教育補助と経済成長の逆説的相関*

呉　湘　華†
四谷晃一‡
平田純一

1. はじめに

学校教育が人的資本蓄積を促進し経済成長にプラスの役割を果たすことは，これまで理論・実証双方における膨大な研究蓄積によって指摘されている。(例えば，Lucas (1988)，Mankiw, Romer and Weil (1992)，Benhabib and Spiegel (1994))。とりわけ，生産活動に必要とされる全般的な基礎知識の付与を目的とする初等・中等教育に関しては，Becker (1964) の人的資本理論に沿った解釈の下で，その成長促進効果について広く認知されているところである (Schultz (1988))。

一方，高度に専門化された知識の習得を目的とする高等教育に関しては，人的資本理論が主張する形での成長促進効果ついて一般的なコンセンサスは得られていない。Aghion and Howitt (1992) に代表されるR&DモデルやJovanovic (1998) などのビンテージモデルでは，教育は技術開発（適応）能力の向上を通して成長に寄与すると考えており，マクロ経済効果の波及経路について人的資本理論と見解を異にしている。またSpence (1973)，Stiglitz (1975) などが提唱するシグナリング仮説では，高等教育を自らの有能性を示すシグナル機能ととらえており，生産性向上に対して積極的な役割を果たすと考えられていない。この仮説の下では，高等教育に対する補助は個人の進学を容易にし学歴のシグナル機能を低下させる。したがって成長を牽引する近代産業への能力の低い個人の流入を招き，経済成長に有害となる可能性を持つ (外谷 (1995))。

しかしながら，生産，管理体制の高度化，国際化の進展に伴い，現在の企業社会で平均的労働者が要求される知識（スキル）はより高レベルなものになりつつある。そして，(企業派遣を含めた) 社会人の大学院進学などにみられる高等教育需要の拡大は，その充足に対する高等教育の有用性を示唆しているといえよう。我々はこの側面に注目し，通常の人的資本理論に基づくモデルの下で，公的教育補助が進学，学習努力などの教育投資行動と経済成長率に与える影響について分析する。そして，過度の教育補助は進学率を上昇させる一方で進学者の学習意欲を減退させ，マクロレベルでの人的資本水準を減少させる可能性があることを示す。

* 本稿の執筆に際し同志社大学の八木匡教授から多くの助言を頂いた。ここに記して感謝する。
† 名古屋大学大学院経済学研究科　e-mail : s_wwu@mbox. media. nagoya-u. ac. jp
‡ 同志社大学大学院経済学研究科　e-mail : et1105@mail3. doshisha. ac. jp

この帰結は，昨今深刻な問題として顕在化しつつある大学生の平均的な学力低下現象とも対応的であるといえる。つまり大学の大衆化が，学習意欲に乏しい進学者層の拡大という側面を伴うものであるならば，進学を助長する公的教育補助の拡大はその傾向を強化し，平均的な教育水準が低下するであろう。さらに，彼らの流入が教育環境の悪化を通じて他の学生の学習成果に害を及ぼす場合には，総人的資本形成量の減少を招くかもしれず，経済成長に負の影響をも与えかねないことになる。

以下，2節でモデルを提示した後，3節で経済の均衡について議論する。そこで，内生的に決定される公的教育補助率の臨界点により経済の均衡を次の二つのタイプに分類する。すなわち，補助率が臨界点を下回る場合には，学習努力を投入する誘因のない低能力の個人の進学が阻まれ，進学者全員が努力を投入するという均衡が得られる。この均衡では，低進学率ではあるが各進学者の人的資本形成量は大きい。これに対し臨界点を上回る補助率の下では努力投入の誘因を持たない進学者が出現する。彼らの存在は教育環境の悪化などを通じて努力投入者の学習成果を引き下げるため，均衡での進学率は高いものの個々の人的資本水準は低くなる。4節では，均衡における経済成長率を導出し，教育補助率との関係について吟味する。そこではとくに，臨界点を上回る水準での公的教育補助の拡大は，学習努力を投入する主体数の減少と努力投入者の学習成果の低下とを通じて，経済全体の人的資本量を減少させ，経済成長に有害となる可能性を持つことを指摘する。そして5節においてこの可能性を数値計算によって検証する。6節にて結論を述べる。

2. モ　デ　ル

2.1.　消費及び生産サイド

経済は二期間生存する個人から成る世代重複経済である。各期の人口は一定で区間[0,1]に連続的に存在するとする。本モデルでは，各個人は教育成果（学習能力）に対する異質性を有しており，その能力順に[0,1]内に一様に分布しているとする。各個人 i は効用関数

$$u^i = lnc_t^{ti} q(e^i) + lnc_{t+1}^{ti} \tag{1}$$

で表される同質的な選好を持つ。c は消費であり，上付き及び下付きの添え字はそれぞれ世代及び期を表す。$q(e^i)$ は学習努力 $e^i(\geqq 0)$ が効用に与える負の効果を反映した関数であり

$$q(0)=1,\ q'(e^i)<0,\ 0<q(e^i)$$

を満たす。すなわち，学習努力 e^i は消費財タームで $c_t^{ti}(1-q(e^i))$ 単位の消費が減少することによる効用の減少分と同等の負の効用をもたらす。

各個人は，第一期の期首に教育投資を行うか否かを選択する。行う場合には投入する努力量についても決定を行う。教育投資は非分割的であり，行うならば第一期中 $\varepsilon(0<\varepsilon<1)$ だけの時間を教育に費やさねばならないとする[1)]。さらに本稿では，学習努力の投入水準に関しても，各主体の選択は努力を投入するか $(e^i=1)$，しないか $(e^i=0)$ という二者択一であると想定して議論を

進める。

第一期における教育投資は，出生時の人的資本水準（労働生産性）を 1 で基準化した場合の，個人の第二期人的資本水準を下式にしたがい上昇させる。即ち，

$$h^{ti}=\begin{cases}\gamma(i) & \text{if} \quad e^{i}=0\\ \eta(i,m_t)\gamma(i) & \text{if} \quad e^{i}=1\end{cases}$$

である。ただし，$\gamma(i)$ は能力 i の個人が教育投資を行うことで獲得できる最低限の人的資本水準であり

$$\gamma'(i)>0,\ \ \gamma''(i)\leqq 0,\ \ \gamma(0)>1$$

を満たす。また，$\eta(i,m)$ は努力を投入することの効果を表す変数で

$$\eta(0,0)>1,\ \ \eta_1,\eta_2>0,\ \ \eta_{11},\eta_{22}\leqq 0,\ \ \eta_{12}\geqq 0$$

を満たす。m_t は t 期進学者中努力を投入する個人が占める割合である。$\eta_1>0$ は学習能力の高い個人ほど努力投入の効果が大きいことを意味する。$\eta_2>0$ は進学者の学習成果に外部効果が存在することを意味する。すなわち，自らの努力投入の効果は，進学者中努力を投入している者の割合が高いほど大きくなる。

世代 t の各個人は，第一期，第二期のそれぞれにおいて生産技術

$$y_{t+k}^{ti}=a_{t+k}v_{t+k}^{ti}(k=0,1)$$

にしたがい消費財を生産する。ここで v は効率単位で測った労働投入水準で

$$v_{t+k}^{ti}=\text{（労働時間）}\times\text{（人的資本水準）}$$

で定義される。教育投資選択の非連続性より，個人 i の各期の産出水準は各選択に応じて次の三つに限定されることになる。つまり，進学しない場合（選択 n）には $(y_t^{ti},\ y_{t+1}^{ti})=(a_t,\ a_{t+1})$ を得，進学するが努力を投入しない場合（選択 s）には $(y_t^{ti},\ y_{t+1}^{ti})=((1-\varepsilon)a_t,\ \gamma(i)a_{t+1})$ を得る。そして，進学しかつ努力を投入する場合（選択 se）には $(y_t^{ti},\ y_{t+1}^{ti})=((1-\varepsilon)a_t,\ \eta(i,m_t)\gamma(i)a_{t+1})$ を得る。

a は経済全体の知識水準を表す変数であり，各期の教育投資活動を通じての外部効果として蓄積されると想定する。蓄積方程式は下式で与えられる。[2)]

$$\frac{a_{t+1}}{a_t}=\phi(H_t)=\phi\left(\int_0^1 h^{ti}di\right),\ \ \phi(1)=1,\ \ \phi'>0,\ \ \phi''<0 \tag{2}$$

