Excelによる身近な金利計算

――基本的な考え方と銀行預金の金利――

平　田　純　一

1．初めに

最近大学に入学する学生諸君の中には，高等学校までの学習で，銀行預金金利の計算方法を学ぶ機会がない人がいるという話を聞く。こうした背景もあり，経済学部やファイナンス・インスティテュートで学ぶ学生諸君の中にも金利の持つ意味や，金利変化の影響に関する認識が充分ではないと見受けられる人が多い。金利の持つ意味を理解し，各種金利の計算方法を知ることは，経済学ばかりではなく，経営学，金融・ファイナンスを学ぶ上でも最も基本的な内容のひとつであり，大学入学時にこうした概念を理解していないと，具体的なイメージを持って各分野の学習を行うことは困難である。

考えてみると，世間で金利が話題になる機会は非常に多いが，個別具体的な金利の計算方法をきちっと説明できる人がどれだけいるのかというと，必ずしも多くはない。学生諸君のご両親の中には住宅ローンの返済を続けている方も多いであろうが，住宅ローンを借りた場合，各種の返済方法によって実際に支払う金利が多くなるのか少なくなるのか，金利水準が変更されると返済する金額がどのように変更されるのかを自分自身で計算することのできる人はほとんどいないであろう。場合によっては，住宅ローンをいくら借りたら毎月の返済金額がいくらで，ボーナス時の返済金額はいくらであると説明している銀行員でもどういう仕組みでこうした金額になるのかを正確に理解していない人もい

そうである。実は，こうした問題は高等学校で学んだ数学（等比数列の和の計算）の応用問題として簡単に考えることができる。本稿ではこうした金利計算に関する理論的計算方法の説明と併せて Excel による具体的な計算例に関しても実際に計算しながら説明する。

学生諸君が実際に金利を意識するのは，年 2 回程度銀行や郵便局の預金通帳に利子が記録される時のみであろう。ところが，現在の大学生諸君が預金口座を開設して以降，日本における金利水準は極めて低いものであり，通帳に金利が記載されてもほとんど意識しない程度であることも，学生諸君の金利に対する意識水準が低いことの原因であろう。これから先の日本経済で，金利が現在の水準で推移するとは考えにくく，次第に上昇していくことが予想される。こうした金利水準上昇の影響がどのように現れるのかに関する感覚を説明することも本稿の目的である。

本稿では，我々の身近にある各種の金利に関してその計算方法を説明しつつ，実際に Excel を用いて金利や元利合計，ローンの返済金額を具体的に計算し，金利の持つ意味を考えて行く。こうした考察を通して，金融の問題を少しでも身近な問題として理解してほしいと考えている。

金利計算に関しては，対象とする金融資産の相違によって，状況の設定は多様に考えることができる。しかしながら，こうした計算に必要となる数学の道具は基本的な等比数列の和の計算のみである。よって，基本的な内容を正確に理解すれば，応用範囲は広い。本稿ではこうした金利計算に関する基本的な考え方と，最も身近な銀行預金金利の計算方法に関して説明する。次稿以後，債券の金利計算，ローン金利の計算，株式収益率の計算等に関して順次説明する予定である。

本稿の構成は，以下の 2 節で金融と金利の役割をいくつかの視点から説明し，今後の具体的な金利計算に対する動機付けを行う。3 節で金利計算の基本である，単利と複利に関して説明し，Excel による計算作業とグラフ作成方法の基本を説明する。4 節では付利の単位期間の相違が複利計算による元利合計にどのような影響を与えるのかを説明することとあわせて自然対数に関しても学ぶ。

５節では，積立預金の利用目的とケースごとの金利計算方法を具体的に説明する，この過程で等比数列の和の公式に関しても説明する。

２．金利の役割

学生諸君は，これまでにもいろいろな場で金利の役割に関して学んできていることであろう。しかしながら学生諸君が，実際に資金を運用したり借金をしたりする機会はほとんどないので，いくら講義や演習で金利に関する説明を学んでも実感を持って理解できないことであろう。以下で各種金利の計算方法を学び，理論としては理解できてもこれの果たす役割を正確には認識できないのではないかとも考えられる。そこで，くどいと感じる学生諸君がいることは充分に覚悟した上で，そもそも金利の持つ意味とはどういうことなのかの説明から始めることにする。

金利に関して学ぶ上で初めに確認しておかなくてはならないのは，金融の問題を考える上での前提である。銀行に預金をすれば金利が得られ，銀行から借金をすれば金利を支払わなければならない。このことは，当然のこととのようだが，この理由を知ることが先ず重要である。

皆さんは，「今10万円あげるか来年10万円あげるか。」と聞かれれば，躊躇なく「今10万円もらう。」と答えるであろう。それでは，「今なら10万円だけど来年まで待てば11万円あげる。」と言われたときにはどのように答えるのであろうか。この問に対する返事の中に金利の持つ意味が込められている。学生諸君は，もらったお金で財・サービスを購入することを先ず意識するので，今現在10万円で購入したい財・サービスを思いつけば，来年まで待てば１万円多くもらえる場合でも今すぐに10万円もらう方を選択し，直ちに欲しい財・サービスを購入するであろう。

金融で考える資金の貸借及び金利では，当面は財・サービスの購入には利用されない余裕資金の存在を前提として議論が構成されている。もちろんこの資

金を一定期間後に財・サービスの購入に利用することはあり得るが，当面の余裕資金を前提としてこの運用を考えることになる。一方で当面財・サービスを購入する為の資金が不足する経済主体は資金を借り入れるという関係になっている。当面の手持ち資金がどれくらいの期間余裕資金であり続けるのかに応じて運用する金融資産の満期を選択することになる。また，財・サービスの購入のために資金が必要になる時期が不確実な場合と確実な場合とでは運用対象となる金融商品も異なることが予想される。

資産を運用する期間が確実である場合には，一般的には長期間保有する金融資産の金利の方が短期間しか保有しない金融資産の金利より高いので，長期の金融資産で運用する方が有利になる。一方資産運用の対象期間が不確実な場合には，短期の金融資産で運用するか，市場で売買することが容易な金融資産を利用して資産運用を行うことになる。しかしながら，金利水準は随時変化するので，一般的に長期の金融資産の金利の方が短期の金融資産の金利より高いとしても，今後金利水準が上昇することが予想される場合には，金利水準が長期間固定的な金融資産で運用することが有利ではない場合もある。

以上述べてきたように，金融取引に関する基本的な確認点の第 1 は，一方に余裕資金を持つ経済主体（投資家）が存在し，投資家は余裕資金を可能な限り有利に運用して収益を上げたいと考えていることである。一方に資金を活用してこれを財・サービスの購入に利用し，この財・サービスを利用してできるだけ多くの収益を上げたいと考えている経済主体（事業家）がおり，事業家は如何に費用をかけずに資金を調達するのかを考えているという状況が前提となっている。よって，誰が余裕資金を持ち誰が事業機会を持っているのかによって資金の貸し手と借り手が決まる。

確認点の第 2 は，投資家はどの程度の期間資金を運用することができるかの判断である。これによって投資対象となる金融資産を選択することが想定される。この選択の目安となるのが金融商品の満期である。

確認点の第 3 は，資産を運用する場合の対象金融商品がどの程度容易にかつ損失を被ることなく，現金に変換することが可能であるか（流動性），及び収益

率（一般的には金利）が固定的であるのか変動的であるのかということである。

確認点の第４は，金融商品を購入した場合最終的に最初に投資した金額が戻ってくることが保証されているかどうか（元本保証）ということである。これも，金融資産の選択で強く意識される。

本稿では身近に存在する金利を正確に計算する為の方法を説明することに，目的があるので，本稿で検討する金融商品として，銀行預金を中心に考える。次稿以後で，銀行からの借り入れ及び債券（代表的なものは政府の発行する国債である），株式（証券）に関しても説明する予定にしている。これらの間の選択の問題も余裕資金の運用を考える上では重要な検討対象である。更に現在では日本の投資家にとって，外国の金融資産も重要な資金の運用対象となっているが，これに対する投資を考える場合には，外国為替レートの動向に関しても視野において考えることが必要になる。

以上をまとめると，投資家が考慮しなくてはならないことは，１）対象金融商品の満期，２）対象金融商品の金利水準とこれの固定性，３）金融商品の流動性といったことである。よって以下に示す金利計算で素材とする各種金融商品に付いて，ここで示した３要素に関しては何らかの形で条件を示すことにする。

