労働の超過需要領域を含むオールドケインジアンモデルの貨幣賃金率の運動

松 尾 匡
熊 澤 大 輔

はじめに
Ⅰ．オールドケインジアンモデル
　ⅰ）失業がある領域での運動
　ⅱ）労働の超過需要がある領域での運動
Ⅱ．両領域を含む場合の一時的均衡
　ⅰ）AS 曲線と AD 曲線の導出
　ⅱ）一時的均衡と均衡の安定性
Ⅲ．両領域を含む場合の貨幣賃金率の運動

はじめに

通常のオールドケインジアンモデルでは，失業が前提とされており，その下ではフィリップス曲線によって決定される貨幣賃金率の運動は，通常安定であると言われている。しかし，労働の超過需要が発生し，労働供給曲線上で雇用量が決定されるケースを含めたとき，貨幣賃金率がどのように運動するかは，一般的に説明されていない[1)]。本稿の目的は，労働の超過需要を含めたオールドケインジアンモデルを用いて，貨幣賃金率の運動を考察することである。結論から言うと，貨幣賃金率の運動は，財市場均衡の数によって次の３ケースに大別されることが明らかとなる。１）小さな摂動による循環運動，２）貨幣賃金率の初期値によって収束，または発散，３）収束または循環運動を続ける。

Ⅰ．オールドケインジアンモデル

通常，オールドケインジアンモデルの体系は以下のように示される[2)]。

Y：国民所得　F：生産関数　C：個人消費　I：投資　p：価格　w：貨幣賃金率
i：利子率　R：実質賃金率　M^s：名目貨幣供給量　N^d：労働需要　N^s：労働供給

$$Y=F(N)\quad F'>0\quad F''<0 \tag{1}$$

$$Y=C(Y)+I(i) \tag{2}$$

$$\frac{M^s}{p}=l(Y,\ i) \tag{3}$$

$$w=R(Y)p \tag{4}$$

$$w_{t+1}=w_t+\varphi(N^d-N^s) \tag{5}$$

⑴式は生産関数であり，⑵，⑶式はそれぞれ財，貨幣市場の需給均衡式，⑷式は定義式，⑸はフィリップス曲線によって決定される貨幣賃金率を，離散形で表している。一時的均衡は，外生変数 N^s，w として，内生変数 Y，i，p によって決定されることになる。通常のオールドケイジアンモデルでは，失業が存在する領域だけを問題にしており[3]，⑴式の国民所得 Y は労働需要量 N^d によって決定される。一方，労働の超過需要が発生した場合，国民所得 Y は，労働供給量 N^s によって決定される（制限される）ことになる。本節では，まず，失業がある領域，労働の超過需要がある領域，それぞれに限定したときの貨幣賃金率の運動についてみる。そして次節以降で，両領域を含むより一般的なケースについて考察していく。

ｉ）失業がある領域での運動

企業は利潤を最大化するように生産量，雇用量を決定しているので，

$$F'(N)=R \tag{6}$$

がこの体系においても満たされている。⑹式を考慮すると⑸式は，

$$w_{t+1}=w_t+\varphi[N^d\{R(Y(w))\}-N^s\{R(Y(w))\}]$$

と表されるので，w_t で微分すると貨幣賃金率の運動は次のように示される。

$$\frac{dw_{t+1}}{dw_t}=1+\varphi\left(\frac{dN^d}{dR}-\frac{dN^s}{dR}\right)\frac{dR}{dY}\frac{dY}{dw} \tag{7}$$

$-1<dw_{t+1}/dw_t<1$ であれば，この体系での貨幣賃金率の運動は安定となる。以下，各微係数について符号を確認していく。⑹式より，

$$dN^d/dR=1/F''<0 \tag{8}$$

であり，

$$dN^s/dR>0 \tag{9}$$

とする。つまり，実質賃金率の上昇は労働供給量を増加させると考える[4]。失業がある領域では，国民所得 Y は雇用量 N^d によって決定される。よって，⑴⑻式より，

$$\frac{dR}{dY}=\frac{dR}{dN^d}\frac{dN^d}{dY}<0 \tag{10}$$

となる。最後に dY/dw の符号であるが，貯蓄性向を s として⑵式は $C=(1-s)Y$ とする。この

(2)式と，(3)(4)式を全微分して整理すると，

$$\begin{bmatrix} s & -I' & 0 \\ l_Y & l_i & M^s/p^2 \\ pR' & 0 & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dY \\ di \\ dp \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1/p \\ 0 \end{bmatrix}M^s+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}dw \tag{11}$$

