

日本の消費関数

——1955年以降の四半期データを中心とした分析——

平 田 純 一

目 次

1. 序
2. 基本的なデータの動向
3. 基本的な関数型による推定結果
4. 季節変動のないデータの単位根検定
5. 季節変動のあるデータの単位根検定
6. 結論と今後の課題

1. 序

前稿（平田 [1994]）では、1955年以降の日本の暦年データを用いた消費関数の推定結果を報告した。本稿では、同一の観測期間における四半期データを用いた消費関数の推定結果を報告する。

前稿でも述べたように、最近の消費関数の研究は、計量経済学的手法面からの検討（こうした方向の分析に関する展望として、Hendry [1990] 等がある）と合理的期待形成理論を用いた経済理論面からの検討（こうした方向の分析の展望としては、Hall [1989], Deaton [1992] 等がある）という2つの側面から進展している。計量経済学的な展開では、理論モデルに関しては、これまで伝統的に利用されてきた、基本的な消費関数の特定化を採用した上で、最近開発された計量経済学的手法を利用して、データの統計学的性質が回帰分析によって、望ましい推定結果を導くための条件を満たしているのかどうかに多様な検定を施した上で、条件を満たさない場合には、データに各種の変換を施してから分析を進めるという形の研究が行われている。¹⁾

一方、理論的な進展は、消費関数の基礎理論として、恒常所得仮説あるいはこれと基本的には同一の前提であると考えられる、ライフ・サイクル仮説を採用した上で、現実のデータがこうした仮説を満たす形で変動しているのかどうかを、各種の条件の下で評価するという形の議論の展開が広く研究されている。

前者の議論の出発点となった論文は、Davidson-Hendry-Srba-You [1978]（DHSY と略して呼ぶことが多いので、本稿でもこの論文を参照するときは DHSY と呼ぶ）であり、後者の議論の出発点となったのは、Hall [1978] である。前者の分析方向は、主として英国の経済学界で幅広い議論が展開され、後者の分析方向は、米国の経済学界を中心に展開された。しかしながら、現在では両方向の分析ともに、国境を越えて幅広く展開されている。前稿では、こうした1978年以降の消費

関数に関連する議論の展開を意識しつつも、伝統的な理論モデルの定式化に従い、計量経済学的にも伝統的な手法を用いて分析を行った。

本稿では、最近の計量経済学的手法面の展開が、日本の消費関数の推定に関する問題点にどのような形で光を当てることができるのかを意識しつつ、前稿で指摘した、暦年データを用いた、日本の消費関数推定上の問題点が、四半期データを用いた場合にどのような形で表現されるのかを先ず検討する。

前稿で報告した、暦年データを用いた消費関数の推定結果において問題になった諸点は、

- 1) 実質家計可処分所得を主要な説明変数として、実質家計最終消費支出を説明した場合には、各説明変数の符号条件、パラメータ推定値の有意性、回帰式の説明力といった点に関しては、問題がないが、Durbin-Watson 統計量の値が非常に小さくなり、攪乱項に1階の自己相関が存在することが示される。
- 2) データの1階の階差を取った上で、同様の関数型を用いて推定した場合に、1)の方法によって推定されたパラメータ推定値との間の対応関係が明確ではなく、理論的に想定される値とも対応しない。
- 3) 1)、2)の問題点は、消費関数の説明変数として、家計金融資産残高、金利、物価上昇率等の変数を追加した場合にも完全には解消されない。

といったものであった。上に記した消費関数推定上の問題点は、最近の計量経済学の理論的な説明方法によれば、Spurious Regression（見せかけの回帰）といわれる問題²⁾に対応している。

上記の問題を意識した場合の、本稿における第1の目的は、日本の消費関数を四半期データを用いて推定した場合にも、暦年データを用いて推定した場合と同様に、Spurious Regression に対応する状況が発生するのかどうかを確認することである。

本稿における第2の目的は、四半期データを用いて推定を行う場合には、暦年データを用いて推定した場合と比べて追加的な問題として、データの季節変動を調整する必要があるため、データの季節変動の状況を明確にしておくことがある。これに関する1つの解決方法は、データに何らかの季節調整法を適用した上で、回帰分析を行うことである。しかしながら本稿では、我々の利用するデータの季節変動形態を吟味することを目指して、季節ダミー変数を利用することによって、どこまでこの問題を解消することができるのかを検討する。

本稿における第3の目的は、前稿でも問題点としては意識したが、サンプル数の制約から明示的には取りあげることをしなかった、消費関数に関する構造変化の問題を明示的に取り上げ、状況を確認することである。

本稿における最後のそして最大の目的は、消費関数の推定における、Spurious Regression の問題に解決を与えることである。こうした方向での分析の方法は、1980年代に計量経済学的手法面、具体的なデータを用いた分析面共に、大きく展開した分野である。現在では、Spurious Regression に対する標準的な解決方法が確立している。ここでの考え方は、伝統的な計量経済学の分析における基本的な前提である、「回帰分析における説明変数は非確率変数であり、従属変数のみが確率変数である」から離れ、説明変数も従属変数も、一定の時系列プロセスに従う確率変数であることを議論の出発点とするというものであり、ここではデータの定常性の評価が重要な問題となる³⁾。しかしながら、日本のデータを利用したこうした方向からの研究には十分な蓄積が

あるとは考えられない。よって、本稿の後半では次稿において日本の消費関数における、Spurious Regressionの問題を解決することを目指し、前稿で利用した、暦年データと本稿で取り上げた、四半期データの両者に付いて、消費関数の推定に利用されるデータの時系列データとしての性質の吟味を行うことを目指す。

本稿の構成は、序に続く2節で、日本の消費関数を推定する場合に利用される基本的なデータの動向を視覚的に検討する。ここでは、暦年データを用いた場合に比して四半期データを利用する場合には、どのような問題を追加的に検討する必要があるのかを指摘する。3節では、暦年データを用いて消費関数を推定した場合に基本的な関数型として採用したいいくつかの関数型を用いて、四半期データを用いて推定した結果を提示し、両者の間にどのような対応関係が存在するかを検討し、四半期データを用いた場合にも、暦年データを用いた場合と類似の問題が発生することを指摘する。4節では、Spurious Regressionに関連する問題を考える上で、基本的な検討事項となるデータの定常性を評価する為の単位根検定に関して、季節性のないデータを対象とする場合に付いて説明し、暦年ベースの日本の消費関数を推定する際に利用する基本的なデータを対象に単位根検定を施し、これらの時系列データとしての性質を吟味する。5節では、季節性のあるデータを対象とする単位根検定の方法に付いて説明し、四半期ベースの日本の消費関数を推定する際に利用する基本的なデータを対象に単位根検定を施し、これらの時系列データとしての性質を吟味する。6節で本稿の結果を整理し、今後の展開方向を探る。

2. 基本的なデータの動向

本節では、消費関数の推定に用いられる、基本的なデータである、実質家計最終消費支出と実質家計可処分所得との観測期間における変動をグラフによって確認する。ここでは、両変数とも人口一人当たりの変数に変換した上でグラフによる検討を行う。

次ページの図1に示したのが、人口一人当たり実質家計可処分所得（YDH 85 P）と人口一人当たり実質家計最終消費支出（CH 85 P）とを生の数字でグラフ化したものである。また、図2に示したのは、両変数の自然対数値をグラフ化したものである。図から明らかであるように、四半期データを用いる場合には暦年データを用いた場合と比較するとデータの季節変動の問題を追加的に検討しておかなければならない。もちろん、データの季節変動の問題を何らかの季節調整法を用いて解決することも一つの方法である。しかしながら、データに何らかの季節調整法を適用した場合には、季節調整法自身の選択の問題が発生し、季節調整法を利用することによって、データの持つ各種の性質を打ち消す可能性もある。こうした季節調整法の選択を考える場合にも、季節調整を行っていないデータに関する分析の結果が一定の情報を与えると考えることができるので、ここでは季節調整を施していない生のデータを利用して各種の分析を行っていくことにする。このような選択を行う他の理由として、以下で我々が利用していく最近の計量経済学の手法においては、データの定常性の評価が重要な問題となり、こうした定常性の評価方法が季節調整を行ったデータの場合と季節調整を行っていないデータの場合とでは異なり、季節調整を行った場合のデータに関しては、暦年データを用いた場合と同じ方法が適用できるのに対して、季節調

図1 家計の1人当たり実質消費支出と実質可処分所得

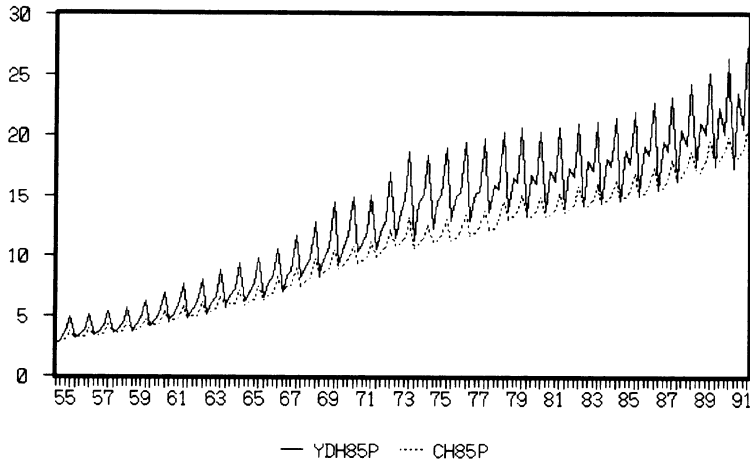
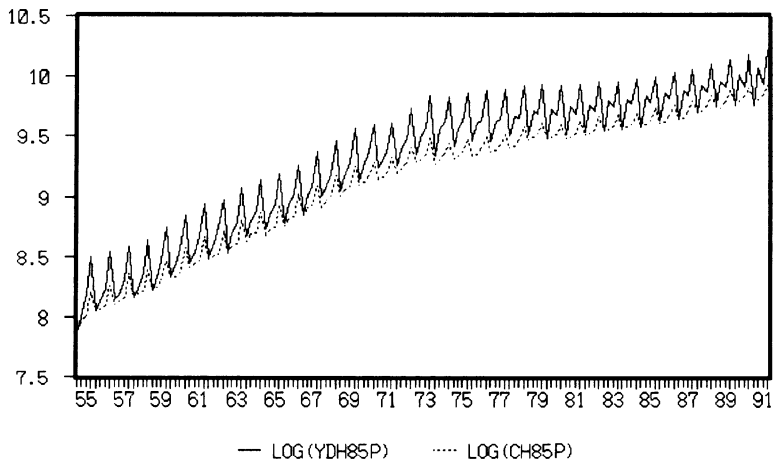