ところで，これまでの説明でも何故投資家が金利を受け取り，事業家が金利を支払うのかの説明はされていないことに気が付いたであろうか。当たり前と言えば当たり前であるが，現実の社会では資金の貸借には金利の支払と受け取りとが伴っている。金利を受け取る立場の人が何故金利の支払いを求めるのかと言えば，現在手持ちの余裕資金を保有しているということは，現在すぐに財・サービスを購入するか，将来財・サービスを購入するかの選択を意識しているとも言える。ここでも一つの前提は，お金や金融資産を保有すること自身が目的ではなく，最終的には財・サービスを購入することが想定されているということである。たとえば現在手持ちの資金で購入することが可能な自動車も存在するが，この資金を１年間金融資産で運用した上で，利子と併せて購入することが可能な自動車は１ランク高級な自動車であるとする。この場合に経済

主体が行っている選択は，見かけ上はどのような金融資産を保有するかであるが，実際には今年手持ち資金で購入することが可能な自動車と来年金利を上積みして購入することが可能な自動車とを選択していることになる。

一方資金を借り入れる事業家は，現在資金を借りて設備投資をすることにより，資金を返済し，更に利子を支払ってもそれ以上の収益を得ることが可能な投資対象を持っていることが前提となる。もし今資金を借り入れることができなければ，現在の投資機会を失い，収益を上げるチャンスを失ってしまう。よってこの事業家も資金を借り入れるかどうかの選択を行っているように見えるが実際は，今投資を行うか行わないか，あるいは将来資金を蓄積してから投資を行うかの選択をしていることになる。

以上の状況を考えると，投資家の立場に立てば，金利水準が高ければ高いほど来年より高級な自動車を購入することが可能になるので，今年は自動車の購入をあきらめて，来年まで金融資産で運用する意欲が高まる。しかしながら，金利水準が低く，来年になっても今年と同程度の自動車しか購入できないのであれば，１年待たずに今年自動車を購入する可能性が高くなる。事業家の立場では，金利水準が低ければ設備投資から得られる収益が少なくても金利の支払いが少ない分負担が小さく，資金を借り入れやすく，金利水準が高いとその分負担が大きく，資金を借り入れにくい。よって，金利水準が低い方が投資の対象範囲が広がり，金利水準が上昇すると投資の対象範囲が狭くなる。

上記の説明から明らかなように，金利水準の変動により資金貸借市場における資金需要，資金供給の金額が変動することになる。これと併せて，金融市場に提供される資金は，何らかの形で最終的には現金化して利用できることが原則であるので，価値水準が維持されるかどうかが重要な選択要素になることも明らかであろう。

以上のことをまとめると，金融の問題を考える場合には，１時点ではなく複数時点を対象とした議論が必要であることが議論を複雑にしている最大の要因である。この為，１時点の問題を考える場合に比べて多様な問題が発生する。よって，金融の問題を考える際には常に時間軸を頭に置いて考えることが必要

になる。これから考える各種の金利計算も時間軸上で固定的な対象と変動する対象の種類に応じて各種の異なった対応が必要となる。本稿では対象としないが，こうした時間軸上の変化において重要な問題の１つに物価水準の変動がある。先に述べた自動車購入の例で考えても。資金を運用して金利を稼いでもその間に自動車の価格が上昇し，１年後には前年に手持ち資金で購入できた自動車が金利で稼いだ分を上積みしてやっと購入することができるという可能性も存在する。

以上の準備を前提に，以下では各種の条件のもとで多様な金利計算の方法を具体的に学んでいく。

３．単利と複利の計算

本節では学生諸君に最も身近な銀行預金をベースに，前節でその意味を考えた金利について，Excel によって実際に計算しながら考える。実際には銀行預金の種類も多数ある。この中で最も基本的な預金は普通預金であり，随時預金と引き出しが可能な預金である。これに対して預け入れ期間を設定した預金が定期預金である。銀行の定期預金にも，３ヶ月，６ヶ月，１年，１年半，２年，３年等の種類があり，これが先に述べた満期の相違である。定期預金の金利は，満期まで預け続けた場合に支払われる金利であり，満期前に現金化（解約）する場合には約束された金利が支払われなかったり，解約手数料を徴収される。ここでは１年の定期預金を中心に考える。その理由は，金利計算は通常１年単位の資産運用を前提に示されているので，預金期間がこれと対応している方が単純だからである。

普通預金の金利は，１年間預金した場合の金利（普通預金金利）を前提に，毎日の預金残高に対して，普通預金金利の 1/365 に対応する金利を付けることが基本である。定期預金金利に関しては，単利と複利の区別が存在する。銀行の金融商品としての表示では，金利受け取り型（単利）と元本増加型（複利）

といった表現が用いられる。単利とは，１年定期預金を１年間預金し，その後も継続的に定期預金として預ける場合，１年経過した時点で利子を受け取る（通常は，利子分を普通預金口座に入金する）形の契約を指している。これに対して，複利というのは，１年経過後に利子分を最初の定期預金額に上積みした上で，預金金額を変更して預け直すと言う契約を指している。

以下では，１年定期預金を10年間同一の金利で継続して預けた場合，単利の契約と複利の契約とで受け取る金利がどのように異なるのかを，Excel で具体的に計算する方法を説明する。

3－1　金利計算データの入力

まず，これから金利計算をするために必要なデータを Excel のワーク・シート上に入力する。入力された結果は，図１に示す通りである。ここでの作業の目的は，元本100万円を，10年間単利で預けた場合と，複利で預けた場合の元利合計の相違を比較することである。まず，表題としてセル A1 に単利と複利の計算を入力する。普通に入力すると，セルの枠をはみ出してしまうが，入力したらそのまま，Enter・キーを押す。列幅の調整方法は後で説明する。日本語を入力する方法は，MS-Word と同一であるので，ここで特に説明する必要はないであろう。

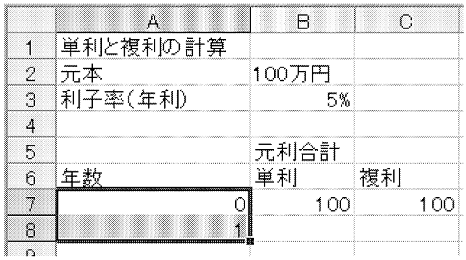
ここで，入力に注意が必要なのは，セル A7 からセル A17 までの年数の数字である。セルごとに数値を入力することはもちろん可能であるが，やや煩雑なので図２のように，セル A7 に０，セル A8 に１を入力した上で，両方のセルを併せてクリック・アンド・ドラッグする。その上で，マウス・ポインターを枠の右下隅に合わせると，右下隅に＋のマークが現れるので，このマークをセル A17 までドラッグする。また，列 A の幅を広げるには，ワーク・シート上部の A と B と書かれている間の縦線に，マウス・ポインターを合わせると表示マークが変わるので，この状態でマウスをクリックし，右にドラッグする。

以上で，金利計算を行う上での準備作業と，Excel のワーク・シートへのデータ入力方法の説明は終わる。次項で実際にこれらを計算する。

図１　単利と複利の計算(1)

	A	B	C
1	単利と複利の計算		
2	元本	100万円	
3	利子率(年利)	5%	
4			
5		元利合計	
6	年数	単利	複利
7	0	100	100
8	1		
9	2		
10	3		
11	4		
12	5		
13	6		
14	7		
15	8		
16	9		
17	10		

図２　単利と複利の計算(2)



	A	B	C
1	単利と複利の計算		
2	元本	100万円	
3	利子率(年利)	5%	
4			
5		元利合計	
6	年数	単利	複利
7	0	100	100
8	1		

3－2　単利と複利の計算とグラフ作成

以下では，元本100万円を年利５％で10年間預金した場合の元利合計を単利の場合と複利の場合とで計算し，この結果をグラフ化する作業を行う。

元本［a］を，金利［r］で n 年間預けた場合の元利合計［単利の場合には V，複利の場合には VC］は，単利の場合に，

$$V=(1+rn)a \tag{1}$$

複利の場合に，

$$VC=(1+r)^n a \tag{2}$$

によって計算される。これらを Excel のワーク・シート上で計算する方法は複数存在する。

図２に示したデータが入力されている前提で，単利の場合にはセル B8 に＝100＊(1＋0.05＊1）を入力し，セル B8 以下に順次，＝100＊(1＋0.05＊2）等を入力して計算することはもちろん可能であるが操作は煩雑である。ここでは，Excel のコピー機能を利用する方法を説明する。このためには，セル B8 に＝B7＊(1＋0.05＊A8）を入力する。ここで，Enter・キーを押すと，105が表示される。この式の意味は，セル B7 に示されている数字に，(1＋0.05＊セル A8 に示されている数字）を掛けろという命令である。最初の＝は，＝以下の指示に従って計算せよと言う命令である。まずここまでの作業を実行する。次に