2.2. 政府部門

政府は各個人から所得税を徴収しそれを進学者に配分することで一種の教育補助政策を行う。具体的には，t 期末に世代 t の所得に対し税率 $\tau\in(0,1)$ の所得税を課し，それを世代 t のうち進学することを選択した者に対し教育補助金として均等配分するとする。[3)] τ は期によらず一定であるとし，政府は常に均衡予算を達成しているとすれば，進学者一人当たりの補助額 b_t は

$$b_t=\tau\frac{\int_0^1 y_t^{ti}di}{(t\text{期進学者数})}$$

で与えられ，各教育投資選択に応じた消費水準は，選択 n ならば $(c_t^{ti},\ c_{t+1}^{ti})=((1-\tau)a_t,\ a_{t+1})$，選択 s ならば $(c_t^{ti},\ c_{t+1}^{ti})=((1-\tau)a_t+b_t,\ \gamma(i)a_{t+1})$，選択 se ならば $(c_t^{ti},\ c_{t+1}^{ti})=((1-\tau)(1-\varepsilon)a_t+b_t,\ \eta(i,m_t)\gamma(i)a_{t+1})$ で与えられることになる。

3. 均　　衡

3.1. 効用最大化問題

世代 t の能力 i の個人は n, s, se のうち，(1)で与えられた生涯効用を最大化するものを選択する。したがって彼の最大化問題は

$$\left[\begin{array}{ll}\max\limits_{<n,s,se>}\ [u^n,\ u^s(i,b_t),\ u^{se}(i,b_t,m_t)] & \\ s.t. \qquad b_t(\tau,L_t^s+L_t^{se})=\tau\dfrac{\int_0^1 y_t^{ti}di}{L_t^s+L_t^{se}}=\tau\dfrac{(L_t^n+(L_t^s+L_t^{se})(1-\varepsilon))a_t}{L_t^s+L_t^{se}} & \\ \qquad\qquad L_t^n+L_t^s+L_t^{se}=1,\ 0\leq m_t=L_t^{se}/(L_t^s+L_t^{se})\leq 1 & \end{array}\right.$$

と定式化される。ここで

$$\left\{\begin{array}{l}u^n=ln(1-\tau)a_t+lna_{t+1}\\ u^s(i,b_t)=ln((1-\tau)(1-\varepsilon)a_t+b_t)+ln\gamma(i)a_{t+1}\\ u^{se}(i,b_t,m^t)=ln((1-\tau)(1-\varepsilon)a_t+b_t)q(1)+ln\eta(i,m)\gamma(i)a_{t+1}\end{array}\right. \tag{3}$$

である。より具体的には，彼らは，同世代に属する全個人の選択の結果として決定される L_t^n，L_t^s，L_t^{se} のサイズを予測した下で各選択に対応する効用水準 u^n，$u^s(i,b_t)$，$u^{se}(i,b_t,m_t)$ を評価し，自らの効用を最大化するものを選択する。ただし出生時の知識水準 a_t は既知であり，a_{t+1} は $a_{t+1}=a_t\phi(L_t^n+\int_{\in L_t^s}\gamma(i)di+\int_{\in L_t^{se}}\eta(i,m_t)\gamma(i)di$ であたえられる。

t 期均衡は各選択者数に対する期待と実現値が一致する状態（I_t^n, L_t^s, L_t^{se} に対する対称的ナッシュ均衡）として定義されるが，$u^s{}_1(i,b_t)>0$，$u^{se}{}_1(i,b_t,m_t)>u_1^s(i,b_t)$ より，これは選択 n と s の境界点 $i_t^s\in[0,1]$ と，選択 s と se の境界点 $i_t^{se}\in[i_t^s,1]$ に対する対称的ナッシュ均衡と言い換えることができる（$L_t^n=i_t^s$，$L_t^s=i_t^{se}-i_t^s$，$L_t^{se}=1-i_t^{se}$）。

3.2. 臨界点 $\underline{i}$, $\hat{i}$, $\ddot{i}$, $\underline{\tau}$ の定義

均衡を導出する準備として次の四つの臨界点 $\underline{i}$, $\hat{i}$, $\ddot{i}$, $\underline{\tau}$ について定義しよう。まず $\underline{i}$ を u^n と $u^s(i,b_t)$ の交点として定義する。$L_t^s+L_t^{se}=1-i_t^s$ に注意すれば，(3)より

$$\gamma(i)=\frac{(1-\tau)}{(1-\tau)(1-\varepsilon)+\tau\dfrac{1-\varepsilon(1-i_t^s)}{1-i_t^s}}$$

の解として$\underline{i}(\tau,\ 1-i_t^s)$を定義することができ，$i>\underline{i}(\tau,1-i_t^s)$の個人にとっては$u^s(i,b_t)>u^n$となる。$\tau$の上昇は進学者の第一期消費の相対的増加を通じて$u^s(i,b_t)$を相対的に上昇させるため$\underline{i}_1(\tau,1-i_t^s)<0$となる。また，進学者数$(1-i_t^s)$の増加は一人当たり教育補助額$b_t$を減少させ，$u^s(i,b_t)$を低下させる。よって$\underline{i}_2(\tau,1-i_t^s)>0$がしたがう。いま，$\underline{i}(\tau,1-i_t^s)=i_t^s$を満たす能力水準をとくに$\underline{i}^*$と書くことにすると，上式より$\underline{i}^*$は

$$\gamma(\underline{i}^*)=\frac{(1-\tau)(1-\underline{i}^*)}{(1-\tau-\varepsilon)(1-\underline{i})+\tau} \tag{4}$$

を満たす$\underline{i}^*(\tau)$と表すことができ，$\tau<1-\gamma(0)(1-\varepsilon)$のとき内点で一意に得ることができる[5)]。また(4)より

$$\underline{i}^{*\prime}(\tau)=\frac{-(1-\underline{i}^*)[1-\varepsilon(1-\underline{i}^*)]}{\gamma'((1-\underline{i}^*)(1-\varepsilon)+\tau\underline{i}^*)^2+\tau(1-\tau)[(2-\varepsilon-\tau)(1-\underline{i}^*)+\underline{i}^*]}<0 \tag{5}$$

となることが確認できる。

ここで，$\underline{i}^*(\tau)$は(P)から選択seを排除した問題

$$\begin{cases}\max\limits_{<n,s>}[u^n,\ u^s(i,b_t(\tau,1-i_t^s))] \\ s.t.\quad b_t(\tau,1-i_t^s)=\tau\dfrac{1-\varepsilon(1-i_t^s)}{1-i_t^s}a_t\end{cases}$$

に直面している場合のナッシュ均衡点であることに注意してほしい。つまり，彼らの直面する問題が選択nかsかの二者択一であるという環境の下では，境界点i_t^sに対する対称的期待が$i_t^s=\underline{i}^*(\tau)$であるときに，その問題の解は

$$\begin{cases}u^n \quad \text{for}\quad i\in[0,\underline{i}^*) \\ u^s \quad \text{for}\quad i\in(\underline{i}^*,1]\end{cases}$$

となり，i_t^sに対する期待と実現値が一致する。ただし，τが$1-\gamma(0)(1-\varepsilon)$を上回る場合の上の問題の均衡は$i_t^s=1$である。

次に，$\hat{i}$と$\underline{\tau}$について定義する。$\hat{i}$は曲線$u^{se}(i,b_t)$と$u^{se}(i,b_t,m_t)$の交点として，(3)より

$$\eta(\hat{i},m_t)=1/q(1) \tag{6}$$

をみたす$i(m_t)$と定義される。(6)より$\hat{i}(m_t)$はb_t（したがって税率τ及び進学者数$1-i_t^s$と）と独立に決まる。また$\eta_1>0$，$\eta_2>0$よりm_tに関して減少的となる。いま，$\hat{i}(m_t)$の最大値

$\hat{i}(0)$ と最小値 $\hat{i}(1)$ がともに内点で決まることを保証するため，全ての $m_t \in [0,1]$ に対し

$$\eta(0,m_t) > 1/q(1) < \eta(1,m_t) \tag{7}$$

が成立すると仮定する。$i \in [0,\hat{i}(1)]$ の個人にとっては $u^s(i,b_t) > u^{se}(i,b_t,1)$ であり，進学し努力を投入した場合に得る効用は進学し努力を投入しない場合のそれを必ず下回る。よって彼らが (P) の解として se を選択することはない。一方 $i \in [\hat{i}(0),1]$ の個人が (P) の解として s を選択することはない。すなわち彼らは進学するならば必ず努力を投入する。$\underline{\tau}$ は $\underline{i}^*(\underline{\tau}) = \hat{i}(1)$ を満たす税率として定義され，(4)，(6)より

$$\underline{\tau} = \frac{(1-\hat{i}(1))[1-(1-\varepsilon)\gamma(\hat{i}(1))}{1+\hat{i}(1)[\gamma(\hat{i}(1))-1]} \tag{8}$$