図2 家計の1人当たり実質消費支出と実質可処分所得（対数値）

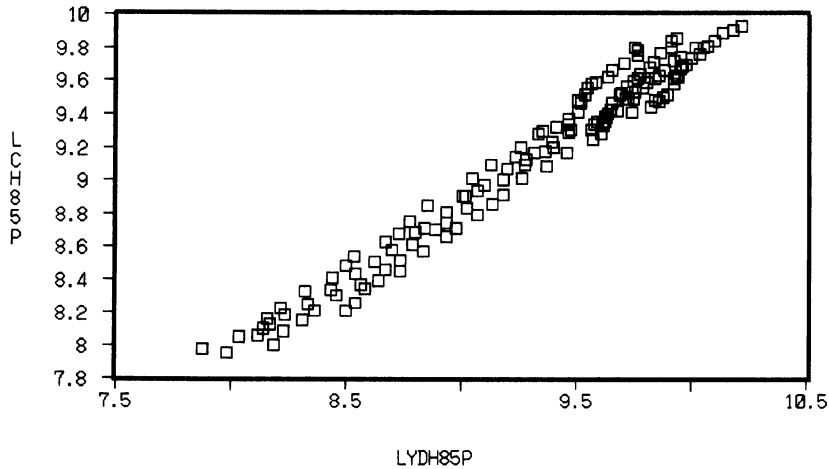


整を行っていない場合のデータに関しては、別途に考える必要があり、ここで両者の方法を比較するという目的もある。

ところで、図1、2を季節変動の観点から見ると、日本の消費関数を考える場合には、季節変動形態の評価が非常にやっかいな問題となることが予想される。その第1の理由として、日本のデータでは、実質家計可処分所得も実質家計最終消費支出も季節的変動が非常に大きくなっていることである。DHSYに示されている英国のデータと比べた場合に、日本における変動幅の方がはるかに大きいと考えられる。この理由は明白であり、日本においては、ボーナス制度があって、夏の6月か7月と冬12月にボーナスが支払われているからである。この結果日本では、実質家計最終消費支出の季節変動幅よりも実質家計可処分所得の季節変動幅の方が大きくなっている。通常消費関数における季節性は、消費支出が季節的に変動することを指していると考えられるので、日本の消費関数の推定結果を評価する場合にはこの点にも注意が必要となる。

図1、2に関して季節変動の点から注意しておくべきもう一点は、実質家計可処分所得の季節変動形態が観測期間の途中で、変化していることである。観測期間の前半では、第4四半期の値⁴⁾

図3 家計の1人当たり実質消費支出と実質可処分所得（対数値間の相関）



が非常に大きくなるのが、季節変動における主要な特徴であるが、観測期間の後半になるに従って、第2四半期の値に比して第3四半期の値が小さくなるという状況が発生している。こうした変化は、観測期間の中央（1971年頃から）で、第2四半期の値に比して、第3四半期の値の増加幅が小さくなるという形で変化が発生しており、1978年以降では、第2四半期の値に比して第3四半期の値の方が小さくなっており、この減少幅が次第に拡大している。こうした関係がどのような理由で発生しているのかは明確ではないが⁵⁾、四半期データを用いた消費関数の推定を行う際には注意しておく必要がある（実際には、これは家計可処分所得を説明変数として用いる全ての関数に共通の問題である）。

季節変動要因を除いた、データの変動は、当然のことながら前稿において検討した暦年データの変動形態と同様であり、1973年を境として、実質家計最終消費支出も実質家計可処分所得も増加率が明確に低下している。また、季節的な変動要因に明確に表われているが、生のデータにおいては観測期間の後半になるに従って、変動の幅が大きくなってきている。これは季節変動ばかりではなく、可処分所得に対応する消費水準の変動幅が次第に大きくなっていると考えることが自然であるので、生のデータを利用して消費関数を推定するよりも、対数変換を施したデータを利用して消費関数を推定する方が、計量経済学的に望ましい手続きであると考えられる。

上の図3に示したのは、対数変換を施した、実質家計最終消費支出と実質家計可処分所得との間の散布図である。季節性が存在しているので、散布図の形状は明確な直線関係というより、平行して3～4本の直線が描かれているように見受けられる。しかしながら、全体的には両変数間に直線関係が存在していることは明らかに表現されており、消費関数の推定において季節性を的確に処理することが最も基本的な問題ではないかと判断される。また、四半期データを用いた散布図において、観測期間の間に明確な傾きの変化が存在したかどうかを読みとることは困難である。

次ページの図4に示したのは、対数変換を施していないデータによる、平均消費性向（APC）の推移である。この図からは、季節変動パターンも明確に読みとることができるが、1970年代前半における平均消費性向の低下が顕著に表われている。この期間を除くと、1955年～1991年までを通して、平均消費性向の水準は大きく変化していないと判断される。

図4 家計の平均消費性向の推移

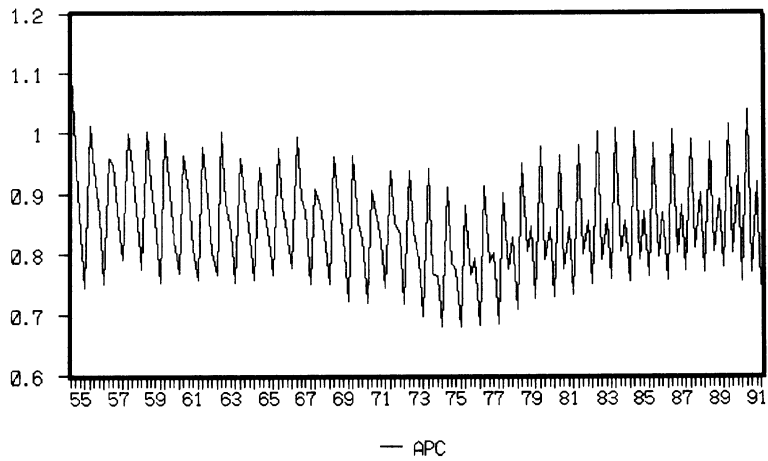


図5 家計の1人当たり実質消費支出と実質可処分所得（年当たり増分）

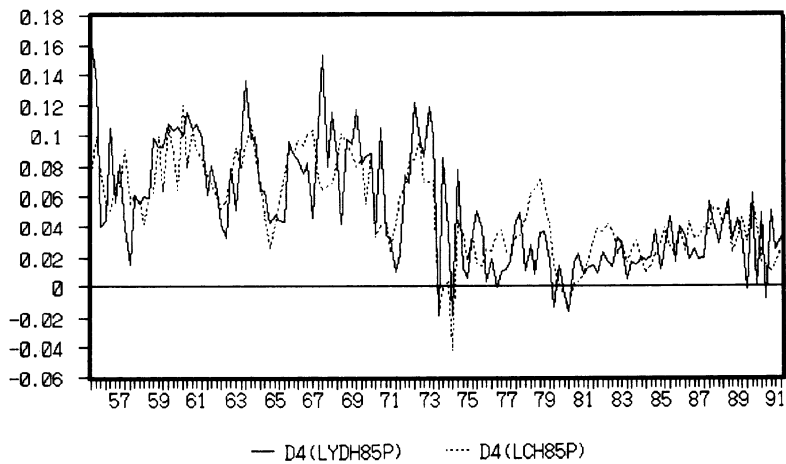
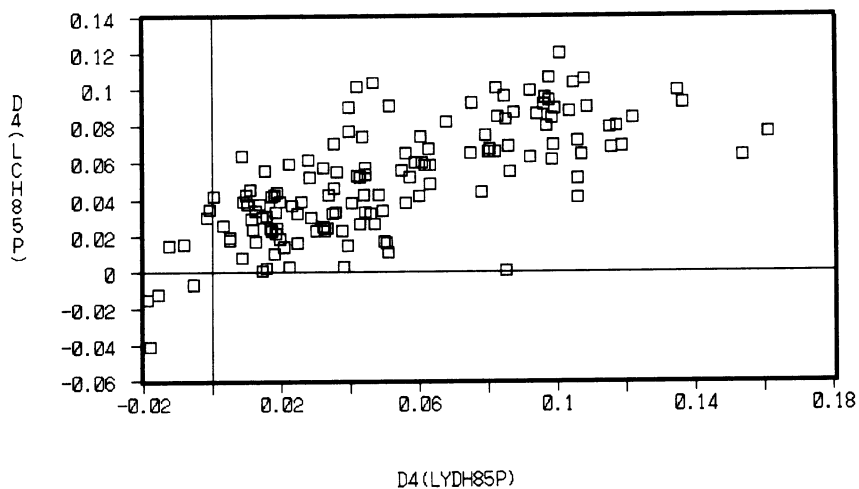


図6 家計の1人当たり実質消費支出と実質可処分所得（年当たり増分の相関）



季節的な変動の影響を排除するための一つの方法として、1年間の両変数の増分を用いてグラフを描いたのが、前ページの図5、6である。ここでは両変数に対数変換を施した上で、対数値間の増分を計算している。図5の折れ線グラフからは、両データ間の対応関係が必ずしも明瞭に表われているということとはできない。両変数の増減は基本的な関係として対応しており、増加幅も原則として、実質家計可処分所得の方が大きくなっているが、期間によっては、実質家計最終消費支出の増分の方が大きくなっていることが確認される。いずれの変数とも、1973年以前の増分の方がそれ以降の増分に比して大きくなっている。また、水準のデータでは明瞭に存在した両データの季節性に関しては、ここに示したような、年単位の増分で見ただけではほぼ解消していると判断することができる。しかしながら、両データとも短期的に大幅に変動していることを読みとることができる。暦年データを用いた場合には、第1次オイル・ショック期の1974年にも、実質家計可処分所得、実質家計最終消費支出共にマイナス成長にはなってはいなかったが、四半期データで見ると、マイナス成長であった四半期が存在していたことも明瞭である。両データがマイナス成長になったのは、1974年ばかりではなく、1980年にも四半期によってマイナス成長になっている。図6に示した両データの増分間の散布図によると、図3に示した、水準の対数値間の散布図とは異なり、季節変動の影響は全く認めることはできない。その代わり、両変数間の明確な直線関係も読み取りにくくなっている。しかしながら、基本的な趨勢として、原点を通過する直線によって、両データ間の関係をほぼ近似できると判断される。

これまで行ってきた、人口一人当たり実質家計可処分所得と、人口一人当たり実質家計最終消費支出という2種類のデータの変動分析から、我々は、1955年以降の日本経済における、四半期データを用いた消費関数の推定においては、両データを対数変換して用いることが適当であり、生のデータ（所得・消費の水準）を用いて分析する場合には、両データ間に極めて明瞭な右上がりの直線関係が存在するが、これと併せて、明確な季節変動パターンが存在することも明らかであり、何らかの季節調整を行う必要が存在することが明確になった。また、季節変動を取り除くための一つの手段として、両データを対数変換した上で、4四半期（1年間）単位の両データの増分間の関係を確認すると、季節変動パターンは確かに消滅しているが、両データ間の直線的な関係も水準のデータ間の関係と比べた場合には弱くなっていることが明らかとなった。

3. 基本的な関数型による推定結果

本節では、前節における人口一人当たり実質家計可処分所得と人口一人当たり実質家計最終消費支出との間の図的な検討を受けて、前稿（平田 [1994]）で、暦年データを用いて同一の観測期間を対象とした消費関数を推定する際に利用したいいくつかの基本的な関数型によって、四半期データを用いた消費関数を推定し、前稿で検討した、暦年データを用いた消費関数の推定において、発生した問題点がどのような形で表われるのかを評価し、今後検討する最近の計量経済学の手法を用いた分析の出発点とする。

本節では基本的な関数型として、

$$\ln CH_{85P} = \alpha + \beta \ln YDH_{85P} \quad (3-1)$$

$$\ln CH\ 85\ P = \alpha + \beta \ln YDH\ 85\ P + \gamma \ln CH\ 85\ P_{-1} \quad (3-2)$$

$$\ln CH\ 85\ P = \alpha + \beta \ln YDH\ 85\ P + \gamma \ln M\ 285\ P_{-1} \quad (3-3)$$