図 3　単位と複利の計算(3)

	A	B	C	D
1	単利と複利の計算			
2	元本	100万円		
3	利子率(年利)	5%		
4				
5		元利合計		
6	年数	単利	複利	複利2
7	0	100	100	100
8	1	105	105	105
9	2	110	110.25	110.25
10	3	115	115.7625	115.7625
11	4	120	121.5506	121.5506
12	5	125	127.6282	127.6282
13	6	130	134.0096	134.0096
14	7	135	140.71	140.71
15	8	140	147.7455	147.7455
16	9	145	155.1328	155.1328
17	10	150	162.8895	162.8895

図 4　単利と複利の計算(4)

	A	B	C	D
1	単利と複利の計算			
2	元本	100万円		
3	利子率(年利)	5%		
4				
5		元利合計		
6	年数	単利	複利	複利2
7	0	100	100	100
8	1	105	105	105
9	2	110	110.25	110.25
10	3	115	115.7625	115.7625
11	4	120	121.5506	121.5506
12	5	125	127.6282	127.6282
13	6	130	134.0096	134.0096
14	7	135	140.71	140.71
15	8	140	147.7455	147.7455
16	9	145	155.1328	155.1328
17	10	150	162.8895	162.8895

セル B8 をクリックして，セル B8 が太線で囲まれた状態にして，枠の右下隅にマウス・ポインターを合わせてクリックし，セル B17 までドラッグする。この作業により，10年目までの単利による元利合計が計算されている。

上記の計算で注意しなくてはならないのは，上の計算式でセルの番地を単純に表記している場合（A8）には，計算結果を表示するセルが移動するのに応じて，計算元のセルも移動するのに対して，セル番地に$を付けて表示した場合には，計算結果を表示するセルが移動しても計算元のセルは固定されていることである。たとえばセル B15 をクリックし，そのセルの計算式をチェックして確認してみるとわかる。

複利計算の場合にも，コピー機能を利用することを前提に，セル C8 に＝C7＊(1＋0.05) あるいは，＝C7＊(1＋0.05)^A8 を入力する。いずれの計算式を入力しても，Enter・キーを押して得られる計算結果は，単利の場合と同様に105になっている。ここでもセル C8をセル C17までクリック・アンド・ドラッグすると図 3 に示した結果が得られるので，各自で確認すること。

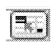
図 3 の列 C は，＝C7＊(1＋0.05) によって計算した結果であり，列 D は＝D7＊(1＋0.05)^A8 によって計算した結果であるが，両者の値が全く同じであることは明らかであろう。またその理由もこれまでの説明で自明であるので，各自で考えること。

図 5　単利と複利のグラフ(1)

図 6　単利と複利のグラフ(2)

以下では，列 A，B，C に示されているデータを折れ線グラフで示すことにより，Excel によるグラフ作成の練習をする。これらのデータを利用してグラフを作成するためには，まず図 4 に示すように，セル A7 からセル C17 の範囲をクリック・アンド・ドラッグして網を掛ける。

次に，画面上部の  マークをクリックすると，図 5 が表示される。ここでは，作成するグラフの種類を指定する。我々は，折れ線グラフを作成するので，折れ線をクリックすると，図 6 のように，折れ線グラフの形状を聞いてくる。ここでは，もっとも単純な左上のグラフをクリックして，次へ（N）をクリックすると，図 7 が表示される。この画面に表示されているグラフでは，列 A の数値も画面の中に表示されているが，我々はこれを画面下側の指標として使いたいので，これを修正するため系列をクリックすると，図 8 が表示される。

ここで，系列に示されている年数をクリックした上で，削除をクリックする。続いて，項目軸ラベルに使用の右側の，  のマークをクリックすると図 9 が表示される。

この状態で，ワーク・シートのセル A7 からセル A17 をクリック・アンド・ドラッグして，上の画面を閉じる。そして，画面下の次へ（N）をクリッ

図 7　単利と複利のグラフ(3)

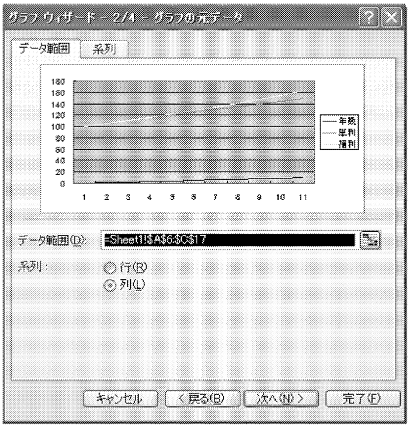


図 8　単利と複利のグラフ(4)

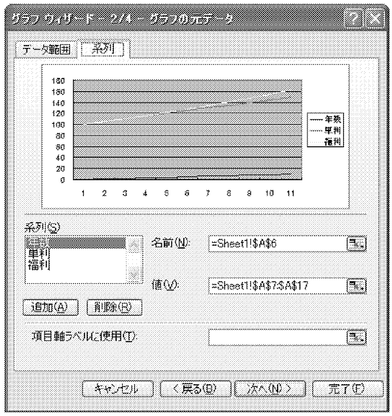


図 9　単利と複利のグラフ(5)

図10　単利と複利のグラフ(6)

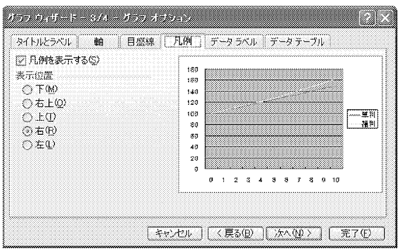
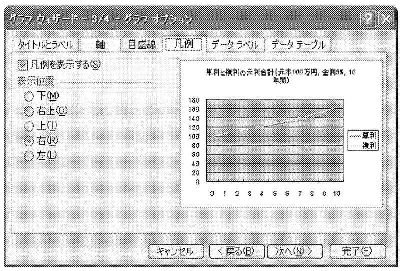


図11　単利と複利のグラフ(7)



クすると，図10が表示される。ここで，タイトルとラベルとして，単利と複利の元利合計（元本100万円，金利５％，10年間）を入力し，凡例をクリックすると図11の画面が表示される。ここで図12のように下（M）をクリックし，次に（N）をクリックすると図13が表示される。ここで，オブジェクトをクリックして，完了（F）をクリックすると，ワーク・シートの一部にグラフが表示さ

図12　単利と複利のグラフ(8)

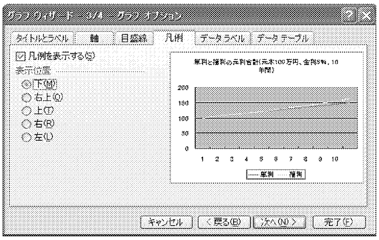


図13　単利と複利のグラフ(9)

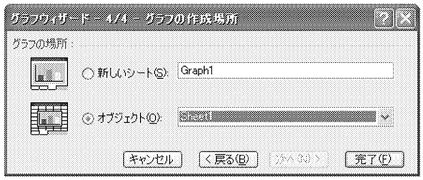


図14　単利と複利のグラフ⑽

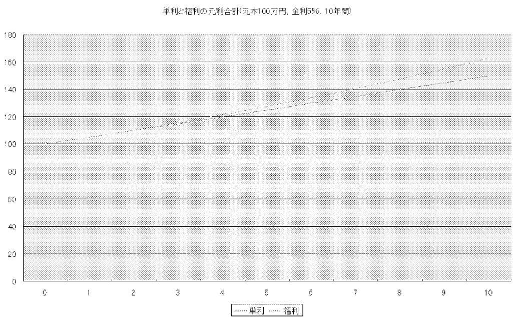
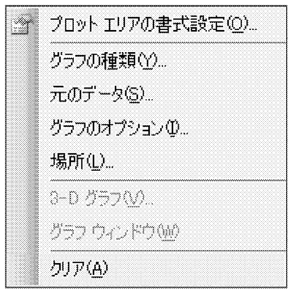


図15　単利と複利のグラフ⑾



れる。一方新しいシートをクリックして完了（F）をクリックすると，このグラフのみを１枚のシートに表示する。ここでは新しいシートを選択してみよう。その上で，完了（F）をクリックすると，図14のようなグラフが表示される。