で与えられる。(8)よりパラメータが

$$\gamma(\hat{i}(1)) < 1/(1-\varepsilon) \tag{9}$$

を満たすならば $0 < \underline{\tau} < 1-(1-\varepsilon)\gamma(\hat{i}(1)) < 1-(1-\varepsilon)\gamma(0)$ が保証され，$\underline{i}^{*\prime}(\tau) < 0$ より

$$\begin{cases} 0 < \tau < \underline{\tau} \Rightarrow 0 < \hat{i}(1) < \underline{i}^*(\tau) \\ \underline{\tau} < \tau < 1-(1-\varepsilon)\gamma(0) \Rightarrow 0 < \underline{i}^* < \hat{i}(1) \\ 1-(1-\varepsilon)\gamma(0) < \tau < 1 \Rightarrow \underline{i}^*(\tau) = 0 < \hat{i}(1) \end{cases}$$

の関係が成立する。以後(9)が満たされるとして議論する。

最後に $\ddot{i}$ について定義しよう。$\ddot{i}$ は u^n と $u^{se}(i,b_t,1)$ の交点であり，(3)より下式の解として定義される。

$$q(1)\eta(i,1)\gamma(i) = \frac{(1-\tau)}{(1-\tau)(1-\varepsilon)+\tau\dfrac{1-\varepsilon(1-i_t^s)}{1-i_t^s}}$$

$\underline{i}^*(\tau)$ の場合と同じ理由により $\ddot{i}_1(\tau,1-i_t^s) < 0$，$\ddot{i}_2(\tau,1-i_t^s) > 0$ がしたがう。またここでも $\ddot{i}(\tau,1-i_t^s) = i_t^s$ を満たす i_t^s をとくに $\ddot{i}^*$ と書くことにしよう。つまり $\ddot{i}^*$ は，各個人の直面する最大化問題が

$$\left[\begin{array}{l} \max\limits_{<n,se>} \left[u^n,\ u^{se}(i,b_t(\tau,1-i_t^s),1)\right] \\ s.t.\quad b_t(\tau,1-i_t^s) = \tau\dfrac{1-\varepsilon(1-i_t^s)}{1-i_t^s} \end{array}\right.$$

という，選択 n か se かの二者択一である場合の経済の均衡点であり

$$q(1)\eta(\ddot{i}^*,1)\gamma(\ddot{i}^*) = \frac{(1-\tau)(1-\ddot{i}^*)}{(1-\tau-\varepsilon)(1-\ddot{i}^*)+\tau} \tag{10}$$

を満たす $i^*(\tau)$ として定義される。ここで

$$\ddot{i}^{*\prime}(\tau)=\frac{-\dfrac{(1-\ddot{i}^*)[1-\varepsilon(1-\ddot{i}^*)]}{[(1-\ddot{i}^*)(1-\varepsilon)+\tau\ddot{i}^*]^2}}{q(1)[\gamma(\ddot{i}^*)\eta_1(\ddot{i}^*,\ 1)\gamma'(\ddot{i}^*)]+\dfrac{\tau(1-\tau)[(2-\varepsilon-\tau)(1-\ddot{i}^*)+\ddot{i}^*]}{[(1-\ddot{i}^*)(1-\varepsilon)+\tau\ddot{i}^*]^2}}<0 \qquad (11)$$

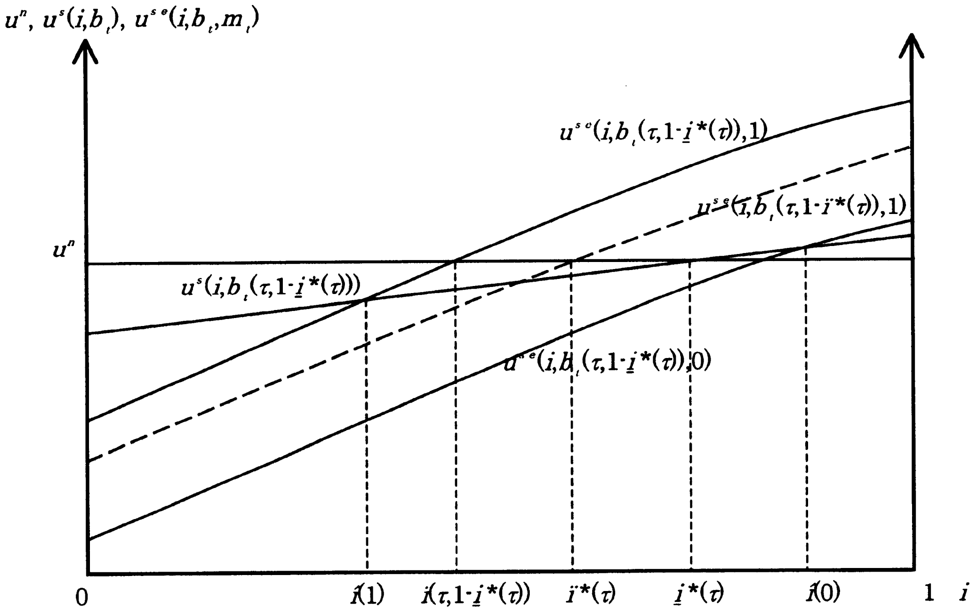

図.1.a：各臨界点の位置関係（$\tau<\underline{\tau}$）

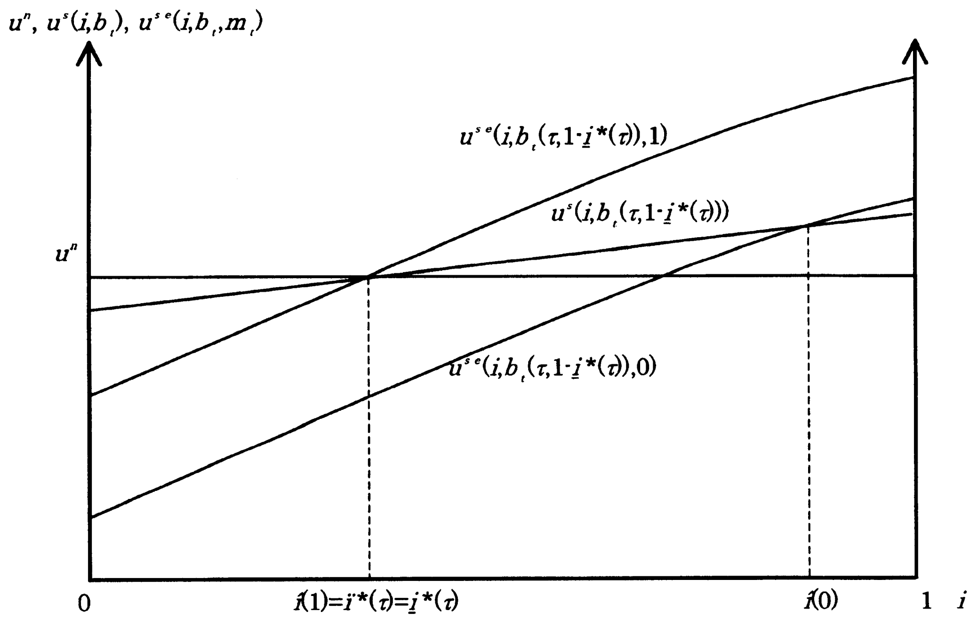

図.1.b：各臨界点の位置関係（$\tau=\underline{\tau}$）

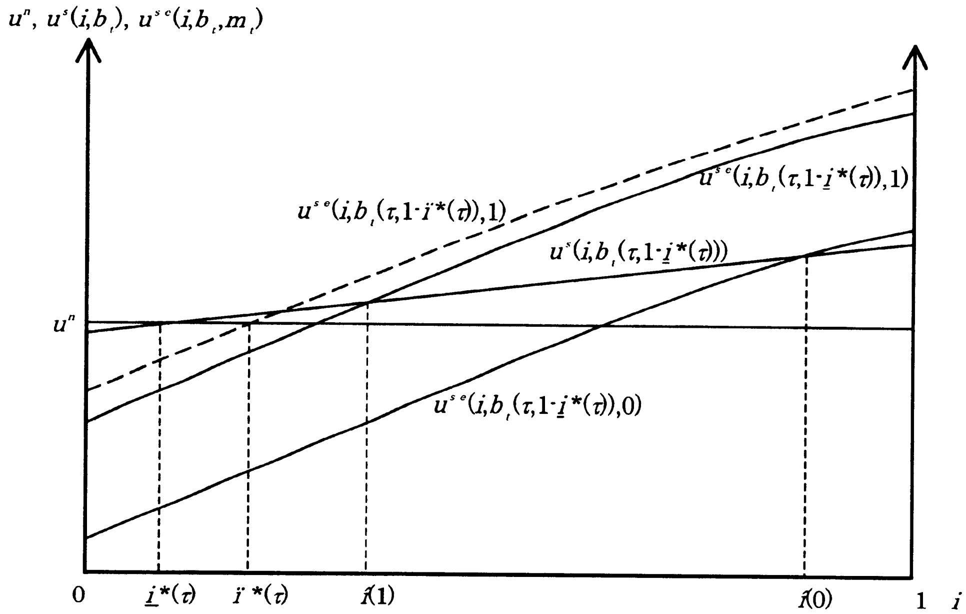

図.1.c：各臨界点の位置関係 ($\tau>\underline{\tau}$)