の3種類の特定化を検討する。ここで、CH 85 P は、1985年基準の家計最終消費支出デフレータで実質化した、家計最終消費支出を人口で割ったものであり、YDH 85 P は、家計可処分所得に同様の変換を施したものであり、M 285 P も金融資産残高の代理変数としての貨幣ストック量（M2CD）に同様の変換を施したものである。家計金融資産残高の代理変数として、貨幣ストック残高を利用することに関しては、前稿でも述べたように、いくつかの問題点を含んでいる。しかしながら、現行の国民経済計算体系において、四半期単位では家計金融資産残高のデータが公表されていないこと、日本銀行によって作成されている、資金循環表ベースの家計金融資産残高から、四半期ベースのデータを得ることは可能であるが、このデータ系列では、観測期間内にデータの評価方法が変化し、データの整合性の点で問題があり、他に適当な方法がない。

データに季節変動が存在する為、上記の関数型をそのままの形で推定することは適当ではない。以下では、四半期ダミー変数を説明変数として追加した場合の推定結果と各データを年当たりの増分の形に変換して推定した結果とを提示する。また、1955年以降の日本の消費関数を推定する場合の一つの問題点として、1973、4年の前後において、消費関数に構造変化が発生した可能性がある。前稿で検討した暦年データを用いた分析でも、この時期を境として実質家計可処分所得と実質家計最終消費支出との間の直線関係における、傾きが変化したことが明瞭に表われていた。しかしながら、暦年データを利用した分析では、サンプル数の制約が存在するので、十分な構造変化の検定を行うことが困難であり、前稿ではこの問題を明示的には取りあげなかった。しかしながら、四半期データを利用して分析を進めていく場合には、サンプル数の制約は大きな問題とならないので、構造変化が存在したかどうかをも検討の対象としていく。但し、前節の図3に示した関係からは、両変数間の傾きが途中で明確に変化したことは確認されていないので、ここでは、期間別の推定結果を示して、今後本格的に構造変化の検定を行う必要があるかどうかを判断する際の材料を提供するにとどめる。

まず、最も基本的な関数型である、(3-1)式に従った推定結果において、季節ダミー変数の効果を判断するため、(3-1)式をそのままの形で推定した場合と、四半期ダミー変数を追加して推定した場合の結果とを併わせて提示する。

$$\ln CH\ 85\ P = 0.5782 + 0.9197 \ln YDH\ 85\ P \quad (3-4)$$

(4.518)(66.978)

$$\widehat{R}^2 = 0.9685, \quad \widehat{R}^2 = 0.9683, \quad D.W. = 2.4606, \quad S.E. = 0.09778$$

$$\ln CH\ 85\ P = 0.07221 + 0.9613 \ln YDH\ 85\ P + 0.2515 D1 + 0.1144 D2 + 0.1138 D3 \quad (3-5)$$

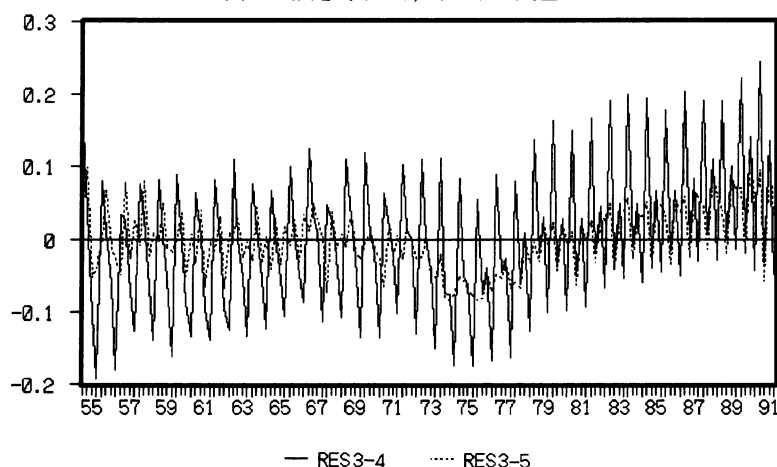
(1.1057) (141.546) (22.390) (10.423) (10.415)

$$\widehat{R}^2 = 0.9930, \quad \widehat{R}^2 = 0.9928, \quad D.W. = 1.5677, \quad S.E. = 0.00464$$

ここでパラメータ推定値の下括弧内はt-統計量であり、 $\widehat{R}^2$ は回帰式の決定係数値であり、 $\widehat{R}^2$ は自由度修正済みの決定係数値であり、D.W.はDurbin-Watson統計量であり、S.E.は回帰式の標準偏差である。

(3-4)式と(3-5)式とを比較すると、いくつかの変化が顕著に表われている。第1に、(3-5)式におけるダミー変数のt-値はどの四半期ダミー変数のパラメータ推定値に関しても非常に大

図7 推定式(3-4), (3-5)の残差



大きく、有意水準1%で充分に有意になっている。よって、四半期データを用いた消費関数を推定する場合には、季節変動要因を明示的に考慮する必要があることが明らかである。第2に、第1点に関連するが、(3-4)式に比べて(3-5)式の方が、決定係数値がはるかに大きくなり、回帰式の標準偏差も半分以下になっているので、関数の適合度の観点からもはるかに望ましい推定結果であると言えることができる。第3に(3-4)式では、切片のパラメータ推定値自身は小さな値ではあるが、 t -値は大きく、有意水準1%で有意に0と異なっているのに対して、(3-5)式では、値がはるかに小さくなった上に、有意水準も非常に低下しており、原点を通過していると考えることができる。第4に、(3-4)式における場合よりも、(3-5)式における場合の方が所得弾力性値が大きくなっている。第5に、Durbin-Watson 統計量の値が、(3-4)式では、攪乱項に負の系列相関の存在を示唆しているのに対して、(3-5)式では、正の系列相関の可能性を示唆していることである。ところで、ダミー変数を説明変数に追加することによって、どの程度消費支出の季節変動が取り除かれているのかを確認するために、(3-4)、(3-5)式の残差のグラフを描くと、上の図7のようになる。この図に示された残差の形状から、(3-5)式の残差は(3-4)式の残差に比べて大幅に小さくなっていることは明らかである。しかしながら、(3-5)式でもまだ完全に季節変動要因を取り去っているとは言えないことを示していると同時に、観測期間の初めと終わりとで、相対的に残差が大きくなっていること、1973年から1978年にかけて、消費水準を過剰に推定していることが見て取れる。また、季節変動の形態が、観測期間の前半と後半とで変化している可能性も存在していると判断することができる。

次に、(3-2)式の特定化に従った消費関数の推定結果を検討する。暦年データを用いてこの関数型によって推定を行う場合には、説明変数として含まれる、ラグ付き従属変数のラグ長は、1年間ということで問題がなかったが、四半期データを用いて推定を行う場合には、ここで1四半期のラグを取る可能性と1年間（4四半期）のラグを取る可能性の2種類を考慮しておくことが望ましい。ダミー変数を用いることによって、季節変動の影響が完全に取り除かれている場合には、1四半期のラグを検討すれば充分であると考えられる。しかしながら、我々が推定している消費関数では、上に示したように、ダミー変数の利用によって季節変動の影響を完全に排除してい

ると言い切ることはできないので、今期の消費水準に影響を与える変数として、前期の消費水準と同時に、前年同一四半期の消費水準をも検討しておくことが必要となる。これらの結果を示したのが、(3-6)、(3-7)式の推定結果である。

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P = & 0.1684 + 0.2275 \ln YDH\ 85\ P + 0.7575 \ln CH\ 85\ P_{-1} \\ & (4.407) \quad (5.289) \quad (17.181) \\ & -0.2515 D1 - 0.1144 D2 - 0.1138 D3 \\ & (-6.056) \quad (-4.715) \quad (-3.964) \end{aligned} \quad (3-6)$$

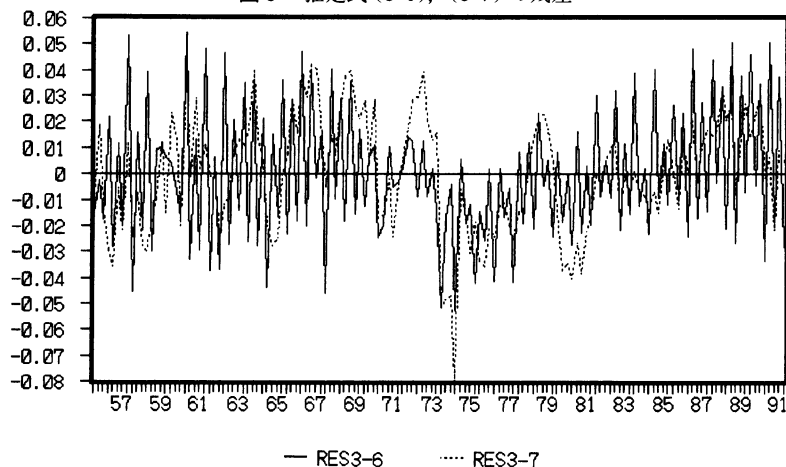
$$\widehat{R}^2 = 0.9977, \quad \widehat{\bar{R}}^2 = 0.9976, \quad D.W. = 3.1628, \quad D.H. = -8.4829, \quad S.E. = 0.02629$$

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P = & 0.3230 + 0.1454 \ln YDH\ 85\ P + 0.8119 \ln CH\ 85\ P_{-4} \\ & (8.738) \quad (3.592) \quad (20.308) \\ & + 0.0343 D1 + 0.0148 D2 + 0.0163 D3 \\ & (-2.856) \quad (2.036) \quad (2.232) \end{aligned} \quad (3-7)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.9982, \quad \widehat{\bar{R}}^2 = 0.9981, \quad D.W. = 0.7516, \quad D.H.A. = 9.4968, \quad S.E. = 0.02284$$

これらの推定結果を見ると、いずれのパラメータ推定値も符号条件を満たしている。但し、ここで注意すべき点は、(3-6)式では、全てのダミー変数のパラメータ推定値が負であるのに対して、(3-7)式では、全て正になっていることである。ダミー変数を季節調整の目的で利用する場合には、符号条件を先験的に決めることはできないので、何等问题ではないが、おもしろい観察事実である。パラメータ推定値の有意性もダミー変数を含めて全てのパラメータ推定値共有意水準5%で有意になっている。これらの推定式で問題になる点は、いずれの推定式においても、Durbin-Watson 統計量が、攪乱項に系列相関の存在を指摘していることである。ここに示した推定結果では、ラグ付き従属変数が説明変数として含まれているので、Durbin-Watson 統計量はバイアスを持ち、(3-6)式では、Durbin の h 統計量 (D.H.) を示してあるが、これによると、攪乱項に負の系列相関の存在が指摘されている。一方、(3-7)式では、Durbin の代替 h 統計量 (D.H.A.) が示されているが、これによると攪乱項に正の系列相関の存在が指摘されている。よって、消費関数の説明変数として、従属変数の1期ラグを説明変数に含む場合と、4期ラグを説明変数に含む場合とで、攪乱項の系列相関の形状が大きく異なることになる。データの季節変動が十分に調整されている場合には、攪乱項の系列相関の形状としては、正であることが自然である。よって、ここでは四半期ダミー変数のみによって季節変動が十分に調整されてはならず、説明変数として4四半期のラグを取った、従属変数を含むことによって季節変動が調整されていると考えることが適当であろう。いずれにしても、攪乱項に系列相関が存在し、このままの形で推定結果を受け入れることはできない。ここで、両推定式から計算された残差のグラフを示すと、次ページの図8のようになる。この図を見ると確かに、(3-6)式から得られた残差は、各四半期ごとに、正負の値を交互に取ることが多く、(3-7)式から計算される残差は一方向への片寄りが継続することが多いことが分かる。観測期間の全体を通した場合には、(3-7)式から得られた残差の方が安定している（変動幅が相対的に小さい）と考えられるが、第1次オイル・ショック期をはさむ期間の残差の変動幅が、(3-6)式の残差に比べて、大きくなっていることが特徴的である。季節変動が除去されているという点に関しては、(3-7)式の残差の方が季節性を感じさせないように思える。いずれの推定式の残差を見ても、(3-5)式の残差と同様に、第1次オイル・ショックに続く期間の残差が継続的に負（過剰予測になっている）であることは共通しており、この問題