グラフの体裁を整えることも可能であるが，説明があまりに煩雑になるので，各自で検討してみること。ただし，このままでは若干グラフが見にくいので，画面のグレーの背景を取り，折れ線の表示を明確にするための操作のみを行っておく。グラフのグレーの部分の任意の点にマウス・ポインターを合わせ，マウスを右クリックすると図15が表示される。ここで，一番上のプロットエリアの書式設定をクリックすると，図16が表示される。ここで，領域でなし（E）をクリックした上で，OK をクリックすると，グラフが図17のように変化する。

次に，単利の元利合計の折れ線にマウス・ポインターを合わせてマウスを右クリックすると，図18が表示され，更にデータ系列の書式設定をクリックする

図16　単利と複利のグラフ⑿

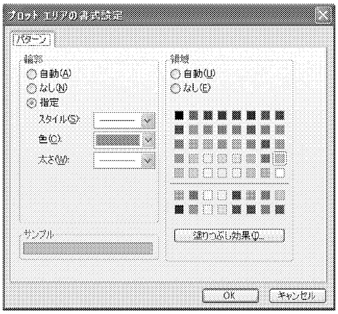


図17　単利と複利のグラフ⒀

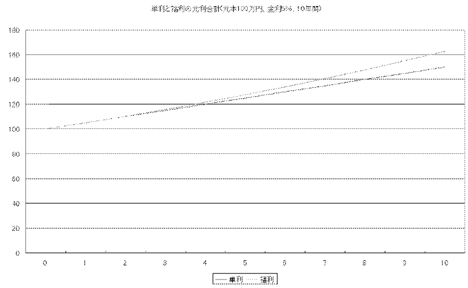


図18　単利と複利のグラフ⒁

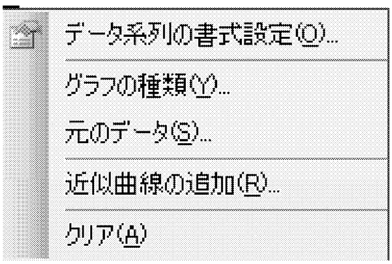
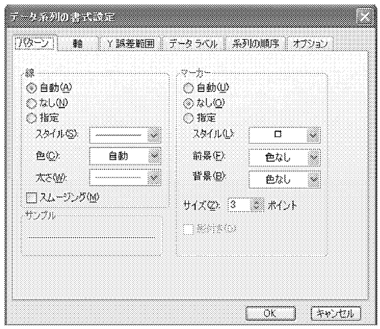


図19　単利と複利のグラフ⒂



と，図19の画面が表示される。ここで，色（C）をクリックすると，各種の色が表示されるので，黒色をクリックする。続いて，複利の折れ線グラフにマウス・ポインターを合わせて，マウスを右クリックし，色を黒色にした上で，スタイル（S）をクリックして，図20の画面で図のように波線を選択すると，先のグラフは図21のように表示される。

上記以外の調整も基本的には同様の方法で行うことができるので，各自で各種試みよ。これまでの説明を利用して，金利水準が異なると，元利合計がどのように変化するのかを確認する。このために，金利水準を１％から10％まで，１％刻みで変化させ，単利の場合の元利合計と複利の場合の元利合計とを計算し，単利の場合の10ケースと複利の場合の10ケースとをそれぞれ１枚ずつのグ

図20　単利と複利のグラフ⒃

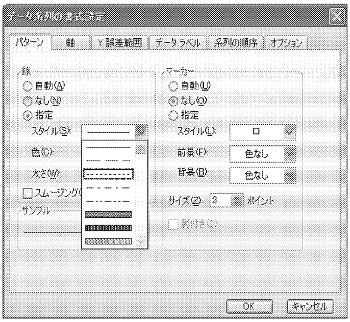


図21　単利と複利のグラフ⒄

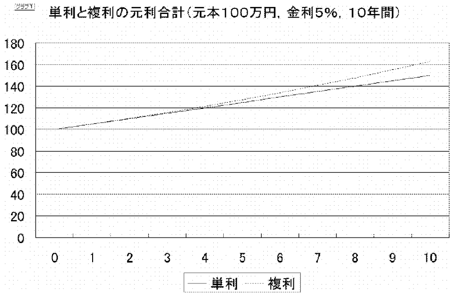


図22　金利水準と元利合計（単利）

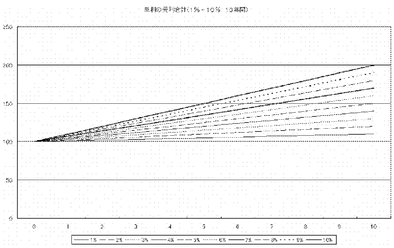
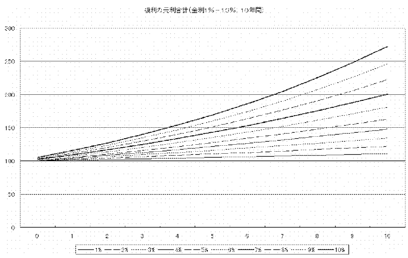


図23　金利水準と元利合計（複利）



ラフに表示する。元本はこれまで同様100万円であり，預入期間も10年間であるとする。これらの作業方法は，これまでの説明から容易に考えることができるので，以下にはこうした作業によって求められた，２枚の図のみを示すと，図22（単利の場合），図23（複利の場合）のようになる。

４．金利支払い単位期間の変更と元利合計：指数関数と自然対数

これまでの議論では，暗黙のうちに金利は年１回支払われることを前提としてきた。しかしながら，現実の金融市場で取引される各種の金融資産では，金融資産ごとに付利の単位期間が異なっている。日本国債の場合には，半年ごと

に年利の半分が支払われており，アメリカ国債では，年４回に分けて年利の１/4 が支払われている。銀行の預金金利は１日ベースで金利が計算されているし，郵便局の預金は，１ヶ月単位で金利が計算されている。年当たりの金利水準が同じである場合に，こうした付利期間の相違が元利合計にどのような影響を与えるのかを確認しつつ，連続的な金利支払いにおける元利合計の計算方法をも考える。こうした連続的な金利支払いを考えるためには，自然対数の底を定義して利用する必要があり，以下では指数関数と自然対数に関しても併せて説明する。

日本国債のように，年に２回年利の半分ずつの金利支払いが行われ，これを元本に組み入れた場合の n 年間の元利合計は，次式によって定義される［実際に日本国債を保有している場合には，利子は指定した預金口座に入金されるので，現実には単利で運用されていることになる。国債をベースにした投資信託では，ここに示すように複利運用を前提としたものもある］。

$$VC(2) = (1 + r/2)^{2n} a \tag{3}$$

⑶式の意味を簡単に説明する，複利計算の計算式は期間を特定せず金利の支払いが行われた時にこれを元本に組み入れて計算するので，ここでも支払期間が半分になれば，金利が半分になり，元利合計を計算する回数が倍になという関係を示している。これを一般化すれば，年に m 回の金利支払いが行われる場合の年間の元利合計は，以下の式によって計算されることになる。

$$VC(m) = (1 + r/m)^{mn} a \tag{4}$$

Excel のワーク・シート上で，m が２，４，12，365の場合の元利合計をこれまでと同様，元本100万円，年利５％を前提として計算し結果を比較する。

このためには，まず図24のようなワーク・シートを用意する。これは，これまで利用してきたワーク・シートの別の部分に作成してもよいし，Sheet2 を利用してもかまわないし別の book を用意してもよい。

ここでは，この表に示されているデータを利用して，Excel のコピー機能によりできる限り，入力する式の数を少なくする工夫をする。このためには，⑷式として記した一般的な計算式を利用することにし，先ずセル B10 に＝B$9＊

図24　付利期間作業(1)

	A	B	C	D	E	F
1	複利計算における付利期間の変更					
2						
3	元本	100万円				
4	利子率(年利)	5%				
5						
6		元利合計				
7	年当たり付利回数	1	2	4	12	365
8	年数					
9	0	100	100	100	100	100
10	1					
11	2					
12	3					
13	4					
14	5					
15	6					
16	7					
17	8					
18	9					
19	10					

（1＋0.05/B$7)^($A10＊B$7）を入力する。

この式の意味は自明であるが，一般的な計算式と対応させて説明すると，B$9は，各付利期間に共通な元本100万円に対応している。ここで，Bの頭に$マークがないのは，B列を計算するときにはセルB9に入力されている100を利用し，C列を計算するときには，セルC9に入力されている100を利用するからである。0.05/B$7は，上の式の r/m に対応しており，年単位の金利を年間の付利回数（m）で割っている。^マークはべき乗を計算せよという命令である。B$7は上式における m に対応しており，$A10が上式の n に対応している。