がしたがい，また $\underline{i}^*(\tau)$ が内点で得られる場合には $\ddot{i}^*(\tau)$ もまた必ず内点で一意に得られる[6]。さらに $\tau<\underline{\tau}$ では $\ddot{i}(\tau,1-\underline{i}^*(\underline{\tau}))<\underline{i}^*(\underline{\tau})$，$\tau>\underline{\tau}$ では $\ddot{i}(\tau,1-\underline{i}^*(\underline{\tau}))>\underline{i}^*(\underline{\tau})$ であることより

$$\begin{cases} 0<\tau<\underline{\tau} \Rightarrow \ddot{i}(1)<\ddot{i}(\tau,1-\underline{i}^*(\tau))<\ddot{i}^*(\tau)<\underline{i}^*(\tau) \\ \tau=\underline{\tau} \Rightarrow \ddot{i}^*(\tau)=\underline{i}^*(\tau)=\hat{i}(1) \\ \underline{\tau}<\tau<1 \Rightarrow \underline{i}^*(\tau)<\ddot{i}(\tau,1-\underline{i}^*(\tau))<\hat{i}(1) \end{cases}$$

の関係が成立する。図.1 は以上の議論をまとめたものである。次節では以上の考察を下に，臨界税率 $\underline{\tau}$ によって均衡が二つのタイプに分類されることを述べる。

3.3.　均衡

t 期均衡 (i_t^{s*}，i_t^{se*}) は，各境界点に対する各個人の対称的期待の組 ($(i_t^s)^e$，$(i_t^{se})^e$) と実現値の組 ($i_t^s((i_t^s)^e$，$(i_t^{se})^e)$，$i_t^{se}((i_t^s)^e$，$(i_t^{se})^e)$) に対して，($i_t^s(i_t^{s*}$，$i_t^{se*})$，$i_t^{se}(i_t^{s*}$，$i_t^{se*})$) = (i_t^{s*}，i_t^{se*}) を満足する。まず $\tau<\underline{\tau}$ のケースについて述べよう。結論から言えば，このケースの均衡は $i^{s*}=i^{se*}=\ddot{i}^*(\tau)$ で一意に与えられる。つまり，各 L に対する対称的期待が $L_t^{se}=1-\ddot{i}^*(\tau)$，$L_t^s=\ddot{i}^*(\tau)$ である場合に (P) の解は

$$\begin{cases} u^n \quad \text{for} \quad i\in[0,\ddot{i}^*(\tau)) \\ u^{se} \quad \text{for} \quad i\in(\ddot{i}^*(\tau),1] \end{cases}$$

で与えられ，各選択者数の実現値がその期待と一致する。

$$\begin{cases} L_t^{n*}(\tau)=\ddot{i}^*(\tau) \\ L_t^{s*}=0 \\ L_t^{se*}(\tau)=1-\ddot{i}^*(\tau) \end{cases} \tag{12}$$

厳密な証明は補論に譲り，ここでは図によってこのことを確認しよう。図.2はこの様子を描いたものである。各実線は $(i_t^s)^e=\underline{i}^*(\tau)$ としたときの効用水準を表している。$(i_t^s)^e>\underline{i}^*(\tau)$ の下では，曲線 $u^s(i,b_t)$ と $u^{se}(i,b_t,m_t)$ は図に描かれているよりも上方に位置するから，$(i_t^{se})^e$ に依らず $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)<\underline{i}^*(\tau)$ が成立する。よって $L_t^s+L_t^{se}<1-\underline{i}^*(\tau)$ の領域は均衡となり得ない。次に $(i_t^s)^e=\underline{i}^*(\tau)$ についてみてみよう。$i_t^s(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)=\underline{i}^*(\tau)$ となるためには $u^s(i,b_t)$ と $u^{se}(i,b_t,m_t)$ の交点 $\hat{i}(m_t)$ が $\underline{i}^*(\tau)$ より右方に位置する必要がある。すなわち $(i_t^{se})^e$ は

$$\hat{i}\left(\frac{1-(i_t^{se})^e}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)>\underline{i}^*(\tau)$$

を満たすものでなくてはならないが，$\hat{i}(0)<\underline{i}^*(\tau)$ の場合には上式を満たす $(i_t^{se})^e\in[\underline{i}^*(\tau),1]$ は存在しない。$\hat{i}(0)>\underline{i}^*(\tau)$ の場合には，$\hat{i}(1)<\underline{i}^*(\tau)$ と $\hat{i}'(m_t)<0$ より $\hat{i}((1-i_t^{se+})/(1-\underline{i}^*(\tau)))=\underline{i}^*(\tau)$ を満たす $i_t^{se+}\in(\underline{i}^*(\tau),1)$ が一意に存在して，$(i_t^{se})^e>i_t^{se+}$ の場合についてのみ $i_t^s(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)=\underline{i}^*(\tau)$ が成立する。しかしながら，$i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),1)=\hat{i}(0)<1$, $i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),i_t^{se+})=\underline{i}^*(\tau)<i_t^{se+}$ と

$$\frac{\partial^2}{\partial(i_t^{se})^2}\hat{i}\left(\frac{1-i_t^{se}}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)=\hat{i}''\left(\frac{1-i_t^{se}}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)=\frac{-\eta_{11}(\eta_2)^2+2\eta_1\eta_2\eta_{12}-\eta_{22}(\eta_1)^2}{(\eta_1)^3}>0 \tag{13}$$

より，$i_t^{se+}\in(\underline{i}^*(\tau),1)$ では常に i_t^{se} の実現値が期待を下回ることになる。すなわち $i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)<(i_t^{se})^e$。よって $(i_t^s)^e=\underline{i}^*(\tau)$ もまた均衡となり得ない。

以上により i_t^{s*} は必ず $\underline{i}^*(\tau)$ の左方で得られることがわかるが，これは選択 n と s の境界が u^n と $u^{se}(i,b_t,m_t)$ の交点で与えられること，つまり進学者は全員努力を投入することを意味している。したがって均衡では $(i_t^s)^e=(i_t^{se})^e$，(つまり $L_t^s=0$) でなくてはならず，$i_t^{s*}=i_t^{se*}=\ddot{i}^*(\tau)$ というふうに一意に与えられる。

この均衡は，低進学率と100パーセントの学習努力投入者率によって特徴づけられる。教育に対する低い補助率は，努力を投入する誘因を持たない，能力の低い個人 $i\in[0,\hat{i}(1))$ の進学を阻み，努力を投入することが最適となる比較的能力の高い個人のみが進学を選択する。したがって進学者は少ないものの，各進学者は人的資本形成において最大の外部効果 $\eta(i,1)$ を享受することができる。

次に $\tau\geqq\underline{\tau}$ のケースについて述べる。このケースの均衡の様子は図.3に描かれている。同じく詳細は補論に譲るが，$(i_t^{se})^e$ に依らず，つまり $u^{se}(i,b_t,m_t)$ の位置に依らず

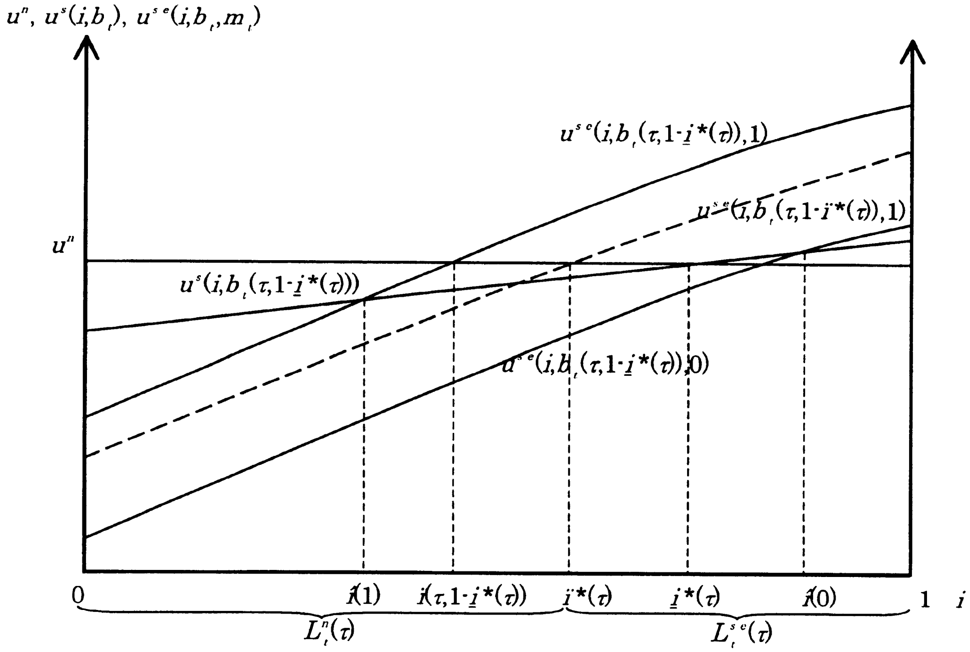

図.2.a：t 期均衡（$\tau<\underline{\tau}$）

$$(i^s_t)^e\left\{\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\right\}\underline{i}^*(\tau)\Leftrightarrow i^s_t((i^s_t)^e,\ (i^{se}_t)^e)\left\{\begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix}\right\}\underline{i}^*(\tau)$$