となる。各微係数の符号は $I'<0$，$l_Y>0$，$l_i<0$ である。また(10)式により，$R'<0$ なので，(11)式のヤコビアンの行列式は

$$\det J=sl_iR-I'\frac{M^s}{p^2}pR'+I'l_YR<0 \tag{12}$$

よって，クラメールの公式より，

$$\frac{dY}{dw}=\frac{1}{\det J}\left(-I'\frac{M^s}{p^2}\right)<0 \tag{13}$$

となる。したがって，(8)(9)(10)(13)式より，$dw_{t+1}/dw_t<1$ となる。よって，失業がある領域では単調発散することはない。

ところで，(13)式の分母・分子を I' で除して正確に書くと，

$$\frac{dY}{dw}=\frac{-M^s/p^2}{(sk+l_Y)R-M^s/pR'}\quad \text{ただし，} k\equiv\frac{l_i}{I'} \tag{13'}$$

となる。k は，ケインジアン的想定――投資の利子率に対する反応度は小さく，貨幣需要の利子率に対する反応度は大きい――の下では大きくなるので，以下ケインジアン指数と呼ぶ。(7)式の貨幣賃金率の運動は，このケインジアン指数の大小によって決まる。まとめると，

表 1　失業がある領域におけるケインジアン指数と貨幣賃金率の運動

k	$\lvert dY/dw\rvert$	dw_{t+1}/dw_t	運　動
大 き い	小 さ い	>0	単調収束
小 さ い	大 き い	<0	振　動
十分小さい	十分大きい	<-1	振動発散

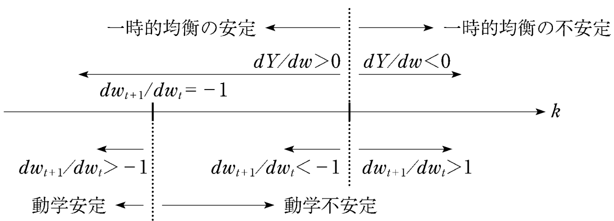
よって，ケインジアン指数が小さければ不安定となり，大きくなると安定になる。ただし，振動が生じるということは，労働の超過需要の領域に入ることを意味するので，これだけでは運動を判断することはできない。

ii ）労働の超過需要がある領域での運動

前節で述べた通り，労働の超過需要があるとき，国民所得 Y が労働供給量 N^s によって決定されることになる。このとき，貨幣賃金率の運動方程式(7)式の微係数 dR/dY の符号は逆転する。

$$\frac{dR}{dY}=\frac{dR}{dN^s}\frac{dN^s}{dY}>0 \tag{10'}$$

よって，$dY/dw>0$ でなければ $dw_{t+1}/dw_t<1$ が満たされない。さて，dY/dw の符号であるが，労働の超過需要領域では，⑽式が(10')式になっているので（$R'>0$），(13')式から dY/dw の符号を確定することはできない。しかし，後に分かるように，労働の超過需要領域での一時的均衡は，$dY/dw>0$ のとき安定となり，$dY/dw<0$のとき不安定となる[5]。また，労働の超過需要領域においても，ケインジアン指数の大小によって dY/dw の符号が変化することになる。k の大小による一時的均衡の安定性および動学安定性の関係を図示すると以下のようになる。



したがって，労働の超過需要領域における貨幣賃金率の運動は，失業領域とは逆に，ケインジアン指数が小さければ安定，ケインジアン指数が大きくなると不安定となる。これも同様に整理すると，次のようになる[6]。

表 2　労働の超過需要領域におけるケインジアン指数と貨幣賃金率の運動

k	$\lvert dY/dw \rvert$	dw_{t+1}/dw_t	運　動
小	大	>-1	安　　定
中	中	<-1	振 動 発 散
大	小	>1	一時的均衡が不安定

Ⅱ．両領域を含む場合の一時的均衡

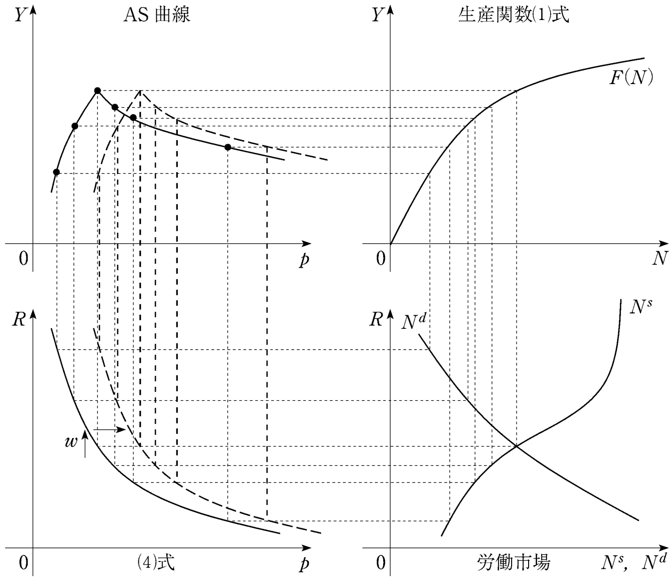
前節では，失業がある領域，労働の超過需要の領域，それぞれに労働市場の領域を限定して貨幣賃金率の運動について考察した。本節以降では，両領域を含めた場合の，より一般的な貨幣賃金率の運動について明らかにする。そのためには，労働市場の切り替わりを含めて貨幣賃金率の運動を考察する必要がある。以下では，これを定性的に分析していく。本節では，貨幣賃金率 w を所与として，一時的均衡の決定およびその均衡の安定性について考察し，貨幣賃金率が変化した場合の動学的分析はⅢ節で行うことする。具体的には，本節ｉ）にて，AS 曲線・AD 曲線を導出した後，ii）において，労働供給曲線の形状に応じて大別した 3 ケースについて，一時的均衡の決定と安定性について調べる。