セルB10に上のように入力してEnter・キーを押して値を求めた上で，セルB10からセルF19まで，セルB10の枠の右下に，マウス・ポインターを合わせて，＋を表示してから，＋をクリック・アンド・ドラッグすると必要な値がすべて計算され，図25のように表示される。各自の作業結果と比較してみること。

この計算結果を眺めると，金利水準が同一であっても，付利回数が増加するに従って，元利合計が増加することが見て取れる。こうした元利合計の増加は，

図25　付利期間作業(2)

	A	B	C	D	E	F
1	複利計算における付利期間の変更					
2						
3	元本	100万円				
4	利子率(年利)	5%				
5						
6		元利合計				
7	年当たり付利回数	1	2	4	12	365
8	年数					
9	0	100	100	100	100	100
10	1	105	105.0625	105.0945	105.1162	105.1267
11	2	110.25	110.3813	110.4486	110.4941	110.5163
12	3	115.7625	115.9693	116.0755	116.1472	116.1822
13	4	121.5506	121.8403	121.989	122.0895	122.1386
14	5	127.6282	128.0085	128.2037	128.3359	128.4003
15	6	134.0096	134.4889	134.7351	134.9018	134.9831
16	7	140.71	141.2974	141.5992	141.8036	141.9034
17	8	147.7455	148.4506	148.8131	149.0585	149.1784
18	9	155.1328	155.9659	156.3944	156.6847	156.8264
19	10	162.8895	163.8616	164.3619	164.7009	164.8665

付利回数が1回から2回に増加した時にもっとも影響が大きく，それ以上付利回数を増やしても影響は次第に低下している。それでは，付利回数をどんどん大きくすることによって元利合計はどこまで大きくなるのであろうか，これに対応するのが，連続複利による計算である。

一般的な計算式をベースに，年当たりの付利回数を限りなく増加させることを数学的に表現すると，下記のようになる。

$$VC(\infty)=\lim_{m\to\infty}(1+r/m)^{mn}a \tag{5}$$

ところで，

$$\lim_{m\to\infty}(1+1/m)^{m}=e \tag{6}$$

となることが知られており，この e を自然対数の底と呼んでいる。この e を用いると，

$$VC(\infty)=\lim_{m\to\infty}(1+r/m)^{mn}a=\lim_{m\to\infty}((1+r/m)^{m})^{n}a=e^{rn}a$$

図26　付利期間作業(2)

	A	B	C	D
1	年数(n)	10		
2	金利(r)	5%		
3	m	(1+1/m)^m	(1+r/m)^(mn)	EXP(rn)
4	1			
5	2			
6	3			
7	5			
8	10			
9	15			
10	20			
11	30			
12	50			
13	70			
14	100			
15	500			
16	1000			
17	10000			
18	100000			

図27　付利期間作業(3)

	A	B	C	D
1	年数(n)	10		
2	金利(r)	5%		
3	m	(1+1/m)^m	(1+r/m)^(mn)	EXP(rn)
4	1	2	1.628894627	1.648721271
5	2	2.25	1.63861644	1.648721271
6	3	2.37037037	1.641940967	1.648721271
7	5	2.48832	1.644631822	1.648721271
8	10	2.59374246	1.646668492	1.648721271
9	15	2.632878718	1.647350952	1.648721271
10	20	2.653297705	1.647692855	1.648721271
11	30	2.674318776	1.648035209	1.648721271
12	50	2.691588029	1.648309416	1.648721271
13	70	2.699116371	1.648427023	1.648721271
14	100	2.704813829	1.648515262	1.648721271
15	500	2.715568521	1.648680056	1.648721271
16	1000	2.716923932	1.648700663	1.648721271
17	10000	2.718145927	1.64871921	1.648721271
18	100000	2.718268237	1.648721065	1.648721271

が成り立つ。なお，$\lim_{m\to\infty}(1+r/m)^m=e^r$ の関係は以下のようにして導くことができる。ここで，$r/m=1/x$ とおけば，$m=rx$ となるので，$(1+r/m)^m=(1+1/x)^{xr}$ の関係が成り立つ。ここで，を無限大に近づける極限を取れば，も無限大に近づくので，

$$\lim_{m\to\infty}(1+r/m)^m=\lim_{m\to\infty}((1+1/x)^x)^r=e^r \tag{7}$$

の関係が導かれる。

こうした関係は，今後経済学やファイナンスの分析を行う際にしばしば登場するので，Excel のワーク・シート上で具体的に計算しつつ関係を確認しておくことにする。この作業のために，ワーク・シートに図26のように入力する。ここで，１年を100000に分割することは，実際にはあり得ないであろうが，数学的な無限大のイメージをつかむための方便である。

この上で，セル B4，C4，D4 にそれぞれ，＝(1＋1/A4)^A4，＝(1＋0.05/A4)^(A4＊10)，＝EXP(0.05＊10) を入力して Enter・キーを押して，各列の最後の行までドラッグすると図２-27の結果が表示される。

この計算結果を列ごとに見る。列 B では，m が大きくなるに従って計算値は次第に増加していくが，m が大きくなるに従って計算値の増加の程度は小

さくなり，結果的に一定の値に収束していくことが見て取れる。列 C に関しても m が大きくなるに従って，計算値が大きくなっていくことが見て取れ，ここでも，m が大きくなるに従って，増加の程度は次第に小さくなっている。列 D の値は m が変化しても全く変化していない。ここでは，列 C の対応する行と列 D の対応する行の値が，m が大きくなるに従って次第に近似してくることを読みとってほしい。上で述べた様に，$VC(\infty)=e^{rn}$ の関係があれば，m が大きくなると，左辺の値が右辺の値に等しくなるわけで，この式の右辺の値が，列 D の各行に示されているという関係になっている。

ところで，せっかく自然対数の底を定義したので，指数関数，自然対数を定義し，高等学校で学習した常用対数との関係に関しても説明しておく。経済学の中でも対数を利用する機会は多数あり，平均成長率の計算等では必須の内容である。対数の前にのべき乗で示される以下の関数を指数関数として定義する。

$$y=e^x=Exp(x) \tag{8}$$

この両辺について，e を底とする対数をとったものが，自然対数であり，

$$y=\ln(x) \tag{9}$$

と表される。高校で学習した常用対数は，

$$y=\log(x)=\log_{10}(x) \tag{10}$$

という形であった。対数は一般的に，

$$y=\log_b(x) \tag{11}$$

という形で表現され，上式の b を対数の底と呼んでおり，これは，

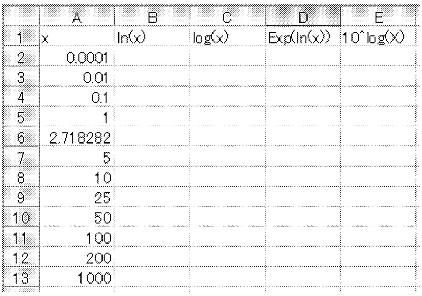
$$b^y=x \tag{12}$$

の別途の表現である。よって，常用対数は $10^y=x$，自然対数は $e^y=x$ の別表現と考えればよいことになる。

上記のことを Excel のワーク・シート上で確認しておこう。このために，ワーク・シートに図28のように入力する。

ここで，マウス・ポインターをセル B2 に合わせて，上部の Σ・ の下向きの矢印をクリックし，その他の機能をクリックすると図29の画面が表示される。ここで，関数の分類（C）において，数学/三角をクリックした上で，関数名

図28　対数・指数作業(1)



	A	B	C	D	E
1	x	ln(x)	log(x)	Exp(ln(x))	10^log(X)
2	0.0001				
3	0.01				
4	0.1				
5	1				
6	2.718282				
7	5				
8	10				
9	25				
10	50				
11	100				
12	200				
13	1000				

図29　対数・指数作業(2)

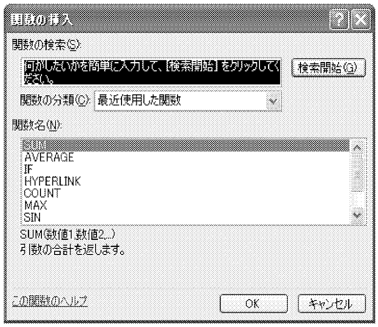


図30　対数・指数作業(3)