図8 推定式(3-6), (3-7)の残差



を回避するためには、関数の特定化に一層の検討を加える必要があることを示唆している。

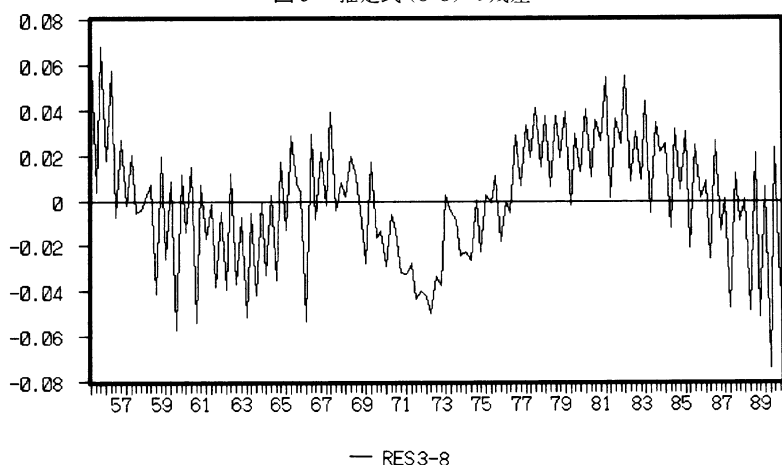
次に検討するのは、(3-3)式の特定化による消費関数の推定結果である。この推定結果が、以下の(3-8)式である。

$$\begin{aligned} \ln CH_{85P} = & 1.3190 + 0.4837 \ln YDH_{85P} + 0.3514 \ln M_{285P-1} \\ & (13.216)(14.398) \quad (14.466) \\ & + 0.04096 D1 - 0.01540 D2 - 0.00102 D3 \\ & (2.540) \quad (-1.3952) \quad (-0.0965) \end{aligned} \quad (3-8)$$

$\widehat{R}^2 = 0.9967, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.9960, D.W. = 1.7283, S.E. = 0.02583$

この推定結果でも、各パラメータ推定値は符号条件を満たしており、ダミー変数のパラメータ推定値を除く、各パラメータ推定値は、有意水準1%で有意になっている。この推定結果では、ダミー変数のパラメータ推定値で、有意水準5%で有意になっているのは、第1四半期ダミー変数のパラメータのみであることが特徴的である。ここでは、実質家計可処分所得の弾力性値が、0.4837で若干低すぎる推定値であると判断される。決定係数値は十分に大きくなっている。この推定結果での問題点は、切片の値が大きいことと、攪乱項の系列相関の問題である。攪乱項の系列相関を、Durbin-Watson 統計量の有意水準5%で検定を行うと、いわゆるグレー領域に入ってしまった判定ができない。しかしながら、Durbin-Watson 統計量によって判定しているのは、攪乱項に1階の系列相関が存在するかどうかであるが、ここで用いている、四半期データの場合には、攪乱項の系列相関は必ずしも1階の系列相関に限定される訳ではなく、4階の系列相関が存在する可能性もある。このようなモデルで、必要な四半期ダミー変数を全て含む推定結果に関しては、King [1981] によって、通常の方法で計算された Durbin-Watson 統計量を用いて、攪乱項に系列相関が存在するかどうかを判定するための検定表が示されており、通常の Durbin-Watson 統計量の検定表ではなく、この検定表により検定する必要がある。この検定表からは、我々の得た Durbin-Watson 統計量の値は、グレー・ゾーンではなく、攪乱項に系列相関がないことを示している。この基準からすると(3-8)式の推定結果が、これまで提示してきた中で最も望ましい推定結果である。

図9 推定式(3-8)の残差



(3-8)式の推定結果から、計算された残差のグラフを記したのが、上の図9である。この図を見ると、攪乱項の系列相関の問題よりも、これまでの推定式同様に、1970年代前半における、過剰推定の状況が顕著に表われている。このことからすると、(3-8)式による推定結果に関しても一層の検討を加える必要が残存していると考えられる。

これまで検討してきたのは、実質家計最終消費支出の水準を対象とする特定化による推定結果である。以下で、これまで検討してきた3種類の基本的な関数型を前提として、具体的には(3-1)、(3-3)式の特定化に従って、説明変数、従属変数ともに1年間の増分に変換して推定した結果を示す。前節の検討によれば、データを増分に変換することによって、季節変動の問題は回避されている可能性が高いが、ここでも一応四半期ダミー変数を説明変数に加えて推定を行い、季節性がどの程度残存しているのかを評価する。

$$\begin{aligned} \Delta_4 \ln CH_{85P} = & 0.02014 + 0.5762 \Delta_4 \ln YDH_{85P} \\ & (4.914) \quad (12.561) \\ & + 0.000097 D1 - 0.002440 D2 - 0.002919 D3 \end{aligned} \quad (3-9)$$

(0.0193) (-0.486) (-0.584)

$$\hat{R}^2 = 0.5327, \quad \hat{\hat{R}}^2 = 0.5192, \quad D.W. = 1.2047, \quad S.E. = 0.02119$$

$$\begin{aligned} \Delta_4 \ln CH_{85P} = & 0.00641 + 0.3912 \Delta_4 \ln YDH_{85P} + 0.2834 \Delta_4 \ln M_{285P-1} \\ & (1.768) \quad (8.377) \quad (8.384) \\ & + 0.00285 D1 - 0.000099 D2 + 0.00369 D3 \end{aligned} \quad (3-10)$$

(0.700) (-0.0244) (0.911)

$$\hat{R}^2 = 0.7180, \quad \hat{\hat{R}}^2 = 0.7070, \quad D.W. = 1.3634, \quad S.E. = 0.01668$$

上記の式における、 Δ_4 は、各変数の4四半期分の階差を表わしている。いずれの推定結果においても、季節ダミー変数のパラメータ推定値の有意水準は非常に低く、各変数の1年間の階差を取った回帰式では、季節変動の影響はほぼ回避されていると判断することができる。また、いずれの推定式においてもダミー変数以外の説明変数のパラメータ推定値は符号条件を満たしており、有意水準1%で有意に0と異なっている。切片に関しては(3-9)式においては有意水準1%で有意になってはいるが、値自身が非常に0に近いので、ほぼ0であるとみなすことが可能である。

(3-10)式の切片は、有意水準5%で有意であるが、ここでも推定された値自身が極めて小さいので、これもほぼ0であるとみなすことができる。両推定式における、決定係数値は各変数の水準を用いた推定結果の場合と比べて小さな値となっているが、これは従属変数が異なっている⁶⁾ので、比較することには理論的な意味がない。しかしながら、いずれの推定結果においても、Durbin-Watson 統計量の値が十分に2に近くなく、有意水準5%で攪乱項に系列相関が存在しないという帰無仮説は棄却される。よって、4四半期の階差を取って推定することだけでは、攪乱項の系列相関の影響を完全に排除することができないことを示している。

以上で、基本的な関数型による推定結果を一通り検討してきた。いずれの推定結果にも何らかの問題点が残されている。(3-8)式を除く推定結果では、攪乱項の系列相関の問題が最も大きな問題であり、(3-8)式の推定結果では、推定されたパラメータの値にいささか疑問がある。しかしながら、各推定式を用いて計算した残差の分析からは、こうした表面的な問題よりも、1970年代半に、実質家計最終消費支出が過剰推定されていることが共通の問題として指摘された。これは、初めに見た、消費支出のデータから明らかであるように、1970年代前半から、消費支出の増加率が低下しており、我々の推定した回帰モデルでは、この変化を的確に捉えていないことの結果であると考えられる。そこで以下には、観測期間を2分し、1973年までのデータを用いて推定した結果と、1974年以降のデータを用いて推定した結果とを併せて提示し、両者の相違を検討しておく。構造変化の検定も可能ではあるが、これまで検討してきた推定結果は、いずれも何らかの問題点を含んでいるので、構造変化の検定は、今後関数の特定化に一層の検討を加えてから行うこととし、ここでは、観測期間を2分することによってパラメータ推定値にどのような影響が出るのかを検討しておくにとどめる。

以下に示すのは、基本的な関数型(3-1)式に従って、四半期ダミー変数を含む場合の1973年までのデータによる推定結果(3-11a)と1974年以降のデータによる推定結果(3-11b)である(以下同様で、1973年までのデータによる推定結果をaで示し、1974年以降のデータによる結果をbで示す)。

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P &= 0.2600 + 0.9401 \ln YDH\ 85\ P \\ &\quad (4.362) \quad (144.773) \\ &\quad + 0.2318 D1 + 0.1536 D2 + 0.0866 D3 \\ &\quad (26.983) \quad (18.413) \quad (10.609) \end{aligned} \quad (3-11a)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.9968, \quad \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.9966, \quad D.W. = 1.5779, \quad S.E. = 0.02459$$

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P &= -2.7201 + 1.2414 \ln YDH\ 85\ P \\ &\quad (-8.437) \quad (38.473) \\ &\quad + 0.3789 D1 + 0.1215 D2 + 0.2026 D3 \\ &\quad (21.769) \quad (9.543) \quad (15.218) \end{aligned} \quad (3-11b)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.9619, \quad \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.9596, \quad D.W. = 1.8088, \quad S.E. = 0.03278$$

ここでは推定結果の評価は別として、両者の比較のみを考える。観測期間の相違がパラメータ推定値に与える影響が極めて大きいことが分かる。(3-11a)式のパラメータ推定値は、先に示した、(3-5)式のパラメータ推定値と比べた場合に、切片の値が大きくなり、傾きが小さくなってはいるが、少なくとも弾力性に関しては極端に大きな相違であるとは言えない。しかしながら、(3-11b)式のパラメータ推定値は、(3-5)式の値と非常に大きく異なっている。先ず、切片が負で大きな値を取り、有意水準も極めて大きくなっている。更に所得弾力性値が、1.2414と1を大

きく上回っており、消費関数の推定結果としては異常である。しかしながら、観測されたデータの動向から、(3-11b)式の推定結果を理解することは可能である。即ち、第1次オイル・ショック期に貯蓄率が大きく上昇しているので、実質家計可処分所得に占める、実質家計最終消費支出の割合は大幅に低下した。その後、家計の貯蓄率は次第に低下したので、実質可処分所得の増加率に比して、実質家計最終消費支出の増加率の方が大きかった。よって、ここに示した推定結果は、こうした状況を素直に反映していると考えることができる。それにしても、推定された弾力性値が1を上回っている消費関数をそのまま受け入れることは不可能であり、ここで検討した、(3-1)式の特特定化に従う消費関数では、少なくとも1974年以降の日本の家計部門の最終消費支出を十分に説明してはいないと判断せざるを得ない。なお、2節でデータの動きを観察した際に問題とした、第2四半期と第3四半期の実質家計可処分所得の値が観測期間を通して、徐々に第2四半期の値の方が大きくなるという点が、推定結果にどのように反映しているかを見るために、それぞれの期間に対応する、ダミー変数のパラメータ推定値を比較すると、(3-11b)式では、(3-11a)式に比して、第2四半期ダミー変数のパラメータ推定値が小さくなり、第3四半期ダミー変数のパラメータ推定値が大きくなるという形で、データの動きと対応している。このことは、ダミー変数に関しても関数の構造変化を生起する要因が隠されていることを示している。