の関係が成立することが各曲線の位置関係より明らかである。よって $i^{s*}_t=\underline{i}^*(\tau)$ となる。i^{se}_t は曲線 $u^s(i,b_t(\tau,1-\underline{i}^*(\tau))$ と $u^{se}(i,b_t(\tau,1-\underline{i}^*(\tau)),m_t)$ の交点で与えられるから

$$i^{se}_t(\underline{i}^*(\tau),\ (i^{se}_t)^e)=\left(\frac{1-(i^{se}_t)^e}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)$$

であり以下の関係が成立する。

$$i^{se}_t(\underline{i}^*(\tau),\ \hat{i}(1))=\hat{i}\left(\frac{1-\hat{i}(1)}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)>\hat{i}(1),\ \ i^{se}_t(\underline{i}^*(\tau),\ \hat{i}(0))=\hat{i}\left(\frac{1-\hat{i}(0)}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)<\hat{i}(0)$$

これと $\hat{i}(m_t)$ の $(i^{se}_t)^e$ に関する単調増加性および(13)より $i^{se}_t(\underline{i}^*(\tau),\hat{i}^*)=\hat{i}^*$ を満たす $\hat{i}^*\in(\hat{i}(1),\hat{i}(0))$ の一意的存在が保証される。$\hat{i}^*$ は $\hat{i}((1-\hat{i}^*)/(1-\underline{i}^*(\tau))=\hat{i}^*$ を満たす能力水準として定義され，(6)より

$$\eta\left(\hat{i}^*(\tau),\frac{1-\hat{i}^*(\tau)}{1-\underline{i}(\tau)}\right)=1/q(1) \tag{14}$$

をみたす $\hat{i}^*(\tau)$ であり，均衡は $(i^{s*}_t,i^{se*}_t)=(\underline{i}^*(\tau),\hat{i}^*(\tau))$ となる。

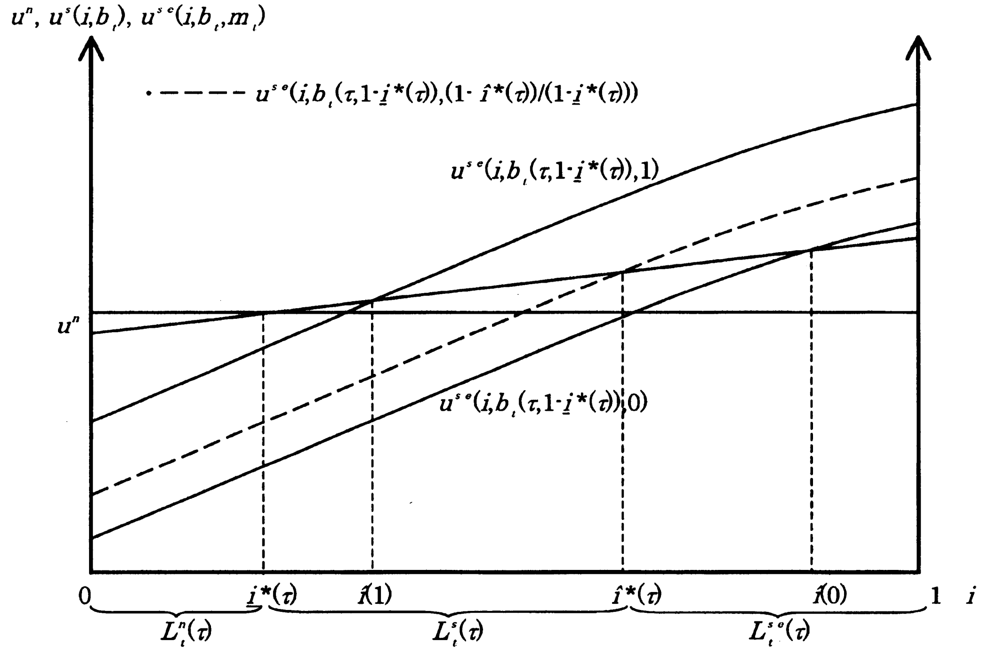

図.3.：t 期均衡（$\tau>\underline{\tau}$）

$$\begin{cases} L^{n*}(\tau)=\underline{i}^*(\tau) \\ L_t^{s*}(\tau)=\hat{i}^*(\tau)-\underline{i}^*(\tau) \\ L_t^{se*}(\tau)=1-\underline{\hat{i}}^*(\tau) \end{cases} \tag{15}$$

この均衡の特徴は，学習努力を投入する誘因を持たない $i\in(\underline{i}^*(\tau),\hat{i}(1))$ の個人までが進学を選択するという点である。彼らの進学は他の進学者の学習努力の効果を引き下げるため，潜在的には努力投入の誘因を持つ $i\in(\underline{i}^*(\tau),\hat{i}^*(\tau))$ の個人までが努力を投入しないことを選択する。そしてこれらは努力投入の効果を $\eta(i,(1-\hat{i}^*(\tau))/(1-\underline{i}^*(\tau)))$ という水準にまで引き下げ，$i\in(\hat{i}^*(\tau),1)$ の人的資本形成をも妨げる。したがって，補助率が $\underline{\tau}$ を上回る場合には，進学率は高いものの，個々の進学者の人的資本形成量は低い水準にある。

臨界税率 $\underline{\tau}$ の経済的意味を確認する意味をこめて以上の均衡の議論を手短に整理しておこう。すなわち $\underline{\tau}$ は，経済がその均衡において進学者全員が学習努力を投入している状態にあるか否かを区別する補助率であり，$\underline{\tau}$ を下回る補助率の下ではこの状態が達成される。この場合の進学者数は，$1-\ddot{i}^*(\tau)<1-\hat{i}(1)$ と比較的少数であるものの各進学者の教育投資効果は大きい。しかしながら補助率が $\underline{\tau}$ を下回る水準にあるときには，学習努力を投入する誘因を持たない $i<\hat{i}(1)$ の個人の一部が進学を選択するためこの状態は達成されない。従って進学者数は $1-\underline{i}(\tau)>1-\hat{i}(1)$ と多いものの，個々の教育投資効果は努力を投入しない進学者の存在を反映して小さくなる。

4. 経済成長及び税率 τ の変化の効果

4.1. τ の変化に対する均衡の変化

$\tau<\underline{\tau}$ の領域における税率上昇の効果は(11)，(12)より

$$L_t^{n*\prime}(\tau)<0,\ L_t^{se*\prime}(\tau)>0$$

で与えられる。つまり τ の上昇は，進学する場合に得られる効用の相対的上昇を通じて非進学者数を減少させ，進学し努力投入する者の数を増加させる。世代 t の総人的資本形成量 H_t は

$$H_t(\tau)=\int_0^1 h^{ti}di=\ddot{i}^*(\tau)+\int_{\ddot{i}^*(\tau)}^1 \eta(i,1)\gamma(i)di$$

と表され，τ の上昇によって H_t は必ず増加することが下式より確認できる。

$$H_t'(\tau)=\ddot{i}^{*\prime}(\tau)\Big(1-\eta(\ddot{i}^*,1)\gamma(\ddot{i}^*)\Big)>0 \tag{16}$$

次に $\tau\geqq\underline{\tau}$ の領域における τ 上昇の効果についてみてみよう。(14)より，$\hat{i}^*(\tau)$ と $\underline{i}^*(\tau)$ の間には

$$\frac{d\hat{i}^*}{d\underline{i}^*(\tau)}=-\frac{\dfrac{1-\hat{i}^*}{1-\underline{i}^*(\tau)}}{(1-i^*(\tau))\dfrac{\eta_1(\hat{i}^*,(1-\hat{i}^*)/(1-\underline{i}^*(\tau)))}{\eta_2(\hat{i}^*,(1-\hat{i}^*)/(1-\underline{i}^*(\tau)))}-1}<0$$

の関係が成立するから[7]，これと $\underline{i}'(\tau)<0$ より $\hat{i}^{*\prime}(\tau)>0$ が得られる。よって(15)より，税率の上昇による $L_t^{n*}(\tau)$，$L_t^{s*}(\tau)$，$L_t^{se*}(\tau)$ の変化は

$$L_t^{n*\prime}(\tau)=\underline{i}^{*\prime}(\tau)<0,\ L_t^{s*\prime}(\tau)=\hat{i}^{*\prime}(\tau)+i^{*\prime}(\tau)>0,\ L_t^{se*\prime}(\tau)=-\hat{i}^{*\prime}(\tau)<0$$