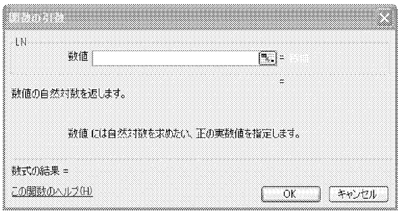
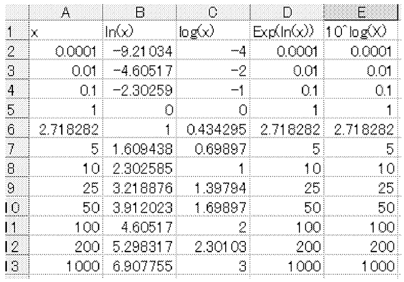
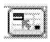


図31　対数・指数作業(4)



	A	B	C	D	E
1	x	ln(x)	log(x)	Exp(ln(x))	10^log(X)
2	0.0001	−9.21034	−4	0.0001	0.0001
3	0.01	−4.60517	−2	0.01	0.01
4	0.1	−2.30259	−1	0.1	0.1
5	1	0	0	1	1
6	2.718282	1	0.434295	2.718282	2.718282
7	5	1.609438	0.69897	5	5
8	10	2.302585	1	10	10
9	25	3.218876	1.39794	25	25
10	50	3.912023	1.69897	50	50
11	100	4.60517	2	100	100
12	200	5.298317	2.30103	200	200
13	1000	6.907755	3	1000	1000

（N）で，LN をクリックする。すると図30の画面が表示されるので，ここで， をクリックし，セル A2 をクリックし， をクリックした画面で OK をクリックする。次に，セル C2 にマウス・ポインターを合わせ，上と同様に関数を呼び，数学/三角で LOG10 を選択し，同様に A2 を選択する。次いでマウス・ポインターをセル D2 に合わせ，＝EXP(B2）を入力する。最後にマウス・ポインターをセル E2 に合わせ，＝10^C2 を入力する。この上で，各列を13行目までコピーすると，図32のように表が完成する。

　この表を見ると明らかであるように，列 D と列 E には，列 A と同じ内容が表示されている。これにより，自然対数が指数関数の逆関数であり，常用対数が10のべき乗の逆関数であることがわかる。

5．積み立て預金の金利計算

5－1　通常の積立預金の場合

これまで考えてきた預金は，初めに元金を預金し，これを継続的に一定期間預へ続けるという形態の預金であった。銀行預金の中には，毎年決まった日に一定額を継続的に預け入れ，契約の最終日に一括して預金額と利子とを併せて返還するという形態の預金もあり，通常この形態の預金を積立預金と呼んでいる。以下ではこうした積立預金の元利合計がどのように計算され，これをExcelを利用して計算するにはどうすれば良いのかを説明する。

積立預金を形式的に定義すると，「これからn年間を積立期間として，毎年の年末（毎月の月末とすることも可能であり，応用問題として考える）にa円ずつ継続的に預金し複利で預けた場合，n年末の元利合計はいくらになるか」と言う問題になる。この形の積立預金の元利合計を計算する上で，数学的定式化にはいくつかの方法が可能である。ここでは以下で説明する等比数列の和の公式を直接的に利用しやすくするため，１年目末にa円を初めて積み立て，n年目末にもa円を積み立てた上で，同時に過去の積立て金額を金利と併せて払い戻すという形で問題を定式化する。１年目から10年目まで積み立てるという場合には，１年目の最初に積み立てを開始するという方が自然であるとも考えられるし，年目末に積み立てと同時に引き出すというのも不自然であるので，より常識的な設定の場合に状況がどのように変化するのかは後に説明する。

この問題は，高校で学んだ等比数列の考え方を利用して以下のように考えることになる。先ず１年目の終わりに預金したa円のn年末の元利合計は，$a(1+r)^{n-1}$であり，１年目の終わりに預金したa円のn年末の元利合計は$a(1+r)^{n-2}$となるので，n年末の元利合計はVMは，

$$VM=a(1+r)^{n-1}+a(1+r)^{n-2}+\cdots+a \tag{13}$$

として計算される。通常の書き方とは逆になっているが，⒀式は等比数列の和

の公式に対応している。初項が A，公比が R，項数 n の等比数列の和（S）は，

$$S=A+AR+AR^2+AR^3+\cdots+AR^{n-1} \tag{14}$$

$$=A\times\frac{1-R^n}{1-R} \tag{15}$$

で示されることは記憶にあるであろうか。もし知らない（覚えていない）とすれば，この公式の証明方法は以下の通りである。

⒁式から⒂式を導くため，先ず⒁式の両辺に R をかけると，

$$RS=AR+AR^2+AR^3+\cdots+AR^{n-1} \tag{16}$$

となるので，⒁式から⒃式を引くと，

$$S-RS=S(1-R)=(A+AR+AR^2+\cdots+AR^{n-1})$$
$$-(AR+AR^2+\cdots+AR^n)$$
$$=A-AR^n=A(1-R^n)$$

となるので，$R\neq1$ ならば，

$$S=A\times\frac{1-R^n}{1-R}$$

の関係が導かれる。この関係を当てはめると，⒀式の VN は，初項 a，公比 $(1+r)$，項数 n の等比数列であるので，その和は，

$$VM=a\times\frac{1-(1+r)^n}{1-(1+r)}=a\times\frac{1-(1+r)^n}{-r}=a\times\frac{(1+r)^n-1}{r} \tag{17}$$

と求めることができる。

以下では，これまで計算してきた積立預金の元利合計を Excel によって具体的に計算する。ここでは１年末から毎年末に10万円ずつ積み立てた場合，10年目末に元利合計がいくらになっているのかを，金利水準を１％から10％まで１％ずつ変化させるに応じて計算する。

このためには，先ず図32のようにデータを入力する。ここで１年末から積み立てを始めるので，10年末までの預け入れ期間は，９年間である。

Excel のワーク・シート上に図32のようにデータを入力した上で，セル B9 に，⒄式の Excel における計算式である，＝$B8＊((1＋B$6)^$A9−1)/B$6 を

図32　積立預金元利合計計算用ワーク・シートの初期入力

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	積み立て預金の元利合計										
2	毎年	10	万円積み立てる								
3	利子率(年利)	1%～10%									
4											
5		元利合計									
6	利子率(年利)	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
7	年数										
8	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
9	2										
10	3										
11	4										
12	5										
13	6										
14	7										
15	8										
16	9										
17	10										

図33　積立預金元利合計の計算結果

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	積み立て預金の元利合計										
2	毎年	10	万円積み立てる								
3	利子率(年利)	1%～10%									
4											
5		元利合計									
6	利子率(年利)	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
7	年数										
8	1	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
9	2	201000	202000	203000	204000	205000	206000	207000	208000	209000	210000
10	3	303010	306040	309090	312160	315250	318360	321490	324640	327810	331000
11	4	406040	412161	418363	424646	431013	437462	443994	450611	457313	464100
12	5	510101	520404	530914	541632	552563	563709	575074	586660	598471	610510
13	6	615202	630812	646841	663298	680191	697532	715329	733593	752333	771561
14	7	721354	743428	766246	789829	814201	839384	865402	892280	920043	948717
15	8	828567	858297	889234	921423	954911	989747	1025980	1063663	1102847	1143589
16	9	936853	975463	1015911	1058280	1102656	1149132	1197799	1248756	1302104	1357948
17	10	1046221	1094972	1146388	1200611	1257789	1318079	1381645	1448656	1519293	1593742

入力して，Enter・キーを押すと利子率が１％の場合の２年末の元利合計として，201000が表示される。これをセル B9 からセル K17 までコピーすれば，すべての元利合計が計算され，この結果は図33のようになる。これに関しても各自で計算して確認すること。この結果を見ると，金利水準の相違が預金の元利合計に大きな影響を与えていることが良く理解される。

上でも述べたように，10年間毎年 a 円を積み立てるというときにもっとも自然な状況は，１年目の初めに a 円を預金し，10年目の初めにも a 円を預金した上で，10年目末に元利合計のすべてを受け取るという形であろう。しかし