以下に基本的な関数型の(3-2)式により、4四半期ラグの実質家計最終消費支出を説明変数に含む関数を期間区分して推定した結果を提示する。

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P = & 0.1650 + 0.4680 \ln YDH\ 85\ P + 0.5024 \ln CH\ 85\ P_{-4} \\ & (3.477) \quad (5.804) \quad (5.904) \\ & + 0.1131 D1 + 0.0760 D2 + 0.0449 D3 \end{aligned} \quad (3-12a)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.9982, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.9981, D.W. = 1.5105, D.H.A. = 2.0758, S.E. = 0.01740$$

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P = & -0.9281 + 0.3104 \ln YDH\ 85\ P + 0.7756 \ln CH\ 85\ P_{-4} \\ & (-4.221) \quad (4.229) \quad (13.048) \\ & + 0.1010 D1 + 0.0365 D2 + 0.0553 D3 \end{aligned} \quad (3-12b)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.9893, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.9885, D.W. = 0.9955, D.H.A. = 4.7868, S.E. = 0.01746$$

(3-12a, b)式の推定結果も基本的な点で、先の(3-11a, b)式の推定結果と類似したものとなっている。ここでは、ラグ付き従属変数が説明変数に含まれているので、推定されたパラメータ値を両式の間で単純に比較しても意味はない。よって、家計可処分所得の長期弾力性値を計算すると、(3-12a)式では0.9405となり、(3-12b)式では1.3832となる。いずれの推定期間においても、説明変数の4四半期前の実質家計最終消費支出を含んでいるにも関わらず、季節ダミー変数は全て有意水準1%で有意となっている。更に、(3-12a)式では、第2四半期ダミー変数の係数値が、第3四半期ダミー変数の係数値よりも大きく、(3-12b)式では、第3四半期ダミー変数の係数値の方が、第2四半期ダミー変数の係数値よりも大きくなっている。

次に、基本的な関数型の(3-3)式によって、期間区分をした推定結果を示す。

$$\begin{aligned} \ln CH\ 85\ P = & 0.9091 + 0.6955 \ln YDH\ 85\ P + 0.1797 \ln M\ 285\ P_{-1} \\ & (4.3907) \quad (9.1913) \quad (3.2461) \\ & + 0.1134 D1 + 0.06542 D2 + 0.02398 D3 \end{aligned} \quad (3-13a)$$

$$(3.2343) \quad (2.5451) \quad (1.2131)$$

$$\begin{aligned}
\widehat{R}^2 &= 0.9975, \widehat{R}^2 = 0.9973, D.W. = 1.5548, S.E. = 0.01949 \\
\ln CH\ 85\ P &= 1.3263 + 0.4997 \ln YDH\ 85\ P + 0.3343 \ln M\ 285\ P_{-1} \\
&\quad (2.291) \quad (5.0115) \quad (7.6582) \\
&\quad + 0.06921 D1 - 0.02931 D2 + 0.02792 D3 \\
&\quad (1.6320) \quad (-1.1295) \quad (1.1248) \\
\widehat{R}^2 &= 0.9798, \widehat{R}^2 = 0.9783, D.W. = 0.6949, S.E. = 0.02403
\end{aligned} \tag{3-13b}$$

ここに示した推定結果では、いずれの観測期間を取っても、推定された実質家計可処分所得の弾力性値は、1未満の数字となっている。しかしながら、(3-13b)式の推定結果では、Durbin-Watson 統計量の値が極端に小さくなっており、パラメータ値を比較する等の検討を行い得る程望ましい推定結果とはなっていない。また、観測期間ごとのパラメータ推定値の相違も非常に大きなものとなっている。

観測期間を区分した推定結果の最後として、上の(3-10)式において、季節ダミー変数を説明変数から除いた場合の推定結果を示すと以下の通りである。

$$\begin{aligned}
\Delta_4 \ln CH\ 85\ P &= 0.02442 + 0.3091 \Delta_4 \ln YDH\ 85\ P + 0.2174 \Delta_4 \ln M\ 285\ P_{-1} \\
&\quad (2.296) \quad (3.928) \quad (2.551) \\
\widehat{R}^2 &= 0.3109, \widehat{R}^2 = 0.2879, D.W. = 1.5027, S.E. = 0.01803 \\
\Delta_4 \ln CH\ 85\ P &= 0.01037 + 0.2781 \Delta_4 \ln YDH\ 85\ P + 0.2420 \Delta_4 \ln M\ 285\ P_{-1} \\
&\quad (3.460) \quad (3.325) \quad (6.318) \\
\widehat{R}^2 &= 0.4447, \widehat{R}^2 = 0.4286, D.W. = 1.0943, S.E. = 0.01460
\end{aligned} \tag{3-14a}$$

$$\tag{3-14b}$$

ここに示した、推定結果は充分な説明力を有する推定結果であるということとはできないが、なかなか興味深いものである。その理由は、これまで検討してきた各推定結果に比して観測期間の相違によるパラメータ推定値の相違が極端には大きくなっていないこと、(3-14b)式における決定係数値の方が、(3-13a)式における決定係数値よりも大きくなっていることである。しかしながら、ここで推定された、実質家計可処分所得の弾力性値は極端に小さくなっており、(3-14b)式における Durbin-Watson 統計量の値も非常に低いものとなっている点が問題点として指摘される。

本節の最後に、これまで検討してきた各種の推定結果から明らかであるように、季節調整を行う上で、実質家計可処分所得の季節変動形態が変化してきていることが、消費関数の推定結果にも明確に表われてきているので、この問題を処理するために、季節ダミー変数に単なる水準を与えるばかりではなく、タイム・トレンド変数を導入して、時間の経過に伴う変化をも含ませる形で推定した結果を示す。実質家計可処分所得の季節変動パターンは、1970年代に入ってから徐々に変化してきているので、ここでは、タイム・トレンド変数として、1970年第1四半期からの変数を用い、これと季節ダミー変数とを掛け合わせたものを説明変数として追加する。ここでは、ダミー変数にこのような調整を施すことが、消費関数の推定結果に与える影響を観察するため、(3-1)式の特定化に従った関数の推定結果のみを提示するが、他の関数の推定結果にも同様の影響が認められる。

$$\begin{aligned}
\ln CH\ 85\ P &= 0.3092 + 0.9364 \ln YDH\ 85\ P + 0.2052 D1 + 0.1250 D2 \\
&\quad (4.572) \quad (132.658) \quad (18.638) \quad (11.771)
\end{aligned}$$

$$+0.05851 D3+0.001367 T \times D1-0.0006824 T \times D2+0.001834 T \times D3 \quad (3-15)$$

$$(5.672) \quad (5.672) \quad (-3.027) \quad (8.580)$$

$$\widehat{R}^2=0.9965, \widehat{\widehat{R}}^2=0.9963, D.W.=1.0437, S.E.=0.03347$$

ここで、T は1970年第1四半期以降のタイム・トレンドある。ここでは、トレンドを含むダミー変数は有意水準1%で有意であり、観察されたデータの変動形態に対応した符号条件を満たしている。こうした調整を施したことにより、所得弾力性が若干低下している。一方で、Durbin-Watson 統計量の値は低下している。よって、こうした形で季節変動を調整することには意味があるが、攪乱項の系列相関に関しては別途の検討を行う必要があることになる。

以上でみてきたように、日本の消費関数を1955年以降の四半期データを用いて推定する際に、伝統的に標準的な関数型と考えられてきた特定化を用いた場合には、十分な説明力を有しないことが明らかとなってきた。ここで指摘された問題点は、1) 観測期間全体のデータを用いて推定した場合に、Durbin-Watson 統計量の値が小さくなり、攪乱項に系列相関の存在する可能性が高い。2) いずれの推定結果から得られた残差を見ても、1970年代の前半に、過剰推定されていることが明らかである。3) 1973年を区切りとして、観測期間を分割して推定した場合には、観測期間の後半の所得弾力性値が1を上回るか、非常に小さな値を与え、推定結果が不安定である。4) 観測期間ごとに、推定されたパラメータ値が大きく異なっている。5) モデルの特定化によって、パラメータ推定値間に整合性が存在しない。といったことである。

こうした状況が発生する原因としては、1) 我々が用いた消費関数の特定化においては、この期間の消費を説明する上で必要となる十分な説明変数が含まれていない。2) 説明変数と従属変数との間に、見せかけの相関が存在し、本来の関係が十分に明らかにされていない。という可能性がある。このうちの、1) に関しては、1970年代前半の日本経済を特徴付ける要因として、第1次オイル・ショック期をはさむ期間における、インフレーションの進行があり、我々の特定化においては、物価上昇率が説明変数として含まれていないことが問題になる。2) に関しては、最近の応用計量経済分析においては、どのような関数を推定する場合にもこうした問題が現実重要な影響を与えているかどうかを検定してから推定を行うことが要求されている。よって、以下では、物価上昇率を説明変数として含んだ関数の特定化を検討する前に、最近の計量経済分析において要求される基本的な検定を行い。我々が利用しているデータの性質を先ず明らかにすることを旨とする。その上で、もし必要であれば、次稿においてそうしたデータを用いる場合に採用すべき関数型の特定化を検討した上で、物価上昇率を説明変数として含む回帰式を推定し、観測期間全体を通じた安定性の検討を行うことを旨とする。

4. 季節変動のないデータの単位根検定

前節では、1955年から1991年までの日本の四半期データを用いた、基本的な関数型による消費関数の推定結果を示した。これらの推定結果から、前節末に記したようないくつかの問題点が明らかになった。ところで、四半期データを用いた消費関数の推定において問題となった諸点は、暦年データを用いた消費関数の推定において問題になった諸点と完全に対応している訳ではない。

季節変動の調整の問題は、四半期データを用いた場合に固有な問題である。一方、決定係数値が十分に大きいものに対して、Durbin-Watson 統計量の値が十分に大きくないという問題は、四半期データを用いた場合には、暦年データを用いた場合ほど、明確には表われていない。しかしながら、季節性を細かく調整した、(3-15)式においては、Durbin-Watson 統計量は非常に小さな値となっているし、観測期間を分割して推定した場合の推定結果でも、同様の傾向が認められる。よって、四半期データを用いた場合にも、暦年データによる推定で問題となった、Spurious Regression の問題を避けて通ることはできない。

一方、構造変化の存在に関する検討は、四半期データを用いた場合にのみ明示的に行ったが、暦年データを用いた場合にも存在が明確であった問題である。よって、この問題もいずれのデータを用いて推定を行う場合にも避けて通れない問題である。

本稿の後半では、Spurious Regression の解消を主要な関心の対象として考えていく。この問題を考える際には、序にも記したように、回帰分析に利用する全てのデータを、確率的な時系列データであると考えることが、議論の出発点となっている。⁷⁾このような性質を持つデータによって、回帰分析を行う場合には、回帰分析に用いる各データ系列が定常性を満たしていることが必要となる。⁸⁾よって、このような回帰分析を行うためには、利用するデータの時系列データとしての発生機構を事前に明確にしておく必要がある。本稿の後半ではこの問題を検討し、こうした考え方をを用いることによって、日本の消費関数の推定方法に改善をもたらすことが可能であるのかどうかを検討する。