と表されることになる。教育補助の強化は努力投入の誘因を持たない能力の低い個人の進学を助長する。これが進学者全員の努力投入の効果を低下させ，結果として均衡での進学者数を上昇させる一方で努力を投入する個人数を減少させる。総人的資本量は

$$H_t(\tau)=\int_0^1 h^{ti}di=\underline{i}^*(\tau)+\int_{\underline{i}^*(\tau)}^{\hat{i}^*(\tau)}\gamma(i)di+\int_{\hat{i}^*(\tau)}^1\eta\Big(i,(1-\hat{i}^*(\tau))/(1-\underline{i}^*(\tau))\Big)\gamma(i)di$$

で与えられ，税率の上昇による総人的資本量の変化は，ライプニッツの積分公式より

$$H_t'(\tau)=\underbrace{-(\gamma(\underline{i}^*(\tau))-1)\underline{i}^{*\prime}(\tau)}_{\text{①}(>0)}\ \underbrace{-\gamma(\hat{i}^*(\tau))\left\{\eta\left(\hat{i}^*(\tau),\frac{1-\hat{i}^*(\tau)}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)-1\right\}\hat{i}^{*\prime}(\tau)}_{\text{②}(<0)} \tag{17}$$

$$\underbrace{+\int_{\hat{i}^*(\tau)}^{1}\frac{\gamma(i)}{1-\underline{i}^*(\tau)}\eta_2\left(i,\frac{1-\hat{i}^*(\tau)}{1-\underline{i}^*(\tau)}\right)\left\{\frac{1-\hat{i}(\tau)}{1-\underline{i}^*(\tau)}\underline{i}^{*\prime}(\tau)-\hat{i}^{*\prime}(\tau)\right\}di}_{③(<0)}$$

と表すことができる。①は進学者数の増加による正の効果を表している。②は進学者中努力を投入する個人数が減少することによる負の効果を，③は努力投入者割合の低下が努力を投入する個人の人的資本形成量を減少させることによる負の効果を表している。②，③の負の効果が①の正の効果を上回る場合には，補助率 τ の上昇は総人的資本量の減少を招くことになる。

4.2. 経済成長

⑿，⒂より，t 期均衡での各 L のサイズは τ にのみ依存しており，他世代の行動とは独立である。τ は時間を通じて一定であるとする仮定より，経済は常に定常状態にあり，L_t^n，L_t^s，L_t^{se} は（したがって H_t も）初期時点から通時的に一定となる（以後 L，H の下付きの添え字を省略する)。t 期の総産出水準は

$$\begin{aligned}Y_t&=\int_0^1 a_t h^{t-1i}di+\left[L^{n*}(\tau)+(1-\varepsilon)(L^{s*}(\tau)+L^{se*}(\tau))\right]a_t\\&=a_t\left[H(\tau)+L^{n*}(\tau)+(1-\varepsilon)(L^{s*}(\tau)+L^{se*}(\tau))\right]\end{aligned}$$

で与えられ，期によらず最右辺の［ ］内は一定となるから，総産出の成長率は経済全体の知識水準 a の成長率に一致する。a は教育投資活動を通じての外部効果により⑵にしたがって蓄積されるから，総産出の成長率は

$$g_t=\frac{Y_{t+1}}{Y_t}-1=\frac{a_{t+1}}{a_t}-1=\phi\left(\int_0^1 h^{ti}di\right)-1=\phi(H(\tau))-1$$

と表すことができる。⒃より $\tau<\underline{\tau}$ の場合には，教育補助率の上昇は経済全体の総人的資本量を増加させることを通じて知識水準の蓄積を促進し，経済成長率を上昇させる。これに対し $\underline{\tau}$ の場合には，⒄より，τ の上昇による H の変化の方向は確定されず，よって成長率の変化の方向もまた確定されない。とくに，⒄式中②，③の負の効果が①の正の効果を上回る場合には，公的教育補助率の上昇により経済成長率は低下する。

5. 数値計算の結果

前節では $\tau>\underline{\tau}$ の領域における補助率の上昇が，総人的資本形成量の低下を通じて経済成長率を低下させる可能性があることを示した。しかしながら，モデルの構造上この点についてさらに踏み込んだ理論分析を行うのは困難である。したがって本節では数値計算により前節で得た結果について検証する。

数値計算を行うに当たり人的資本生産関数を次のように想定する。[8)]

$$h^{it}=\begin{cases}\gamma(i)\equiv i^{\alpha}+1 & \text{if}\quad e^{i}=0\\ \gamma(i)\eta(i,m_t)\equiv(i^{\alpha}(i^{\alpha}+m_t^{\beta})+1) & \text{if}\quad e^{i}=1\end{cases}$$

ここで $0<\alpha<1$，$0<\beta<1$ である。パラメータ値についてはそれぞれ，$\alpha=0.5$，$q(1)=0.55$，$\varepsilon=0.6$ とし，その下で以下の三つの効用水準を計測した。$u^{ni}=u^{si}$ を満たす能力水準が $\underline{i}^{*}(\tau)$ であり，$u^{sei}=u^{si}$ を満たす能力水準が $\hat{i}(m_t)$ である。そして $m_t=1$ の下で $u^{ni}=u^{sei}$ を満たす能力水準が $\ddot{i}^{*}(\tau)$ である。

$$\begin{cases}u^{ni}=ln(1-\tau)a_t+ln\,a_{t+1}\\ u^{si}=ln\left((1-\tau)(1-\varepsilon)+\dfrac{\tau[i+(1-i)(1-\varepsilon)]}{1-i}\right)a_t+ln\,\gamma(i)a_{t+1}\\ u^{sei}=ln\left((1-\tau)(1-\varepsilon)+\dfrac{\tau[i+(1-i)(1-\varepsilon)]}{1-\mathrm{i}}\right)a_tq(1)+ln\,\gamma(i)\eta(i,m_t)a_{t+1}\end{cases}$$

結果は表.1から表.6にまとめられている。[9)] 表.1～3では $m_t=1$ の下で u^{sei} が計測されている。まず表.1を見てほしい。そこでは，$\tau=0.240083\approx0.24$ の場合に，$i=0.29$ の個人にとって u^{ni}，u^{si} および $m_t=1$ の下での u^{sei} が均等化することが示されている。つまり $\hat{i}(1)=\underline{i}^{*}(0.24)=0.29$ が成立する。したがって臨界税率は $\underline{\tau}=0.240083\approx0.24$ で与えられる。

i	usei	usi	uni
0.00	1.95	2.55	**3.19**
0.06	2.47	2.81	**3.19**
0.12	2.71	2.93	**3.19**
0.24	3.00	3.03	**3.19**
0.29	3.19	3.19	**3.19**

i	usei	usi	uni
0.29	**3.19**	3.19	3.19
0.35	**3.63**	3.47	3.19
0.52	**4.11**	3.82	3.19
0.68	**4.78**	4.39	3.19
1.00	**6.57**	6.09	3.19

表1 税率＝臨界点の税率（$\tau=\underline{\tau}\approx0.24$）

表.2，3は $\underline{\tau}(\approx0.24)>\tau$ を満たす二つの税率 $\tau=0.01$，$\tau=0.2$ の下での計測結果である。表.2より $\ddot{i}^{*}(0.01)\approx0.62$，表.3より $\ddot{i}^{*}(0.2)\approx0.32$ が得られ，臨界税率 $\underline{\tau}$ を下回る領域での τ の上昇が se の選択者数を増加させ，n の選択者数を減少させることが確認できる。

i	usei	usi	uni
0.00	1.95	2.55	**3.46**
0.15	2.71	2.88	**3.46**
0.30	3.01	3.00	**3.46**
0.45	3.24	3.08	**3.46**
0.62	3.46	3.17	**3.46**

i	usei	usi	uni
0.62	**3.46**	3.17	3.46
0.70	**3.55**	3.22	3.46
0.78	**3.67**	3.27	3.46
0.84	**3.78**	3.35	3.46
1.00	**4.05**	3.58	3.46

表2 臨界点の税率＞税率（$\underline{\tau}(\approx 0.24) > \tau(=0.01)$))

i	usei	usi	uni
0.00	1.95	2.55	**3.24**
0.07	2.51	2.82	**3.24**
0.14	2.76	2.95	**3.24**
0.21	2.97	3.05	**3.24**
0.32	3.24	3.15	**3.24**

i	usei	usi	uni
0.32	**3.24**	3.15	3.24
0.47	**3.61**	3.44	3.24
0.62	**4.00**	3.72	3.24
0.77	**4.53**	4.16	3.24
1.00	**5.58**	5.11	3.24

