2 号：69–76.

西淳（2014）「生存基本 Subsistence-Fund と資本 Capital についてのノート―西（2013），（2014）への補論―」『阪南論集　社会科学編』第50巻第 1 号：51–60.

西淳（2015a）「生存基本分析と垂直的統合―柴田敬の経済学と L. パシネッティの経済学―」『阪南論集　社会科学編』第50巻第 2 号：177–192.

西淳（2015b）「ベーム – バヴェルク型経済とマルクス型経済との関係について」『立命館経済学』第64巻第 2 号：84–90.

西淳（2016a）「「資本」の定式化について―柴田敬の「資本」概念と西（2014），（2015）における定式化との関係―」『立命館経済学』第64巻第 3 号：17–27.

西淳（2016b）「ベーム＝柴田モデルと拡大再生産」『季刊　経済理論』第53巻第 2 号：87–93.

Böhm-Bawerk, E. v. (1959) *Positive Theory of Capital* (*Capital and Interest, vol. II*), tr. by G. D. Huncke and H. F. Sennholtz, Libertarian Press.

Matsuo. T. (2010) Average Period of Production in Circulating Input-Output Structure, *Applied Mathematical Sciences,* Vol. 4, no. 46: 2293–2313.

Pasinetti, L. L. (1973) The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis, *Metroeconomica,* Vol. 25（中野守・宇野立身訳『生産と分配の理論　スラッファ理論の新展開』日本経済評論社，第 2 章）.

Pasinetti, L. L. (1977) *Lectures on the Theory of Production,* Columbia University Press（『生産理論　ポスト・ケインジアンの経済学』菱山泉，山下博，山谷恵俊，瀬地山敏訳，東洋経済新報社，1979年）.

Shibata, K. (1938) Capital and the Subsistence-Fund, *Kyoto University Economic Review,* Vol13, No. 2:55–74.