計量経済分析に利用するデータの定常性の検定は、現在では単位根検定 (Unit root test) として整理されており、これに対する検定方法も多数提案されているが、Dickey と Fuller による提案が最も早いものであり (Fuller [1976], Dickey-Fuller [1979, 1981]), 現在でも最も幅広く利用されているので、ここでもこの手続きを基本として整理し、具体的に検定を行う。

単位根検定の方法は、季節変動のないデータ (暦年データや季節調整された四半期データ) を用いる場合と、季節変動のあるデータを用いる場合とでは異なるので、本節では前者の例として、暦年データを用いた場合を検討し、次節において後者の例として、季節調整を施していない四半期データを用いた場合に付いて考えることとする。

回帰分析における単位根の検定に関しては、Dickey と Fuller によって基本的な手続きが設定されたが、単位根を検定するための検定統計量の検出力が必ずしも大きくなく、データに関して想定される各種の条件に応じて、検定の方法にも多様な展開が必要であるので、1980年代から1990年代にかけて、極めて多数の単位根検定に関する文献が表われている。⁹⁾以下ではここでの問題の設定を整理した上で、単位根検定に関する基本的な考え方を説明し、具体的な検定の手続きを示す。先にも述べたように本節では、季節変動のないデータに関する検定の手続きを考える。¹⁰⁾

ここでは、回帰分析に用いられる各データは、確率過程に従う、時系列データであると考えられる。このデータが、 y_t ($t=1, \dots, n$) で記述され、 t 期における y_t の平均 (期待値) を μ_t 、分散を σ_t と表わす。また、異時点の y_t と y_{t+k} との間の共分散を、 $\sigma_{t,t+k}$ とする。ここで、平均及び分散が、時間の関数となっているのは、経済時系列データを利用する場合には、一般的に想定される関係である (時間の経過に伴う増加あるいは減少の趨勢を持っている)。これに対して、強い定常性を満たす時系列データというのは、時系列データの結合確率分布が時間の経過に関わらず変化しないこ

とを意味している。しかしながら、時系列解析の通常の応用においては、この条件は厳しすぎるので、弱い定常性を前提として議論が展開されることが多い。弱い定常性の条件として、通常利用されるのは、 y_t の期待値 $[E(y_t)]$ が時間の経過に関わらず一定値 μ であり、 y_t の分散 $[V(y_t)]$ も時間の経過に関わらず一定値 σ^2 である。また、異時点のデータ間の共分散 $[Cov(y_t, y_{t+k})]$ は、時間差 k のみの関数で σ_k となる、という条件である。これらの条件うち一つでも満たされない場合には、時系列データは定常性を満たさないといわれる。

経済データの場合には、上で定義した、弱い定常性を満たすことすら極めてまれであり、増加あるいは減少の趨勢（trend）を持っている場合が一般的である。時系列解析の立場から、こうした趨勢を生み出す機構は複数考えることができる。これ等のうち最も単純な機構は、Random Walk Process と言われ、

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-1)$$

で示される。ここで、最も単純な場合には ε_t は平均が 0 で、分散が σ_ε^2 である White Noise Process（分散が一定で、異時点の攪乱項は独立である）に従うと考えられる。(4-1) 式を逐次代入によって書き換えると、以下ようになる。

$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (4-2)$$

よって、 $E[y_t] = y_0$ であるが、 $Var[y_t] = t\sigma_\varepsilon^2$ となるので、このプロセスは、 t が大きくなるに従って分散が拡大することになる。また、連続する時系列間の相関の程度も t が大きくなるに従って大きくなることが知られている。よって、 y_t は定常性を満たさない時系列である。また、(4-1) 式に定数項を含む場合には、Random Walk with Drift¹¹⁾ といわれ、

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-3)$$

の形で表現される。この場合の y_t も逐次代入によって、 $y_t = y_0 + t\mu + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{t-i}$ と表わすことができるので、 $E[y_t] = y_0 + t\mu$ となり、 $Var[y_t]$ は、(4-1) 式の y_t の分散と共通で、 $t\sigma_\varepsilon^2$ である。よって、(4-3) 式で表現される y_t も、(4-1) 式で表現される y_t と類似の性質を持っているが、この場合には、一定方向への累積的変動が明示されている。こうした、確率的なランダムショックの累積が、時間の経過と共に大きくなり、また連続するデータ間の相関が大きくなる結果、各時点の値が平均から大きく乖離してしまうことになる、という性質を持つデータを、確率的趨勢を持つデータという。

これに対して、各時点の時系列データの分布の平均が時間の経過に伴って、増加したり減少したりする趨勢がある場合も考えられる。こうした発生機構を持つ時系列データを、上の Random Walk with Drift と区別して、決定的な趨勢を持つデータと呼び、以下の関係で示される。

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (4-4a)$$

$$\mu_t = \alpha + \beta t \quad (4-4b)$$

によって示される。上の 2 式の関係を結合すると、

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (4-5)$$

の形で示されることになる。この場合には、各時点のデータは過去の自分自身の値とは、独立であるが、時間の経過に従ってその値が発散していくので、定常性を満たしていないことは明らかである。場合によると、Random Walk with Drift と決定的趨勢とを共に含む時系列データの発

生機構を考えることもでき、この場合には、

$$y_t = \alpha + \beta t + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-6)$$

の形で示すことができる。

これまで述べてきたような、非定常な時系列データを用いて回帰分析を行うことは、Spurious Regression の問題を発生する可能性が高く望ましくないので、こうしたデータを用いて分析を行う場合には、各データを定常性を満たす形に変換してから利用することが必要となる。これまで示してきた、各時系列データの発生機構ごとに、定常性を満たすようにデータ変換をおこなう方法が異なる。基本的には、データの階差を取ることで、定常性を満たすように変換する場合と決定的な趨勢を取り除くことによって、定常性を満たすデータ系列に変換する場合とが考えられる。

(4-1)式で示される、時系列データの発生機構に従っているデータの場合には、以下のように継続するデータ間の階差を取ることで、定常的な時系列を得ることができる。

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t \quad (4-7)$$

(4-7)式で示されるデータ Δy_t が定常性を満たすことは、 ε_t が平均0、分散 σ_ε^2 の White Noise Process であることから自明である。Random Walk with Drift である、(4-3)式で示される、時系列データの発生プロセスに従っているデータの場合にも、連続するデータ間の階差を取ると、

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t \quad (4-8)$$

となるので、 Δy_t は、White Noise Process ε_t と定数 μ の和となり、これも定常性の条件を満たすことは明らかである。ここで、(4-7, 8)式における、 ε_t は必ずしも、White Noise Process に従う必要はなく、系列相関があっても、定常性の条件を満たしている限り問題はない。 ε_t が1階の自己相関過程に従っている場合の条件は、

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \xi_t \quad (4-9)$$

の関係があり、 ξ_t が White Noise Process になっており、 $|\rho| < 1$ が満たされていることである。

これまで見てきたように、時系列データの階差を取ることで、定常的な系列に変換することのできる系列を、最近では、Engel, Granger [1987] の用語法に従って、Integrated series と呼ぶことが一般的になっている。ここで、定常性を満たすために、1階の階差を何回取ったかによって、Integrated order (d) [I(d)] という。ここで、d は階差を取った回数を示している。よって、I(0) は、データ系列が何等の変換を施すことなしに、定常性の条件を満たしていることを示し、I(1) は、1階の階差を取ることで、定常性を満たすデータ系列を構築することができることを意味している。

これに対して、決定的な趨勢を持つ時系列データの場合には、決定的なトレンドを取り去ることによって、定常的な時系列データを作り出すことが可能である。しかしながら、この場合には、1階の階差を取ってもデータを定常性の条件を満たすように変換することはできない。

上記の議論を前提とするならば、経済データを用いた回帰分析を行う場合には、事前に利用するデータの時系列データとしての性質を吟味しておくことが必要となる。これは、結局利用するデータが、決定的なトレンドを取り除くことによって、定常性を満たす時系列を構築することができるのか、階差を取ることで定常性を満たす時系列を構築することができるのか、及び階差を取る場合には、Integration の回数を決めることに帰着する。別の表現を用いれば、利用

するデータをどのような手段を用いて、定常的なデータ系列に変換することが可能であるのかを評価することが重要である。こうした、評価の為の方法は、現在では単位根検定という形で整理され、広く利用されている。

以下では、日本の消費関数を推定する際に利用する、人口一人当たり実質家計最終消費支出、人口一人当たり実質家計可処分所得、人口一人当たり実質 M2 残高の暦年ベースの対数値のデータを例として利用しながら、単位根検定の標準的な方法を示す。これまでに説明してきた関係から、ある経済変数が、(4-1) 式の形で示されるような時系列プロセスによって生み出されたとするならば、このデータ系列は、 $\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t$ と変換されるので、 $I(1)$ であることになる。そこで、ある経済データが $I(1)$ プロセスから発生したものであるかどうかを判定するためには、攪乱項、 ε_t が White Noise Process であることを前提とすれば、

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-10)$$

の式を、OLS によって推定し、パラメータ ρ の値が 1 であるかどうかを $\rho < 1$ という対立仮説に対して検定すればよい。しかしながらここで問題になるのは、 $\rho = 1$ という帰無仮説のもとでは、 ρ の推定量の漸近分布は正規分布に従わず、これの正確な分布型もこれまでのところ導かれていないことである。よって、 $\rho = 1$ が満たされるかどうかを検定するためには、推定された t -値を用いて、 t -分布表に従って検定を行うことは適当ではないことになる。この問題を回避するために、Fuller [1976], Dickey, Fuller [1979, 1981] 等で、モンテカルロ・シミュレーションによって、計算された検定表を用いて、 $\rho = 1$ という帰無仮説の有意性を判定することになる。この検定表を利用するためには、

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-11)$$

の関係を推定し、 $\delta = 0$ であるという帰無仮説を検定することになる。ここで、

$$y_t = (1 + \delta)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

の関係を利用し、 $\rho = (1 + \delta)$ であると考えれば、(4-11) 式の関係は、(4-6) 式の関係と同等である。(4-11) 式において、 δ が有意に負であることが明らかとなれば、(4-10) 式の ρ が 1 未満であることが示されたという形で、検定されることになる。Dickey, Fuller 検定〔以下 DF 検定と記す〕では、(4-11) 式を最小 2 乗法によって推定し、これから得られた、パラメータ δ の値が負であるかどうかを、 t -値の計算法に従って計算された値を、DF の検定表に当てはめて、有意に 0 と異なっているかどうかを検定することになる。もし、有意に 0 と異なっていない場合には、 y_t は、 $I(1)$ プロセスであり、有意に 0 と異なっている場合には、 $I(0)$ プロセスあるいは、2 階以上の Integrated プロセスとなる。これを評価するためには、(4-11) 式の説明変数と従属変数の階差を取って（1 階の階差を 2 回取ることになる）、回帰を行い同様の過程を繰り返すことになる。この結果として、 y_t を定常化する階差を何回取るかを判定し、あるいは階差を取ることで、データ系列を定常化することができるかどうかを判定する。