図34　正味11年間積み立てた場合の元利合計

21	積み立て預金の元利合計										
22	毎年	10	万円積み立てる								
23	利子率(年利)	1%～10%									
24											
25		元利合計									
26	利子率(年利)	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
27	年数										
28	0	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
29	1	201000	202000	203000	204000	205000	206000	207000	208000	209000	210000
30	2	303010	306040	309090	312160	315250	318360	321490	324640	327810	331000
31	3	406040	412161	418363	424646	431013	437462	443994	450611	457313	464100
32	4	510101	520404	530914	541632	552563	563709	575074	586660	598471	610510
33	5	615202	630812	646841	663298	680191	697532	715329	733593	752333	771561
34	6	721354	743428	766246	789829	814201	839384	865402	892280	920043	948717
35	7	828567	858297	889234	921423	954911	989747	1025980	1063663	1102847	1143589
36	8	936853	975463	1015911	1058280	1102656	1149132	1197799	1248756	1302104	1357948
37	9	1046221	1094972	1146388	1200611	1257789	1318079	1381645	1448656	1519293	1593742
38	10	1156683	1216872	1280780	1348635	1420679	1497164	1578360	1664549	1756029	1853117

図35　正味10年間積み立てた場合の元利合計

41	積み立て預金の元利合計										
42	毎年	10	万円積み立てる								
43	利子率(年利)	1%～10%									
44											
45		元利合計									
46	利子率(年利)	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
47	年数										
48	0	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
49	1	201000	202000	203000	204000	205000	206000	207000	208000	209000	210000
50	2	303010	306040	309090	312160	315250	318360	321490	324640	327810	331000
51	3	406040	412161	418363	424646	431013	437462	443994	450611	457313	464100
52	4	510101	520404	530914	541632	552563	563709	575074	586660	598471	610510
53	5	615202	630812	646841	663298	680191	697532	715329	733593	752333	771561
54	6	721354	743428	766246	789829	814201	839384	865402	892280	920043	948717
55	7	828567	858297	889234	921423	954911	989747	1025980	1063663	1102847	1143589
56	8	936853	975463	1015911	1058280	1102656	1149132	1197799	1248756	1302104	1357948
57	9	1046221	1094972	1146388	1200611	1257789	1318079	1381645	1448656	1519293	1593742
58	10	1056683	1116872	1180780	1248635	1320679	1397164	1478360	1564549	1656029	1753117

ながら，上で説明した等比数列の和の公式をこの状況に当てはめるにはいささかの工夫が必要である。その理由は，等比数列の和の公式では，期末と期首の区別をつけることができないことにある。よって，１年目の期首を考えたい場合には，０年の期末を考える必要がある。2007年末は2007年12月31日であり，2008年の期首は，2008年１月１日である，この間の差は１日だけであるが，2007年の期初と期末の差は365日あることを考えればこうした取り扱いは容易に想像がつくであろう。０年末から積み立てを始めた場合には，10年目末までの預け入れ期間は，10年となるので，図33に示した結果とは異なった結果になる。この形で計算した結果は，図34に示す通りである。また，10年目末に a 円を預金した上で，直ちに引き下ろすというのも不自然な設定であるので，０

年目末から 9 年目末まで積み立てた上で，10年目末にすべて引き出したという場合の計算結果は，図35に示した通りである。

5－2　元利合計の目標を決めた場合の積立額の計算

積立預金の種類には，5－1 で説明したように毎期ごとの積立額を決めた上で，利子率の水準によって満期の積立額が変化するという形の積立預金ばかりではなく，目標年次を決めこの年に元利合計として，決まった金額を受け取ることを目標として，毎期の積立額を決めるという形の積み立て預金も存在する。学生諸君のご両親や祖父母の方が，皆さんが生まれた時に，大学に進学させるためには，入学金と授業料で500万円かかると想定し，生まれたときから毎年一定額を積み立てておいてくれたという可能性がある。このように満期時に必要な金額を設定して積立預金を行うことは，貯金の目的によっては自然な方法である。

上記の場合，金利水準の変動によって，毎期の積立額がどのように変化するのかを計算することも可能である。以下ではこの方法を説明する。この問題を解く為の基本的な計算式は，5－1 の場合と同様に，⒄式である。前節では毎年の積立金額を決めた上で，最終年次の元利合計を計算したが，ここでは最終年次の元利合計を与えた上で毎年の積立金額を計算することになるので，⒄式を用いて考えると，VM の値を決めた上で a を求めることになる。よってこの場合の計算式は，以下のように示すことができる（ここでは，図32に示した結果を導いた状況を前提としている）。

$$a=VM\left(\frac{r}{(1+r)^{n}-1}\right) \tag{18}$$

上記の計算を行うため，500万円を 5 年，10年，15年で積み立てる為には毎年いくらずつ積み立てる必要があるかを，Excel によって具体的に計算する。

このためには先ず Excel のワーク・シートに以下の図36のように入力する。この上で，セル B9 に，＝5000000＊(B$7/((1＋B$7)^$A9－1)) を入力すると，計算結果として，9801907が求められる。これをセル B9 からセル K11 までコ

図36　目標金額を決めた毎年の積み立て金額初期ワークシート

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	500万円を目標とした積み立て金額										
2	積み立て期間5年，10年，15年の場合										
3	利子率(年	1%～10%									
4											
5											
6		積み立て金額									
7	利子率(年	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
8	積立期間										
9	5										
10	10										
11	15										

図37　目標を決めた毎年の積立金額の計算結果

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	500万円を目標とした積み立て金額										
2	積み立て期間5年，10年，15年の場合										
3	利子率(年利)	1%～10%									
4											
5											
6		積み立て金額									
7	利子率(年利)	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
8	積立期間										
9	5	980199	960792	941773	923136	904874	886982	869453	852282	835462	818987
10	10	477910	456633	436153	416455	397523	379340	361888	345147	329100	313727
11	15	310619	289127	268833	249706	231711	214814	198973	184148	170294	157369

ピーすると以下の図37のように，全ての条件における毎年の積立金額が計算される。

5－3　毎年一定額を受け取る為の初期預金額

これまでに考えてきた預金は，将来の支出に備えて今後預金をしていく場合の金利水準と預金額との関係であった。ところで，仕事を退職し退職金を受け取った人が，今後の年金生活を考えた時，毎年（実際には２ヶ月に１回であるが）受け取る年金額が年240万円である場合に，これでは生活水準が従来に比べて大きく低下するので，退職金の一定部分を貯金し，年金に加えて毎年120万円を受け取ることを考えることは自然である。この場合，金利を考慮して，毎年120万円を受け取る為には退職金のうちどれだけを預金として準備しておかなければならないのかを考えることになる。

ここで問題になるのは，毎年120万円を何年間にわたって受け取るのかである。今後年金の受け取り開始年が65歳になるので，平均寿命を考慮すると，65

歳から最低でも10年間，15年間，20年間を受け取りの対象期間と考えてみる必要があろう。[より有り体に言えば，自分自身が何歳まで生きることを目標にするのかという問題である]。実際問題として，年金生活を考える上で最も困難な判断は，退職後何年間を生活設計のターゲットにするかの問題である。

実は今後一定期間にわたり，毎年一定額を受け取る為に必要な現在の預金額を求めることは，企業の設備投資を考える際の割引現在価値の考え方と共通である。投資の割引現在価値の考え方はマクロ経済学の教科書には必ず登場しているので，これを前提に Excel での計算方法を説明し，後に 2 つの計算対象が実質的に同じことを説明する。

設備投資を考える問題とは，たとえば来年以降継続的に毎年 1 千万円の収益を生み出す投資対象に現在いくらまでなら投資することが適切であるのかを考える問題である。この問題を考える上での基本は，来年受け取る 1 千万円は今年の 1 千万円ではないことである。安全確実な資産運用に対する金利が市場金利［r］で，今年の投資金額［a］を運用すると，来年受け取ることができる金額［b］は，

$$b=(1+r)a \tag{19}$$

として計算することができる。よって，経済合理性に従って考えれば，市場金利が r であるときには，今年 a 円受け取ることと，来年 b 円受け取ることとは，同等である。この関係を応用すると，来年受け取る金額が，b 円であるとしてこれに対応する今年の金額は，$b/(1+r)$ 円になる，これは，

$$b=(1+r)\times b/(1+r) \tag{20}$$

の関係から明らかである。このように，来年以降に受け取る金額を，市場金利で評価して，今年の同等の金額に変換したものを，割引現在価値と呼んでいる。2 年目以降の金額を換算するときには，⒆式の関係を複利で運用することを前提として考える。

一定額の預金に基づいて将来継続的に毎年一定額の年金を受け取る為の計算は，上で説明した割引現在価値の計算と実質的には同じことである。すなわち来年 B 円を受け取るためには，今年 A 円の預金を保有し，これに安全資産の

図38　割引現在価値作業(1)

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュフ	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	1000					
6	2	1000					
7	3	1000					
8	4	1000					
9	5	1000					
10	6	1000					
11	7	1000					
12	8	1000					
13	9	1000					
14	10	1000					
15							
16	合計	10000					