ｉ）AS 曲線と AD 曲線の導出

まず，総供給曲線（以下 AS 曲線）と総需要曲線（以下 AD 曲線）を四面図をも用いて導出し，

貨幣賃金率が変化したときに，AS・AD 曲線がどのようにシフトするかを明らかにする。(1)(4)(8)(9)式を四面図で描くと以下のようになる。

図 1　AS 曲線の導出



失業から労働の超過需要へと切り替わるときに AS 曲線も大きく変化する。特に，労働の超過需要領域の AS 曲線の形状は，労働供給曲線の形状に依存しており，後に見るように，AS-AD 曲線の交点で決まる財市場の均衡は，その形状に応じていくつかの場合に分けられることになる。また，図 1 の点線は貨幣賃金率が上昇した場合を示しているが，このとき AS 曲線は右にシフトし（縦軸に p をとると上にシフトする），逆は逆となる。

次に AD 曲線であるが，いま，利子率（債券市場）の調整が十分早いとして，(2)式で決定された利子率が(1)式に代入されると考えると，総需要は次のように書ける。

$$AD : Y^* = C(Y^*) + I(i(Y^*,\ p)) \tag{14}$$

周知の通り，この AD 曲線は IS-LM 曲線から導出でき，以下のようになる。

図 2　IS-LM 曲線

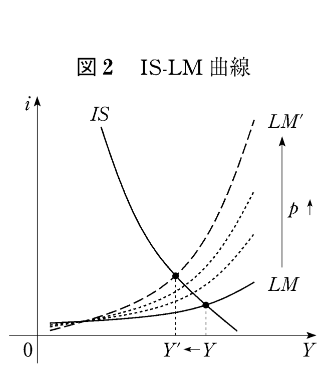
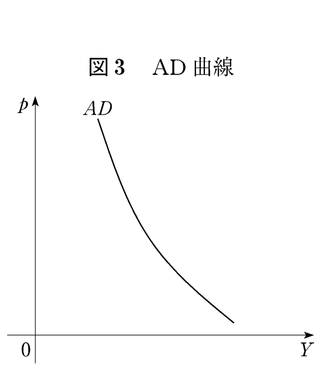


図 3　AD 曲線

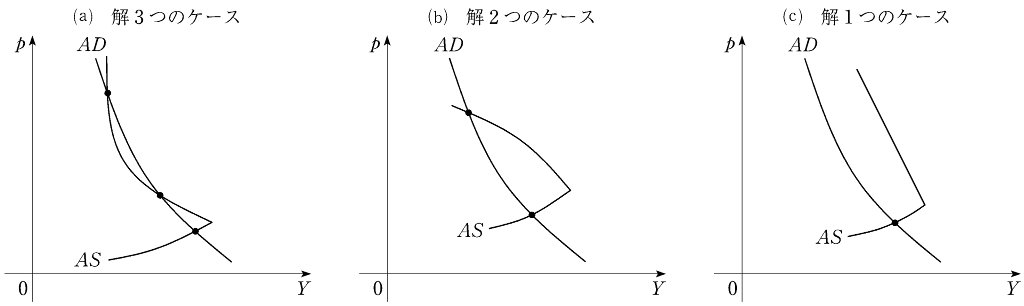


いま，価格 p が上昇すると，(3)式より実質貨幣供給量が減少し，利子率の減少を通じて貨幣需要が上昇する。したがって，LM 曲線は上にシフトする。よって，Y－p 平面に AD 曲線を描くと，図 3 のように傾きが右下がりの曲線となる。また，AD 曲線は，(14)式から，貨幣賃金率が変化しても何ら影響を受けない。したがって，貨幣賃金率が変化した時，AS 曲線だけがシフトすることになる。

ii ）一時的均衡と均衡の安定性

次に，AS 曲線と AD 曲線の導出が終わったので，その交点によって決まる一時的均衡とその安定性について調べる。前述した通り，AS 曲線の形状は，労働供給曲線の形状によって決まる。したがって，財市場均衡の数は，労働供給曲線と AD 曲線の形状によって決定されることになる。以下では解の個数が異なる次の 3 つのケースについて考察していく。いま縦軸 p，横軸 Y とすると（図 1 と縦軸・横軸が逆転していることに注意），財市場の均衡は，各ケースに応じて次のように決定される。