表3 臨界点の税率＞税率（$\underline{\tau}(\approx 0.24) > \tau(=0.2)$）

次に税率が$\underline{\tau}$を上回るケースについてみてみよう。表.4 および表.5 はそれぞれ $\tau=0.25$, $\tau=0.3$ とした場合の計測結果である。ここでの u^{sei} は $m_t=((1-i)/(1-\underline{i}^*(\tau)))$ として計測されており，u^{si} と u^{sei} が均等化する能力水準が $\hat{i}^*(\tau)$ に対応する。表.4 より $\underline{i}^*(0.25)=0.271382\approx 0.27$, $\hat{i}^*(0.25)=0.287794\approx 0.29$ であるから，$\tau=0.25$ の場合には $i\in[0,\ 0.27]$ の個人は n を，$i\in[0.27,\ 0.29]$ の個人は s を，$i\in[0.29,\ 1]$ の個人は se を選択する。均衡での努力投入者割合は $m_t=((1-\hat{i}^*(0.25))/(1-\underline{i}^*(0.25)))=0.977475\approx 0.98$ である。これに対し $\tau=0.3$ の場合には表.5 より $\underline{i}^*(0.3)\approx 0.21$, $\hat{i}(0.3)\approx 0.30$ という結果が得られる。つまり，$\underline{\tau}$を上回る領域での補助率の上昇が進学者数を上昇させ（$\underline{i}^*(\tau)$ の 0.27 から 0.21 への低下），努力投入者数を減少させる（$\hat{i}^*(\tau)$ の 0.29 から 0.30 への上昇）ことが確認できる。努力投入者割合は 0.98 から 0.88 に低下する。

i	usei	usi	uni
0.00	1.95	2.54	**3.18**
0.06	2.47	2.81	**3.18**
0.12	2.71	2.93	**3.18**
0.18	2.90	3.03	**3.18**
0.27	**3.16**	**3.18**	**3.18**

i	usei	usi	uni
0.270	3.16	**3.18**	3.18
0.274	3.17	**3.19**	3.18
0.278	3.18	**3.20**	3.18
0.282	3.19	**3.21**	3.18
0.290	3.22	**3.22**	3.18

i	usei	usi	uni
0.29	**3.22**	3.22	3.24
0.45	**3.62**	3.47	3.24
0.61	**4.07**	3.80	3.24
0.77	**4.68**	4.30	3.24
1.00	**5.88**	5.42	3.24

表4 税率＞臨界点の税率（$\tau(0.25)>\underline{\tau}(\approx 0.24)$）

i	usei	usi	uni
0.00	1.95	2.55	**3.10**
0.04	2.42	2.79	**3.10**
0.08	2.64	2.90	**3.10**
0.12	2.82	3.00	**3.10**
0.21	**2.98**	**3.10**	**3.10**

i	usei	usi	uni
0.21	**3.00**	**3.10**	**3.10**
0.23	3.07	**3.14**	**3.10**
0.25	3.12	**3.18**	**3.10**
0.27	3.18	**3.21**	**3.10**
0.30	3.27	**3.27**	**3.10**

i	usei	usi	uni
0.30	**3.27**	3.27	**3.10**
0.47	**3.74**	3.58	**3.10**
0.64	**4.26**	3.99	**3.10**
0.83	**5.01**	4.63	**3.10**
1.00	**7.42**	6.95	**3.10**

表5 税率＞臨界点の税率（$\tau(=0.3)>\underline{\tau}(\approx 0.24)$）

最後に，以上の各 τ の値の下での総人的資本形成量 H_t が表.6 にまとめられている。表.6.a, 表.6.b より $H_t(0.24)>H_t(0.2)>H_t(0.01)$ であることがわかる。つまり，$\underline{\tau}>\tau$ での補助率の上昇は非進学者数の減少と進学し努力を投入する個人数の増加を通じて総人的資本量を増加させる

というモデルの結果を確認できる。これに対し表6 .c より $H_t(0.25)>H_t(0.3)$ であるから，補助率が0.25から0.3に上昇した場合には総人的資本水準は低下する。すなわち $\underline{\tau}<\tau$ の領域では $H_t(\tau)$ が τ に関して減少的となる局面を持つことがわかる。よって，本節で想定したパラメータ値の下では，⒄式中②，③の負の効果が①の正の効果を上回り，$\underline{\tau}<\tau$ での補助率の上昇は経済成長率を低下させることになる。

	$\tau=0.240083$
$\ddot{i}^*(\tau)$	0.284653
$\int_{\ddot{i}^*(\tau)}^{1}\eta(i,1)\gamma(i)di$	3.147867
$H_t(\tau)$	3.43252

表6. a（$\tau=\underline{\tau}=0.240083$ のケース）

	$\tau=0.01$	$\tau=0.2$
$\ddot{i}^*(\tau)$	0.623989	0.318795
$\int_{\ddot{i}^*(\tau)}^{1}\eta(i,1)\gamma(i)di$	1.939741	3.049955
$H_t(\tau)$	2.56373	3.36875

表6. b（$\underline{\tau}>\tau$ のケース，$\tau=0.01$，$\tau=0.2$）

	$\tau=0.25$	$\tau=0.3$
$\underline{i}^*(\tau)$	0.271382	0.210331
$\int_{\underline{i}^*(\tau)}^{\hat{i}^*(\tau)}$	0.0250897	0.137499
$\int_{\hat{i}^*(\tau)}^{1}\eta(i,(1-\hat{i}^*(\tau))/(1-\underline{i}^*(\tau)))\gamma(i)di$	3.12751	3.03948
$H_t(\tau)$	3.42398	3.38731

表6. c（$\underline{\tau}<\tau$ のケース，$\tau=0.25$，$\tau=0.3$）

6. おわりに

本稿では，教育現場における各個人の学習努力間に外部効果が存在するという想定の下で，公的教育補助が経済成長に及ぼす影響について分析を行った。そして以下の２つの結論を得た。(1)過度の公的教育補助は，学習努力を投入する誘因を持たない個人の進学を助長することを通じて努力投入者の学習成果を引き下げ，高進学率，低進学者 - 努力投入者率という傾向を強める。(2)補助の拡大は進学率の上昇を通じて総人的資本量を増加させる一方で，努力投入者数の減少と努力投入の成果の低下を通じて総人的資本量を低下させるため，ネットでの総人的資本量，ひいては経済成長率に負の効果を及ぼす可能性がある。とくに第二点については，数値計算によって補助率と経済成長率が負の相関を持つ局面が存在することが実際に確認された。

しかしながら，我々の分析は公的教育補助率と経済成長率の大域的な相関関係を導出するには至っておらず，したがって教育政策について踏み込んだ議論を行うに耐え得るものとなっていない。この点を改善し，より現実的な政策に貢献できる結果の導出を試みることが今後の残された課題である。

補論

[$\tau<\underline{\tau}$のケース]

均衡は $i_t^s(i_t^{s*},i_t^{se*})=i_t^{s*}$，$i_t^{se}(i_t^{s*},i_t^{se*})=i_t^{se*}$ を満たす i_t^s と i_t^{se} の組み合わせ $(i_t^{s*},\ i_t^{se*})$ として定義される。$(i_t^s)^e>\underline{i}^*(\tau)$ の場合には，$(i_t^{se})^e$ は $\underline{i}(\tau,1-(i_t^s)^e)$ と曲線 u^n と $u^{se}\left(i,b_t(\tau,1-(i_t^s)^e),\ \frac{1-(i_t^{se})^e}{1-(i_t^s)^e}\right)$ の交点のうちより左方に位置する点で与えられるが，$\partial\underline{i}(\tau,1-i_t^s)/\partial i_t^s<0$ より $\underline{i}(\tau,1-(i_t^s)^e)<\underline{i}^*(\tau)$ が $(i_t^{se})^e$ に依らずしたがうから，$i_t^s((i_t^s)^e)$ は必ず $\underline{i}^*(\tau)$ を下回る。よって $(i_t^s)^e>\underline{i}^*(\tau)$ は均衡となり得ない。

$(i_t^s)^e=\underline{i}^*(\tau)$ の場合には，$(i_t^{se})^e\geqq i_t^{se+}$ で $i_t^s(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)=\underline{i}^*(\tau)$ が得られるものの，本文中で示した通り，この領域では必ず $i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)<(i_t^{se})^e$ が成立する。一方 $(i_t^{se})^e<i_t^{se+}$ では $i_t^s(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)$ は $\underline{i}^*(\tau)$ より左方に位置する曲線 u^n と $u^{se}(i,b_t(\tau,1-\underline{i}^*(\tau)),\ (1-(i_t^{se})^e)/(1-\underline{i}^*(\tau))$ の交点で与えられるから，$i_t^s(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)<\underline{i}^*(\tau)$ となる。よって $(i_t^s)^e=\underline{i}^*(\tau)$ も均衡から排除される。