DF 検定は、趨勢を持つ時系列データの検定を行う場合にも利用することができ、この場合には、(4-7) 式に切片を加えた回帰式、

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} \quad (4-12)$$

を推定し、こうした状況に対応した、DF の検定表を用いて、 γ が有意に負になっているかどうかを検定すれば良い。

また、経済データを用いる場合には、(4-12)式に示されているような、確率的な趨勢ばかりではなく、決定的な趨勢（タイム・トレンド）を含む場合も存在しえる。この場合も、形式的には(4-12)式を拡張し、

$$\Delta y_t = \mu + \alpha t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-13)$$

の形の回帰式を推定することによって、評価することができる。しかしながら、この場合には確率的趨勢がなく、決定的趨勢があることを結合的に検定することになるので、帰無仮説は、 $\alpha = 0$ 、 $\delta = 0$ となる。この場合は、2種類のパラメータの同時検定となるので、検定方法としては尤度比検定が用いられることになり、これに対応した検定表も、Dickey, Fuller [1981] に用意されている。

これまでに説明してきた、単位根検定においては、検定を行うベースとなる回帰式の攪乱項には系列相関がないことを想定してきた。しかしながら、実際にデータの性質を検討する場合には、この条件が満たされない場合も考えられる。こうした場合には、Augmented Dickey-Fuller (ADF) 検定を用いることが提案されている。この ADF 検定では、もし回帰式の攪乱項に、系列相関の存在が検出された場合には、この系列相関が存在しなくなるまで、従属変数のラグを説明変数として追加していくというものである。具体的には、

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4-14)$$

という回帰式を推定し、攪乱項の系列相関がなくなるまで、 k を大きくして行くことになる。系列相関の判定には、D. W. 統計量あるいは、Durbin の代替 h 統計量を用いることになる。

以上が、単位根検定に関する基本的な検定の手順である。しかしながら検定の手続きは、条件によって多様に変化するので、手続きとしては煩雑である。よって、上記の各種のモデルのうちどのモデルが最もデータに対して適合性が良いかを判断する為に、検定の手続きをマニュアル化したものとして、Dolando 等 [1990] がある。

ここで、提示された手続きは、(4-13)式を、攪乱項に系列相関のない状態（系列相関があれば、ADF の手続きによる）で、推定し、 $\delta = 0$ （即ち、 $\rho = 1$ ）を検定する。もし、帰無仮説が棄却された場合には、検定はここで終わり、データ系列 y_t は、単位根を持たないことになる。もし帰無仮説が棄却されない場合には、

$$\Delta y_t = \mu + \alpha t + \varepsilon_t \quad (4-15)$$

を推定し、説明変数 t のパラメータ推定値の有意性を検定する（この場合にも、攪乱項に系列相関が存在する場合には、ADF 検定に対応する推定方法を採用する）。ここで、もし変数 t のパラメータ推定値、 α が有意であれば、変数 y_t には決定的な趨勢があることになる。これに対して、もし α が有意でない場合には、

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4-16)$$

を推定し、 $\delta = 0$ という帰無仮説の下で単位根検定を行う。ここで帰無仮説が棄却された場合には、検定はここで終了し、 y_t は単位根を持たないことになる。もし、帰無仮説が棄却されない場合には、定数項 μ が有意であるかどうかを、

$$\Delta y_t = \mu + \varepsilon_t \quad (4-17)$$

によって、検定し μ が有意であるかどうかを評価する。

これまで説明してきた手続きに従って、消費関数の推定に関連する暦年データである、人口一

人当たり実質家計最終消費支出，人口一人当たり実質家計可処分所得，人口一人当たり実質 M2 残高の対数値に関して，単位根検定を行ってみる。ここでは，先ず (4-9) 式に対応する回帰式を考え，攪乱項の系列相関の状況を判断するため，(4-10) 式の Δy_{t-k} を $k=0, 1, 2$ に関して推定し，それぞれに関して，Durbin-Watson 検定あるいは，Durbin の代替 h 検定によって，系列相関の有無を評価した。この結果採用された推定結果は，各変数に関して，

$$\begin{aligned} \Delta \ln CH\ 85\ P = & 0.03469 + 0.0001324\ T - 0.0332 \ln CH\ 85\ P_{-1} \\ & (0.9586) (0.0845) (-1.096) \\ & + 0.1945 \Delta \ln CH\ 85\ P_{-1} \\ & (1.1268) \end{aligned} \quad (4-18)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}^2 = & 0.4904, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.4411, D.W. = 1.9858, D.H.A. = 0.3160, S.E. = 0.03347 \\ \Delta \ln YDH\ 85\ P = & 0.0317 + 0.0000632\ T - 0.0276 \ln YDH\ 85\ P_{-1} \\ & (1.0990) (0.04607) (-1.099) \\ & + 0.396 \Delta \ln YDH\ 85\ P_{-1} \\ & (2.4255) \end{aligned} \quad (4-19)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}^2 = & 0.5857, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.5456, D.W. = 1.9897, D.H.A. = 0.0752, S.E. = 0.01460 \\ \Delta \ln M\ 285\ P = & -0.0239 + 0.00502\ T - 0.0104 \ln M\ 285\ P_{-1} \\ & (-0.5032) (1.6699) (-2.2139) \\ & + 0.3907 \Delta \ln M\ 285\ P_{-1} \\ & (2.5206) \end{aligned} \quad (4-20)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.4851, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.4319, D.W. = 1.7785, D.H.A. = 1.1173, S.E. = 0.03944$$

となった。いずれの変数に関しても，攪乱項に系列相関の存在が認められ，これを解消する為に，従属変数の 1 階のラグを説明変数につけ加えることが必要になっている。いずれの変数に関しても，(4-13) 式の δ パラメータの t -値を用いて，DF 検定に従って評価すると， $\delta=0$ 即ち $\rho=1$ という帰無仮説を有意水準 5% で棄却することはできない。一方， T のパラメータ推定値が 0 であるという帰無仮説も，有意水準 5% で棄却することはできない（ここでの検定は，Fuller [1976] 及び Dickey, Fuller [1981] の検定表によっている）。このことから，ここで検討の対象としているデータは全て，単位根を持ち，階差を取ることによって定常的な時系列データに変換されることを示している。Dolando 等 [1990] の検定の手続きに従うならばこの場合には，(4-15) 式の推定を行う必要がある。攪乱項の系列相関等を考慮した結果，各変数に関する，(4-15) 式に従う推定結果は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \Delta \ln CH\ 85\ P = & 0.06966 - 0.001505\ T + 0.1940 \Delta \ln CH\ 85\ P_{-1} \\ & (4.0668) (-3.1644) (1.1205) \end{aligned} \quad (4-21)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}^2 = & 0.4707, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.4376, D.W. = 1.9738, D.H.A. = 0.4099, S.E. = 0.02128 \\ \Delta \ln YDH\ 85\ P = & 0.0567 - 0.001333\ T + 0.390 \Delta \ln YDH\ 85\ P_{-1} \\ & (3.1860) (-2.5784) (2.3827) \end{aligned} \quad (4-22)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}^2 = & 0.5696, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.5426, D.W. = 0.9556, D.H.A. = 0.2589, S.E. = 0.02177 \\ \Delta \ln M\ 285\ P = & 0.06438 - 0.00138\ T + 0.4639 \Delta \ln M\ 285\ P_{-1} \\ & (2.3422) (-0.5750) (2.8813) \end{aligned} \quad (4-23)$$

$$\widehat{R}^2 = 0.3981, \widehat{\widehat{R}}^2 = 0.3580, D.W. = 0.8006, D.H.A. = 1.0411, S.E. = 0.04192$$

ここでは、先の検定と若干状況が異なり、実質家計最終消費支出のデータでは、T 変数のパラメータ推定値が有意水準 5 % で、有意に 0 と異なっていることが見て取れる。これ以外の変数に関しては、単位根の存在を前提として検定による場合には、有意水準 5 % で有意に 0 と異なっているという帰無仮説は棄却される。この結果は、若干奇異な印象もあるが、日本のデータを利用した単位根検定に関する数少ない例である、山本 [1988] によると、日本のデータを用いた場合には、第 1 次オイル・ショックを境として単位根検定に関しても矛盾が発生する事実が報告されており、この問題の解決は今後に残された課題とする。以下では、(4-16) 式に従った単位根検定を行ってみる。

これらの推定結果は、以下に示す通りである。

$$\Delta \ln CH85P = 0.03765 - 0.03087 \ln CH85P_{-1} + 0.1915 \Delta \ln CH85P_{-1} \quad (4-24)$$

(4.2448) (-3.4106) (1.1512)

$$\hat{R}^2 = 0.4903, \bar{\hat{R}}^2 = 0.4584, D.W. = 1.9845, D.H.A. = 0.3739, S.E. = 0.02089$$

$$\Delta \ln YDH85P = 0.03294 - 0.02657 \ln YDH85P_{-1} + 0.3936 \Delta \ln YDH85P_{-1} \quad (4-25)$$

(3.4922) (-2.8549) (2.5662)

$$\hat{R}^2 = 0.5857, \bar{\hat{R}}^2 = 0.5598, D.W. = 1.9872, D.H.A. = 0.1492, S.E. = 0.03219$$

$$\Delta \ln M285P = 0.05059 - 0.02843 \ln M285P_{-1} + 0.4102 \Delta \ln M285P_{-1} \quad (4-26)$$

(2.9996) (-2.1539) (2.5779)

$$\hat{R}^2 = 0.4356, \bar{\hat{R}}^2 = 0.3980, D.W. = 1.7801, D.H.A. = 1.4019, S.E. = 0.04060$$

これらの結果によると、実質家計最終消費支出に関しては $\delta = 0$ という帰無仮説を有意水準 5 % で棄却する。実質家計可処分所得及び実質 M2 に関しては、同様の帰無仮説を有意水準 5 % で棄却することができない。この結果は上の (4-13) 式に従った単位根検定の結果と対応している。

こうした検定の最後に、(4-17) 式に従った検定を検討する。これらの推定結果は以下に示す通りである。

$$\Delta \ln CH85P = 0.02100 + 0.5569 \Delta \ln CH85P_{-1} \quad (4-27)$$

(2.4663) (3.8057)

$$\hat{R}^2 = 0.3050, \bar{\hat{R}}^2 = 0.2840, D.W. = 2.1830, D.H.A. = -1.31545, S.E. = 0.02402$$

$$\Delta \ln YDH85P = 0.01452 + 0.6892 \Delta \ln YDH85P_{-1} \quad (4-28)$$

(1.9133) (5.5206)

$$\hat{R}^2 = 0.4801, \bar{\hat{R}}^2 = 0.4644, D.W. = 2.2020, D.H.A. = -0.9142, S.E. = 0.02456$$

$$\Delta \ln M285P = 0.02614 + 0.5865 \Delta \ln M285P_{-1} \quad (4-29)$$

(1.9824) (4.0708)

$$\hat{R}^2 = 0.3484, \bar{\hat{R}}^2 = 0.3273, D.W. = 1.8597, D.H.A. = 0.5258, S.E. = 0.05232$$

ここに示された、切片のパラメータ推定値の t 値を用いた検定では、いずれの推定式においても、切片が有意水準 5 % で有意に 0 と異なっているという帰無仮説は棄却される。

これまで示してきた結果を整理すると、実質家計最終消費支出に関しては、決定的な趨勢があり、これ以外の実質家計可処分所得と実質 M2 に関しては、Random Walk with Drift に従っていることになる。しかしながら、消費のデータと所得のデータが異なった、時系列の発生機構