図 4　財市場の均衡

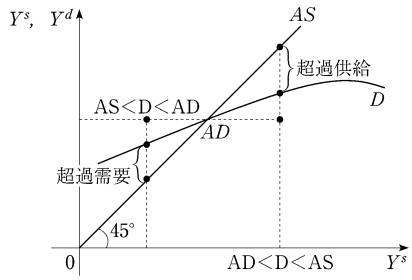


上図から，財市場の均衡点の数は，各ケースにおいて異なることが解る。それぞれの均衡点の安定性については，AD 曲線が AS 曲線より右（左）に位置している時，超過需要（超過供給）となるので，価格の運動から考察することが可能である。しかし，ここでの AD 曲線は，(14)式から導出されていることに注意する必要がある。(14)式は，均衡生産量 Y^* のときの総需要量を表しており，均衡でのみ意味をもった値となる[7]。したがって，財市場に過不足があるときも含めた実際の総需要は，均衡生産量 Y^* ではなく，その時々の生産量 Y^s で評価したものでなければならない。すると，(14)式は

$$Demand: Y^d = C(Y^s) + I(i(Y^s,\ p)) \qquad (14')$$

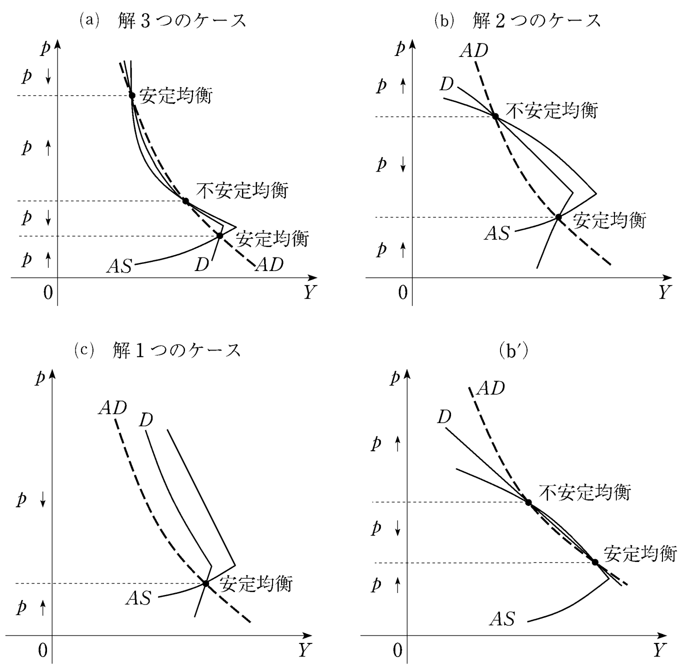
となる。当然ながら，価格の運動も，AS 曲線と実際の総需要曲線（以下 D 曲線）との関係から判断する必要がある。いま価格 p を所与として，AS・AD・D 曲線の関係を45度線図で描くと，

図 5　AS・AD・D 曲線の位置関係



となる。D 曲線が図 5 のような形状になるのは，(9)式の右辺第 1 項が Y^s より小さく，かつ，第 2 項は(2)式より減少するからである[8)]。その交点は⒁式より，ある所与の価格のもとで常に AD 曲線と等しい。したがって，D 曲線は常に AS 曲線と AD 曲線の間にあることになる。以上を踏まえて，図 4 に D 曲線を新たに書き加えて AS 曲線と比較すると，均衡点の安定性は以下のようになる[9)]。

図 6　各ケースにおける均衡の安定性



D 曲線が AS 曲線より右（左）に位置している時，超過需要（超過供給）となる。結果的には，D 曲線が AD 曲線と AS 曲線の間になるので，AD 曲線と AS 曲線を比較したときと価格の運動は同じになる。各ケースについて少なくとも一つは安定均衡が存在するので，あとは，ケース毎に貨幣賃金率が変化したときの一時的均衡の変化を明らかにし，貨幣賃金率の動学的な変化が解るように図示していけばよい。

Ⅲ．両領域を含む場合の貨幣賃金率の運動

本節では，最終的に $w_{t+1}-w_t$ 平面に運動を図示することで，本稿の目的である両領域を含む場合の貨幣賃金率の運動を明らかにする。手順は以下の通りである。まず前節の図６を用いて，貨幣賃金率が変化したときの一時的均衡の変化を $Y-w$ 平面へと図示していく。その結果を，貨幣賃金率の動学方程式(5)式から，貨幣賃金率とその変化分 Δw を表す $\Delta w-w$ 平面にした後，最後に $w_{t+1}-w_t$ 平面に図示する。