$(i_t^s)^e<\underline{i}^*(\tau)$ の下で $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)<\underline{i}^*(\tau)$ となり得るのは，$i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)$ が，$i_t^s((i_t^s)^e,(i_t^{se})^e)<i_t^{se+}$ の下で，曲線 u^n と $u^{se}(i,b_t(\tau,1-(i_t^s)^e),\ (1-(i_t^{se})^e)/(1-(i_t^s)^e))$ の交点によって与えられる場合のみであり，その場合には $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)$ と $i_t^{se}((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)$ は一致するから，均衡では $(i_t^s)^e=(i_t^s)^e$ でなくてはならない。$i<\underline{i}^*(\tau)$ において $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e=i_t^{se}((i_t^s)^e,\ (i_t^s)^e)$ を満たすのは $\ddot{i}^*(\tau)$ のみであるから，均衡は $(i_t^{s*},i_t^{se*})=(\ddot{i}^*(\tau),\ \ddot{i}^*(\tau))$ で一意に与えられる。

[$\tau\geqq\underline{\tau}$のケース]

$(i_t^s)^e>\underline{i}^*(\tau)$ の場合には $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)=\underline{i}(\tau,1-(i_t^s)^e)<\underline{i}^*(\tau)$ が成立する。また，$(i_t^s)^e<\underline{i}^*(\tau)$ の場合には $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e,$ は $\underline{i}(\tau,1-(i_t^s)^e)$ と曲線 u^n と $u^{se}(i,b_t(\tau,1-(i_t^s)^e),\ (1-(i_t^{se})^e)/(1-(i_t^s)^e))$ の交点のうち，より左方に位置する点で与えられるが，前者の場合は $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)=\underline{i}(\tau,1-(i_t^s)^e)>\underline{i}^*(\tau)$ であり，後者の場合もまた $(i_t^{se})^e$ に依らず $i_t^s((i_t^s)^e,\ (i_t^{se})^e)>\ddot{i}(\tau,1-\underline{i}^*(\tau))>\underline{i}^*(\tau)$ が成立する。よって $(i_t^s)^e\neq\underline{i}^*(\tau)$ は均衡とならない。これに対し $(i_t^s)^e=\underline{i}^*(\tau)$ では $\underline{i}^*(\tau)<\hat{i}(1)$ より $i_t^s(\underline{i}^*(\tau),\ (i_t^{se})^e)=\underline{i}^*(\tau)$ が任意の $(i_t^{se})^e)$ で成立するから，i_t^{s*} は $\underline{i}^*(\tau)$ で一意に与えられる。

本文中で示されている通り，$i_t^s=\underline{i}^*(\tau)$ の下で $i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),\ \hat{i}^*(\tau))=\hat{i}^*(\tau)$ を満たす $\hat{i}^*(\tau)\in(\hat{i}(1),\hat{i}(0))$ の一意的存在が保証されるから，均衡は $(i_t^{s*},\ i_t^{se*})=(\underline{i}^*(\tau),\hat{i}^*(\tau))$ で一意に与えられる。とくに，$\tau=\underline{\tau}$ の場合は $(i_t^{s*},i_t^{se*})=(\underline{i}^*(\tau),\underline{i}^*(\tau))$ である。

注

1）簡単化のため，教育に対する物的費用は0であると仮定する。

2）成長理論に関する多くの文献で，教育投資は知識の蓄積や技術進歩の促進を通じて生産性を上昇させると想定されている（例えば，Lucas（1988），Azariadis and Drazen（1990））。また，Bartel and Lichtenberg（1987），Benhabib and Spiegel（1995），Cohen（1996）などによって，この相関関係が実証的に支持されるという結果が得られている。

3）すなわち，政府の各進学者の努力投入の有無に対する観察不可能性を暗に想定している。

4）本モデルでは所得税は第一期の所得にのみ課せられるとしているため，教育補助政策によって世代間の所得移転は起こらない。このためモデルは所得再分配政策の幾つかの重要な問題が欠落したものとなっている。

5）$i_t^s=1$，$(L_t^s+L_t^{se}=0)$ では $b_t=\infty$ だから，τ の値によらず $u^n<u^s(0,b_t)$ が成立する。よって $\underline{i}(\tau,0)=0$ である。これと $\partial\underline{i}(\tau,1-i)/\partial i<0$ より，$\underline{i}(\tau,1)>0$ ならば $\underline{i}^*(\tau,1-\underline{i}^*)=\underline{i}^*$ を満たす $\underline{i}^*$ の内点での一意的存在が保証され，$\underline{i}(\tau,1)<0$ ならば任意の $L_t^s+L_t^{se}$ に対して $\underline{i}(\tau,1-i_t^s)=0$ となる。$\underline{i}(\tau,1)<0$ は $u^n>u^s(0,b_t(\tau,1))$ と同値であり，τ が $1-\gamma(0)$ $(1-\varepsilon)$ を下回る場合に成立する。

6）$i_t^s=1$ では τ の値によらず $u^n<u^{se}(0,b_t,1)$ が成立するから $\ddot{i}(\tau,0)=0$ であり，また $\ddot{i}_2(\tau,1-i_t^s)>0$ より $\partial\underline{i}(\tau,1-i)/\partial i<0$ がしたがうから，$\ddot{i}(\tau,1)>0$ ならば $\ddot{i}^*(\tau)$ の内点での一意的存在が保証される。$\ddot{i}(\tau,1)>0$ は $u^n>u^{se}(0,b_t(\tau,b_t(\tau,1),1)$ と同値であり，仮定(7)より $u^s(0,b_t(\tau,1))>u^{se}((0,b_t(\tau,1),1)$ が成立することより，$u^n>u^s(0,b_t(\tau,1))$ の場合には必ず満たされる。

7）$i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),\ \hat{i}(1))>\hat{i}(1)$，$i_t^{se}(\underline{i}^*(\tau),\ \hat{i}(0))<\hat{i}(0)$ と均衡の一意性より $i_t^{se'}(\underline{i}(\tau),\ \hat{i}^*(\tau))<1$ が成立する。つまり $\eta_1(\hat{i}^*,(1-\hat{i}^*)/(1-\underline{i}^*(\tau)))>(1/(1-\underline{i}^*(\tau)))\eta_2(\hat{i}^*,(1-\hat{i}^*)/(1-\underline{i}^*(\tau)))$ が成立し，したがって上式の分母は必ず正値となる。

8）人的資本関数についてはLoury（1981），Orazem and Tesfatsion（1997）の定式化にしたがった。

9）なお，各計測値は便宜上 $a_t=4$，$a_{t+1}=8$ とした場合の効用水準である。モデルでは a_{t+1} は内生変数であるが，均衡は a_t，a_{t+1} の値と独立に決定されるから，これらの値が数値計算の結果に影響を与えることはない。

参考文献

Aghion, P. and Howitt, P.（1992），"A Model of Growth through Creative Destruction," *Econometrica* 60, 323-351.

Azaliadis, C. and A. Drazen（1990），"Threshold Externalities in Economic Development," *Quarterly Journal of Economics* 105, 501-526.

Bartel, A. N. and F. R. Lichtenberg,（1987），"The Comparative Advantage of Educated Workers in Implementing New Technologies, " *Review of Economics and Statistics* 69, 1 -11.

Becker, G.（1964），*Human capital,* New York : Columbia University Press.

Benhabib, J. and Spiegel, M. M.（1994），"The Role of Human Capital in Economic Development Evidence from Aggregate Cross-country Date," *Journal of Monetary Economics* 34, 143-173.

Cohen D.,（1996），"Tests of The Convergence Hypothesis : Some Further Results," *Journal of Economic Growth* 1, 351-361.

Loury, G. C.（1981），"Intergenerational Transfers and the Distribution of Earnings," *Econometrica* 49, 843-867.

Lucas, Robert E., Jr.（1988），"On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics* 22, 3 -42.

Mankiw, N. G., Romer, D. and Weil, D. N.（1992），"A Contribution to the Empirics of Economic

Growth," *Quarterly Journal of Economics* 107, 407-437.

Orazem. P. and Tesfatsion. L.（1997）, "Macrodynamic Implications of Income-Transfer Policies for Human Capital Investment and School Effort," *Journal of Economic Growth* 2, 305-329.

Schultz, T. P（1988）, "Education Investments and Returns," *In Handbook of Development Economics vol. 1* Elsevier Science Publishers B. V.

Spence, M.（1973）, "Job Market Signaling," *Quarterly Journal of Economics* 87, 355-374.

Stiglitz, J. E.（1975）, "The Theory of Screening, Education, and the Distribution of Income," *American Economic Review* 65, 283-300.

Tamura, R.（1991）, "Income Convergence in an Endogenous Growth Model,"*Journal of Political Economy* 99, 522-540.

Jovanovic, B.（1998）, "Vintage Capital and Inequality", *Review of Economic Dynamics*, vol. 1, pp. 497-530.

外谷英樹（1995），「経済成長における高等教育のシグナル機能と政府教育支出の役割」『日本経済研究』29巻，163-198.