金利 r を加えて受け取ることになり，２年後に C 円受け取る為に必要な今年の預金額 A 円は，$C=(1+r)^2A$ の関係から，$A=C/(1+r)^2$ によって求めることができる。

上記の関係を確認するため，Excel のワーク・シートに図38のように入力する。ここでは何らかの方法で，来年以降毎年1000万円のキャッシュ・フロー（収益の受け取り）が10年間継続することを想定する。また，現在の市場金利が５％（セル B2 に表示）であるとする。

この表を完成させるために，列 C に複利を前提とした毎年の割引率を計算する。先ず，セル C5 に＝1/(1＋0.05)^A5 を入力し，セル C14 までコピーする。次いで，列 D に毎年のキャッシュ・フローに毎年の割引率を掛けたものを計算する。次に，セル D5 に，＝B5＊C5 を入力して計算し，セル D14 までコピーする。この上で，セル D16 にセル D5 からセル D14 までの値の合計を計算する。この作業を完成させると，図39のようになるので，各自の作業結果と比較せよ。

この結果を見れば明らかであるように，10年間毎年1000万円のキャッシュ・

図39　割引現在価値作業(2)

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュフ	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	1000	0.952381	952.381			
6	2	1000	0.907029	907.0295			
7	3	1000	0.863838	863.8376			
8	4	1000	0.822702	822.7025			
9	5	1000	0.783526	783.5262			
10	6	1000	0.746215	746.2154			
11	7	1000	0.710681	710.6813			
12	8	1000	0.676839	676.8394			
13	9	1000	0.644609	644.6089			
14	10	1000	0.613913	613.9133			
15							
16	合計	10000		7721.735			

フローがあるので，キャッシュ・フローの単純合計は1億円である。しかしながら，時間差を考慮した割引現在価値は，7721万円程度にしかならない。この値は，金利水準が変化すれば，当然これに応じて変化する。後で，金利が上昇した場合と低下した場合で，割引現在価値がどのように変化するのかを比較することにする。

ところで，Excel には，ここで計算した割引現在価値を簡便に求めるための PV 関数が用意されている。以下この関数の使い方を説明する。PV 関数を利用するためには，先に自然対数を利用した時と同様，マウス・ポインターをセル D17 に合わせた上で関数を呼び，関数の分類（C）で，財務を選択すると図40の画面が表示される。

ここに示された関数は，企業の財務分析等ファイナンス関係でも良く利用される関数が多いので，各関数の機能を確認しよう。PV という関数が割り引き現在価値を計算するための関数であることがわかるので，これをクリックし OK をクリックすると図41が表示される。ここで，利率の右端のマークをクリックし，割引率の値が書かれているセル B2 をクリックする。その上で図42の

図40 割引現在価値作業(3)

図41 割引現在価値作業(4)

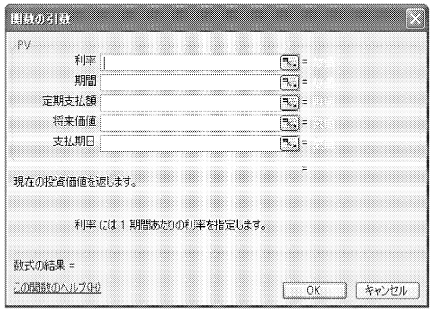
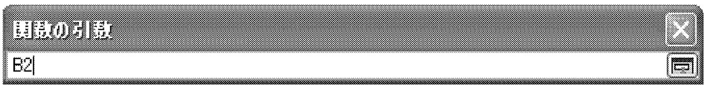


図42 割引現在価値作業(5)



画面の のマークをクリックする。

次いで，期間の右端のマークをクリックした上で計算対象期間の10年に対応するセル A14 をクリックして をクリックする。次に定期支払額の右端のマークをクリックした上で，定額の支払いであるので，いずれかの1000をクリックしを クリックする。ここで OK をクリックすると，図43のように ¥ −7,722 が表示される。ここに示された，¥−7,722 は支払いベースで考えているので，マイナスを付けて表示されているが，セル D16 に示されている金額と一致している。

ここで PV 関数では，毎期定額の支払いを一定期間継続した場合の一定の割引率による割引現在価値を計算していることになる。この関数の他のパラメータを利用した場合には類似の条件で他の値を計算することが可能であるので，各自で検討すること。

上記の計算過程で割引率を%表示でセルに入力しても，小数点表示でセルに入力しても，同じ結果を出力するので，これも各自で確認せよ。

これまで説明してきた，設備投資金額と投資収益の割引現在価値との間の関

図43　割引現在価値作業(6)

	A	B	C	D	E	F	G
1	割引現在価値の計算						
2	市場金利	5%					
3							
4	年	キャッシュフ	割引率	毎年のキャッシュフローの割引現在価値			
5	1	1000	0.952381	952.381			
6	2	1000	0.907029	907.0295			
7	3	1000	0.863838	863.8376			
8	4	1000	0.822702	822.7025			
9	5	1000	0.783526	783.5262			
10	6	1000	0.746215	746.2154			
11	7	1000	0.710681	710.6813			
12	8	1000	0.676839	676.8394			
13	9	1000	0.644609	644.6089			
14	10	1000	0.613913	613.9133			
15							
16	合計	10000		7721.735			
17				¥-7,722			

係を一般的に示すと以下のようになる。今後 n 年間継続的に毎年収益 a 円を生み出す投資の割引現在価値は，金利水準を r とし，n 年目の設備の残存価値を C_n とすると，この設備投資から得られる投資収益の割り引き現在価値 PV は，

$$PV=\frac{a}{1+r}+\frac{a}{(1+r)^2}+\cdots+\frac{a}{(1+r)^n}+\frac{C_n}{(1+r)^n} \tag{21}$$

として計算される。この PV と投資に要する費用 IV とを比較して，PV が IV を上回るときには投資をすることによって長期的な収益を挙げることができ，IV が PV を上回るときには，この投資対象に投資をしても長期的に費用を回収することができないので，投資をしないという選択を行う。

ところで，金融商品への投資にしても，実物投資（設備投資）にしても，将来にわたって，キャッシュ・フローを受け取るためには，最初に何らかの支出を行う必要がある。上に示した将来のキャッシュ・フローと比較して，今日の投資は採算がとれるのかを考える問題として定式化することができる。この考え方が，毎年一定の年金を受け取るために最初にいくら預金しておく（投資す

図44　年金受け取りに必要な預金額計算の初期画面

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	毎年120万円受け取るための預金額										
2	受取期間10年，15年，20年										
3	利子率（年利）1%～10%										
4											
5		預金額									
6	利子率	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
7	受取期間										
8	10										
9	15										
10	20										

図45　年金受け取りに必要な預金額

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	毎年120万円受け取るための預金額										
2	受取期間10年，15年，20年										
3	利子率（年利）1%～10%										
4											
5		預金額									
6	利子率	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
7	受取期間										
8	10	¥-11,365,565	¥-10,779,102	¥-10,236,243	¥-9,733,075	¥-9,266,082	¥-8,832,104	¥-8,428,298	¥-8,052,098	¥-7,701,189	¥-7,373,481
9	15	¥-16,638,063	¥-15,419,116	¥-14,325,522	¥-13,342,065	¥-12,455,590	¥-11,654,699	¥-10,929,497	¥-10,271,374	¥-9,672,826	¥-9,127,295
10	20	¥-21,654,664	¥-19,621,720	¥-17,852,970	¥-16,306,392	¥-14,954,652	¥-13,763,905	¥-12,712,817	¥-11,781,777	¥-10,954,255	¥-10,216,276

る）必要があるかを考えることと同じ問題であることは容易に理解されるであろう。

上記のことを前提として，初めに設定した定年後10年，15年，20年間にわたって毎年120万円受け取るためには退職金からどれだけを預金しておかなくてはならないのかを，金利水準が１％から10％の場合に付いてExcelで具体的に計算する方法を考える。

上記の計算を行うためには，Excelのワーク・シート上に以下の図44のように入力する。この上で，セルB8に＝PV（B$6,$A8,1200000）を入力し，セルK10までコピーすると，図45のように条件に応じた必要預金額が計算される。この結果を受け取り期間20年で見ると，金利水準が１％であると，2165万円の預金が必要であるのに対して，金利水準が５％にまで上昇すれば，1495万円の預金で済むことになる。このように年金生活を考える上で，金利水準の大小は大きな影響を与えることを容易に確認することができる。