第Ⅰ節の図１により，縦軸 p，横軸 Y のとき，貨幣賃金率が上昇（下落）すると，AS 曲線は上方（下方）へシフトすることは既に確認している。まず，貨幣賃金率の変化による AS 曲線のシフトによって，一時的均衡がどのように変化するかを $Y-w$ 平面に描いていく。左図は，AS 曲線と AD 曲線からなっており，貨幣賃金率 w の変化による AS 曲線のシフトを示したものである。図７左図では，貨幣賃金率が w_0 のときの AS 曲線は，実線 $AS(w_0)$ で描かれており，w が上昇（下落）すると，AS 曲線は実線 $AS(w_0)$ より上（下）にシフトする（図１参照)。一方，右図は貨幣賃金率 w の変化によって左図の交点に示される均衡の国民所得 Y がどのように変化するのかを示したものでる。いま (a) のケースに着目してみると，貨幣賃金率が w_0 のとき，AS 曲線は実線 $AS(w_0)$ に位置しており，均衡点は a_1，a_2，a_3 の３つある。左図の a_1，a_2，a_3 のそれぞれの国民所得 Y の値を，右図の $Y-w$ 平面に描くと，w_0 の実線上に a_1，a_2，a_3 が並ぶことになる。貨幣賃金率が上昇して w' になったとすると，AS 曲線は上にシフトして点線 $AS(w')$ になり，そのときの均衡点（薄丸）の Y の値を右図の $Y-w$ 平面に描くと，w' の点線上の薄丸になる。w'' は貨幣賃金率が減少したときの様子を同じく表したものである。画して，(b)，(c) のケースも同じように $Y-w$ 平面に描いていくと図７のようになる。

$Y-w$ 平面図の色の濃い線は安定均衡，薄い線は不安定均衡部分に対応している。また，白丸印は，それを境にして労働市場の対応する領域が入れ替わっていることを示している。上図からも解るように，貨幣賃金率の変化によって，均衡が新たに出現したり，消滅したりする。いずれのケースにおいても，失業がある領域の dY/dw の符号は，Ⅰ節での結果と一致しており負となっている。一方，労働の超過需要領域では，安定均衡のときはすべて正であり，不安定均衡のときにはすべて負となる。

さて，図７により貨幣賃金率の変化で一時的均衡がどのように変化するのか明らかとなったので，以下では，図７を用いて $\Delta w-w$ 平面から $w_{t+1}-w_t$ 平面へと図示していく。(5)式より，$\Delta w=\varphi(N^d-N^s)$ なので，貨幣賃金率の変化 Δw は労働市場の需給 N^d-N^s に比例する。労働需要供給曲線図を用いて $\Delta w-N$ 平面のこの関係を図示すると以下のようになる。

図８右図において，失業があるときは，下側の曲線と対応しており，逆に，労働の需要超過があるときには，上側の曲線が対応している。図７，図８および(1)式を用いて四面図を描くと，各ケースは $\Delta w-w$ 平面に次のように書ける。

最後に，図９の $\Delta w-w$ 平面図を $w_{t+1}-w_t$ 平面図に書き映す。これは，縦軸の値を Δw から w_{t+1} に変えればよいのであるが，$w_{t+1}=w_t+\Delta w$ であることを考慮すると，$\Delta w-w$ 平面の各点か

図 7　貨幣賃金率の変化による一時的均衡のシフト

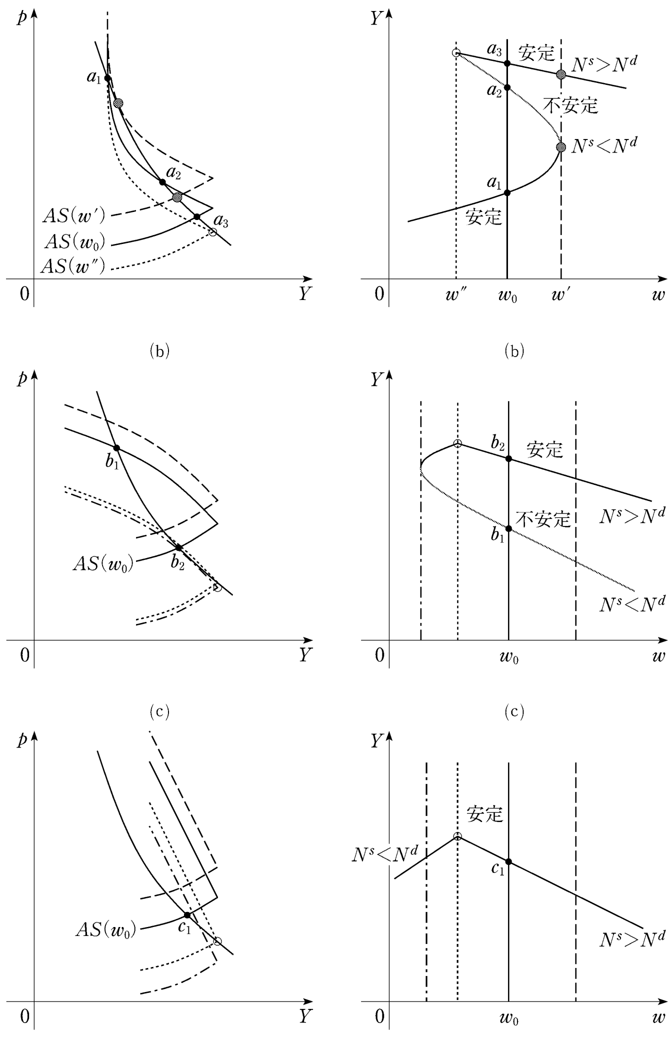


図 8　雇用と貨幣賃金率の変化

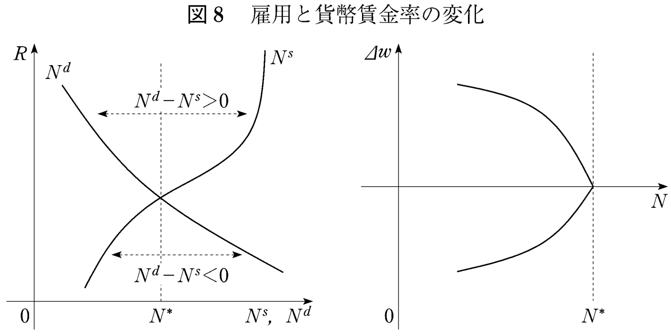
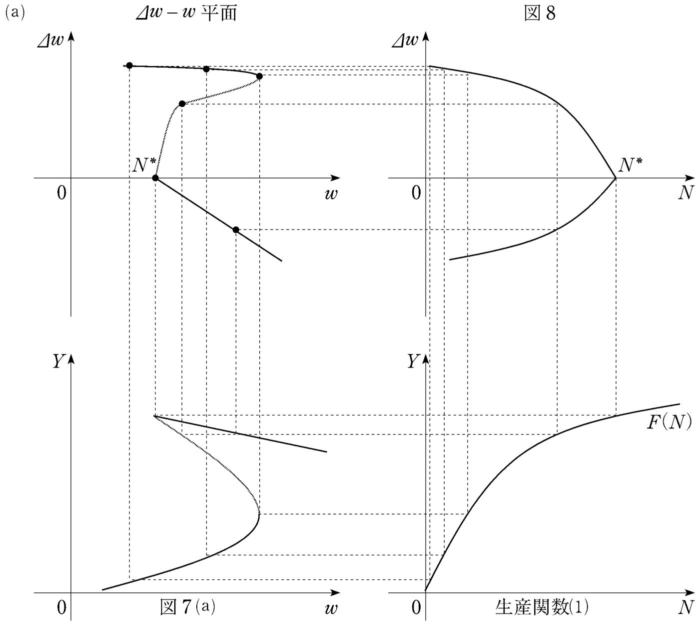
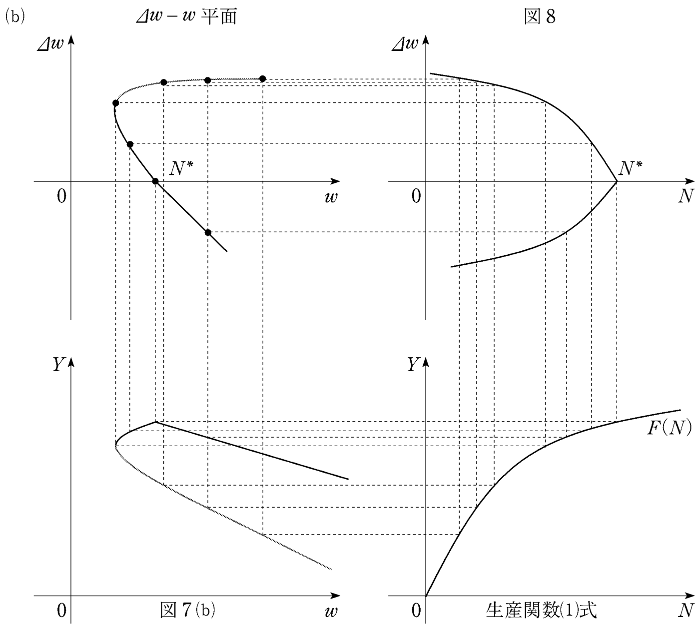


図 9　$\Delta w-w$ 平面図の導出





ら左斜め上に 45° 線を引き二等辺三角形を作ることで $w_{t+1}-w_t$ 平面に図示することができる。[10]

安定均衡部分を黒線と不安定均衡部分を灰色線として明示すると，両領域を含む場合の貨幣賃金率の運動は次のように書ける。

上図では45度線を境に，左上の領域は労働の超過需要状態にあり（w の上昇），右下の領域は失業が発生している（w の減少）。ここでは，ケインジアン指数 k が大きいと仮定して，失業がある

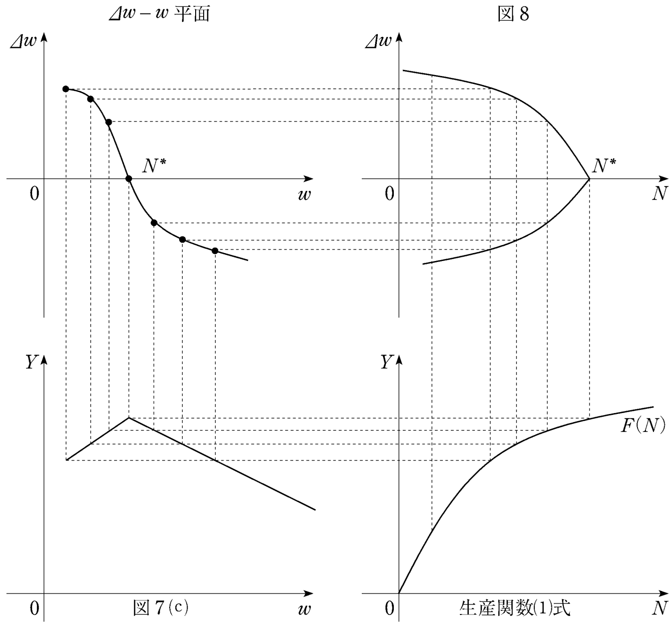


図10　$w_{t+1}-w_t$ 平面図の導出

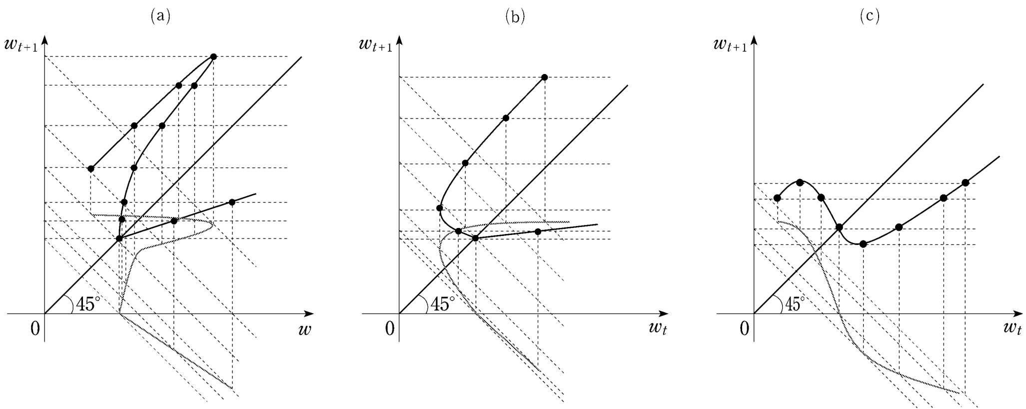
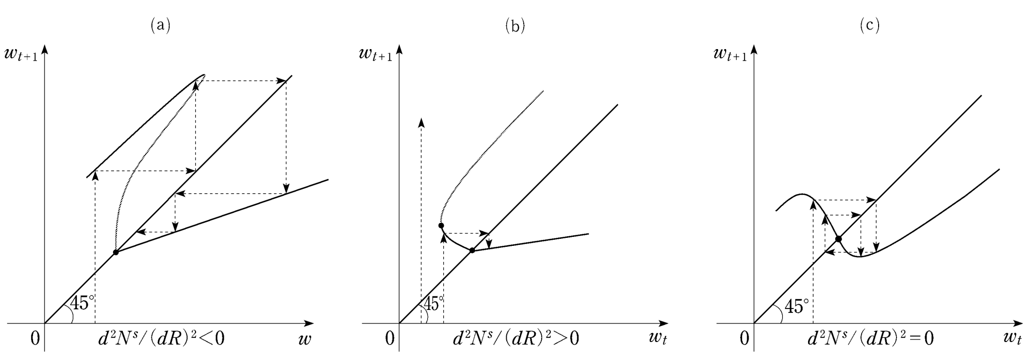


図11　貨幣賃金率の運動



領域（右下）における運動の傾きは，−1より大きく（緩く）なるように図示されている[11]（表1参照）。各ケースについて貨幣賃金率の運動を要約すると以下のようになる。(*a*)のケースにおいては，貨幣賃金率は収束していくが，小さな摂動により均衡から乖離すると，循環運動し続けることになる。次に(*b*)のケースでは，初期値が小さいと発散，大きくなると安定となり，初期値に依存して運動が決まる。そして，(*c*)のケースにおいては，循環しながら収束するかもしれないが，パラメータによっては周期解，もしくはカオスが発生する可能性がある。

したがって，両領域を含めたオールドケインジアンモデルでは，必ずしも貨幣賃金率の運動が収束するとは言えず，初期値および労働供給曲線，AD 曲線の形状によって，多様な運動が発生することが明らかとなった。

注

1) 例えば，中谷巌『入門マクロ経済学（第5版）』p. 221〜222では，労働の超過需要領域で，IS-LM 曲線の交点が存在することになっている。しかし，IS 曲線は財市場均衡を表しているので，超過需要領域で IS 曲線の均衡は存在しない（完全雇用を超えて生産量は拡大できないので，労働の超過需要領域では財市場は供給不足に陥っているはずである）。また，たとえば佐藤真人著『新版マクロ経済学』においては失業の存在を前提にしている。

2) このモデルは，Modigliani（1944），p. 46の一時的均衡体系に((1)〜(4)式)，フィリップス曲線による貨幣賃金率の運動方程式(5)式を加えたものである。

3) 以下，本稿での失業とは労働の超過供給（$N^d-N^s<0$）を意味するものとする。ただし，失業と労働超過供給は本来同義ではなく，また単純な比例関係にもない。Holmes, James M., Smyth, David J.（1979），参照。

4) 十分実質賃金率が高い場合，労働者の余暇と消費の選択の結果として，所得効果が代替効果を上回り，$dN^s/dR<0$ となるケースも考えられるが，ここでは代替効果＞所得効果と仮定する。

5) 第Ⅱ節図6参照。

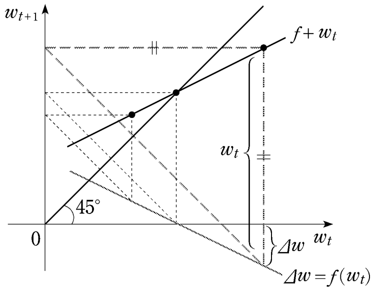
6) 表1と表2のそれぞれの大小関係は，全く別の指標のもと記されたものであり，相対的に比較はできないことに注意。

7) 詳細は松尾匡『標準マクロ経済学』p. 117-118。

8) Y^s が十分に大きくなると，LM 曲線の勾配が急になり利子率が急上昇するので，I' が小さくても，D 曲線の傾きがマイナスになる場合がある。ここでは，D 曲線の傾きは AD 曲線を下回らないと仮定する。つまり，l_i は大きいものとする。

9) (*b′*)は(*b*)より貨幣賃金率が低いときの様子を示したものである。(*b*)のケースではこのような接し方で2解が存在する場合がある。

10) 以下の図のように，薄い線（右下がりの直線）を濃い線（右上がりの直線）移しかえている。



11) ケインジアン指数が十分小さくなると，AD 曲線の傾きが緩やかになり，(*a*)のケースが除かれ，

（b），（c）のケースだけとなる。

参考文献

Holmes, James M., Smyth, David J.（1979）, “Excess demand for labor, unemployment, and theories of the Phillips curve,” *Journal of Macroeconomics*, Vol. 1, No. 4, pp. 347-372

Modigliani（1944）, “Liquidity Preference and the Theory of interest and Money,” *Econometorica*, Vol. 12, No. 1, pp. 45-88

Richard G. Lipsey（1960）, “The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1862-1957 : A Further Analysis,” *Economica*, Vol. 27, No. 105, pp. 1-31

佐藤真人著『新版マクロ経済学』勁草書房　2009

中谷巌『入門マクロ経済学（第5版）』日本評論社　2007

松尾匡『標準マクロ経済学』中央経済者　1999

Movement of Money Wage Rate in Old Keynesian Model Covering Unemployment and Excess Demand for Labor

Tadasu MATSUO
Daisuke KUMAZAWA

Abstract

The aim of this paper is to re-examine the movement of money wage rate in Old Keynesian Model（Modigliani, 1944）. This model usually assumes unemployment in labor market, but we show that in more general cases covering both unemployment and excess demand in labor market, the movements of money wage rate are not necessarily stable. The movement of the money wage rate is roughly divided into the following three cases, 1）Cyclical fluctuations caused by a small perturbation, 2）Convergence or divergence according to initial values, 3）Convergence or Cyclical fluctuations.