から生み出されているという結果には若干疑問もあり、推定結果も安定していないと判断される。この点に関しては、今後構造変化の問題等を考慮した検定を検討したり、DF や ADF とは異なる検定方法との比較を検討する等の必要がある。ここでは、暦年ベースの消費関数の推定に係する日本のデータでは、単位根の検定が必ずしも容易でないことのみを指摘するにとどめる。本稿では、以下で四半期データに同様の単位根検定を当てはめた場合に、ここで見てきた、暦年データを用いた場合の単位根検定との対応関係を検討する。

5. 季節性のあるデータの単位根検定

前節で説明した、季節性のないデータの単位根検定も、比較の対象が多いことことからなかなか面倒な手続きであったが、データに季節性が存在する場合の単位根検定は、季節変動形態に対する判定をも含むためより一層面倒になる。本節では、季節性を持つデータの単位根検定の基本的な方法を説明した上で、四半期データを用いて、日本の消費関数を推定する際に我々が利用してきたデータを対象として、単位根検定を具体的に検討する。

検討の対象となるデータが、1 年間に、 S 個の季節性を持つデータ（我々の検討対象である、四半期データの場合には $S=4$ となり、月別データの場合には $S=12$ となる）とする。季節性を取り除くための方法として階差を取ることを考える。この場合の階差は、前節で検討した階差とは異なり、1 階の階差ではなく、 S 階の階差となる。ここで考える、 $x_t - x_{t-s}$ を季節的階差と呼ぶ。このような季節的階差を取ることは、単に季節変動パターンを取り除くばかりではなく、単位根検定の対象となる、趨勢をも同時に取り除く役割を果たす可能性もある。しかしながら、データの季節性を完全に取り除くためには、 S 階の階差を 1 回取るだけでは不十分であり、 S 階の階差を複数回取る必要のある場合も存在する。また、趨勢に非線形性が存在している場合には、趨勢を取り除くために、 S 階の階差を取ったデータの 1 階の階差を更に取る必要があることもありえる。

季節性を持つデータが、 S 階の階差と 1 階の階差の組み合わせによって、定常性を満たすデータに変換することができる時、非定常なデータは、Engel, Granger, Hallaman [1989] に従って、季節性を持つ階差 (d, D) の Integrated 系列と呼ぶ。もし、 S 階の階差を D 回取った上で、そのデータ系列に 1 階の階差を d 回取ることによって、定常性を満たすデータに変換される場合には、 $SI_s(d, D)$ と記すことにする。

現実のデータに関する分析の結果から、季節変動の形態が和の形で示される場合には、変換前のデータの季節変動形態以外が $I(1)$ であっても、 $SI_s(0, 0)$ によって、定常化されることがあり、季節変動形態が積の形で示される場合あるいは、季節変動形態以外が $I(2)$ 以上の Integrated 系列の場合には、 $SI_s(0, 1)$ のデータに関して、1 階の階差を d 回取ることによって定常化しなくてはならない場合もある。

以上が、季節性を持つデータを定常化する上での基本的な考え方である。ここでは、季節的な Integration の形態と非季節的な Integration の形態とを区別する必要があるので、処理が一層やっかいになる。ここでは先ず季節的な、Integration の形態を決定し、その上でそれ以外の Integration の形態を判定するという方法に従って検討を加える。こうした検定の手続きに関して

も現在では多数の方法が提案されているが、ここでは比較的初期に示された、Dickey, Hasza, Fuller [1984] の方法を、Osborn 等 [1988] によって修正された形で利用する。この方法以下では、DHF 法と呼ぶ。この方法は、前節で説明した ADF 検定を一般化したものである。

DHF 法とは、年に S 回の季節性を持つデータを対象として、以下に記す回帰式を最小 2 乗法によって推定し、回帰式のパラメータ、 δ の t-値を用いた検定を行うことが基本となっている。

$$\Delta_s z_t = \delta z_{t-s} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta_s y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5-1)$$

なお、(5-1) 式の z_{t-s} は以下に示す方法によって求められる。まず、 $\Delta_s y_t$ (ここで、 $\Delta_s y_t = y_t - y_{t-s}$ である) を、それ自身の k 期ラグまでの過去の変数によって回帰する。この回帰式は、

$$\Delta_s y_t = \sum_{i=1}^k \lambda_i \Delta_s y_{t-i} + \xi_t \quad (5-2)$$

という形になる。

次に、(5-2) 式に関する、 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ の OLS 推定量、 $(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_k)$ と、 $y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-k}$ から、 z_t を以下の式に従って計算する。

$$z_t = y_t - \sum_{i=1}^k \hat{\lambda}_i y_{t-i} \quad (5-3)$$

最終的に、 z_t のラグ付き変数を (5-1) 式に代入して回帰式を推定し、 δ の推定値に関する、t-値を計算する。DHF [1984] では、 $\Delta_s z_t$ を用いることを提案したが、ここでは Osborn 等 [1988] によって修正された方法に従う。ここで計算された、t-値によって検定を行うための検定表は、DHF [1984] に用意されている。

もし、(5-1) 式における、 δ の推定量が有意に負となっている場合には、 y_t が季節的な Integrated 系列であるという帰無仮説が棄却され、確率的季節性が存在しないという対立仮説か S 階の階差を取ることによって、取り除かれる、確率的季節性は存在しないという対立仮説が受容されることになる。

逆に、 $\delta=0$ であるという帰無仮説が受容された場合には、データの定常性を導くための、季節変動以外の階差 (1 階の階差) の回数を決めることが問題となる。ここで、評価の対象となる仮説は、 $SI_s(0, 0)$, $SI_s(0, 1)$, $SI_s(1, 1)$ 等となる。上で、 $\delta=0$ という帰無仮説が受け入れられた場合には、 $SI_s(0, 0)$ は考慮の対象外となるので、 $SI_s(0, 1)$ と $SI_s(1, 1)$ との間の比較を行いどちらが適切であるかを評価することになる。

以下では、S 階の階差を 1 回取ることによって、季節変動形態が取り除かれているということが基本的な前提となるので、以下に示す手続きは、前節で示した季節性のないデータの単位根検定と類似したものとなる。

前節で述べた単位根検定の方法と考え合わせるならば、ここでの帰無仮説は、 $SI_s(1, 1)$ となり、対立仮説は、 $SI_s(0, 1)$ となることは自然な選択であろう。よって、以下の推定式を前提として、季節性のないデータの場合の、ADF 検定に対応した検定方法を考える。

$$\Delta \Delta_s y_t = \delta \Delta_s y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \Delta_s y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5-4)$$

(5-4) 式の Δ は、 y_t に Δ_s の階差を取った系列の 1 階の階差を取ることを意味する。ここで、 δ が有意に負であるかどうかを検定する。ここで帰無仮説が棄却されなければ、次に $SI_4(2, 1)$ を

帰無仮説として、 $SI_4(1, 1)$ を対立仮説とした検定を行う。この場合の推定式は、

$$\Delta\Delta\Delta sy_t = \delta\Delta\Delta sy_{t-1} + \sum \delta_i \Delta\Delta\Delta sy_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5-5)$$

といった形となり、以下同様の手続きを繰り返すことになる。

これまで説明してきた、DHF 検定においては、データの季節変動形態を評価する場合には、季節変動形態が確率的な変動形態、すなわち、

$$y_t = y_{t-s} + \varepsilon_t \Rightarrow \Delta sy_t = y_t - y_{t-s} = \varepsilon_t \quad (5-6)$$

であることを前提とした検定方法である。これに対して、季節変動形態が確定的である場合を考えることもできる。これは、四半期データを用いる場合には、季節変動形態が四半期ダミー変数 (D_i , $i=1, \dots, 4$) によって以下の形で既述される場合である。

$$y_t = \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \alpha_4 D_4 + \varepsilon_t \quad (5-7)$$

(5-6) 式と (5-7) 式のモデルにおける基本的な相違点は、これらのデータ系列にある時点で、何らかのショックが与えられた場合、(5-7) 式のモデルではこの影響は長期的には次第に弱まっていくのに対して、(5-6) 式のモデルでは、ショックがそれ以後のデータにも継続的に影響を与えることである。こうした、2 種類のモデル間の識別を行うための検定は、Hylleberg, Engel, Granger, Yoo [1990] によって開発されているが、この方法に関しては、本稿では取りあげないこととする。

更に、季節変動を持つデータが、確率的あるいは決定的な季節性と決定的な趨勢を持っている時系列から生み出されていると考えられる場合もあり、この場合の単純なモデルは、

$$y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \sum_{i=1}^3 \alpha_i D_i + \varepsilon_t \quad (5-8)$$

となる。このようなモデルを前提とし、ダミー変数によって季節調整が行われているとすれば、標準的な、DF あるいは、ADF 検定によって、Integration の階数を検定することができる。

さて、以下では DHF の手続きに従って、前節で検討したのと同様の、実質家計最終消費支出、実質家計可処分所得、実質 M2（いずれも人口一人当たり）の季節調整を施されていないデータを対象として、単位根検定を行う。先の説明からも明らかであるようにこの過程で利用する回帰式の数是非常に多くなるので、利用した推定結果の全てを提示することはせず、結果の概要を提示することにする。

まず、各データ系列の 4 四半期分の階差を取ることによって、季節変動の影響が取り去られているかどうかを判定するために、(5-2) 式の回帰式の推定を行い、各変数に関して、 λ_i を推定する。ここで、 Δsy_{t-1} の何期ラグまでを用いて推定するかに関しては、明確な規程が示されていないので、ここで、 $k=1, \dots, 5$ に関して、推定を行い、Durbin-Watson 統計量と Durbin の代替 h 統計量とによって、誤差項の系列相関の影響が最も少なくなる、 k の値を選択した。

この結果、実質家計最終消費支出に関しては、 $k=2$ で誤差項の系列相関が最も小さくなり、 $\lambda_1=0.646981$, $\lambda_2=0.311061$ という値を得た。このときの Durbin の代替 h 統計量の値は、0.05813 である。実質家計可処分所得に関しては、 $k=4$ が選択され、 $\lambda_1=0.368330$, $\lambda_2=0.369837$, $\lambda_3=0.320232$, $\lambda_4=-0.123822$ という値を得た。このときの代替 h 統計量は、1.02913 であった。実質 M2 に関しては、 $k=3$ が選択され、 $\lambda_1=1.36064$, $\lambda_2=-0.317104$, $\lambda_3=-0.083250$ と推定された。このときの、代替 h 統計量の値は、 -0.21182 であった。

各変数の λ_i の推定値を用いて、(5-3)式に従って、それぞれの変数の z 系列を計算した上で、(5-1)式に示される関係を推定した。ここでも、 k の値の選択規準は明確ではないので、ここでは(5-2)式を推定した際に選択された値を用いて推定を行った。この結果得られた、実質家計最終消費支出の推定式における、 δ の推定値は0.0846749であり、このときの t -値は1.2124であった。実質家計可処分所得の推定式における、 δ の推定値は0.00745848であり、このときの t -値は1.27825である。実質 M2 の推定式における、 δ の推定値は-0.077855であり、このときの t -値は-3.73038である。これらの数値に対して、DHF による、 $\delta=0$ という帰無仮説に対する、有意水準 5% の検定統計量の値は、-4 以下の値となっているのでいずれの変数に関しても、有意水準 5% で、 $\delta=0$ という帰無仮説を棄却することができない。よって、ここで用いた各変数は、4 四半期の階差を 1 回取ることによって季節的な Integrated データになることになる。

上記の分析を前提として以下で検討すべき問題は、 $SI_4(0, 1)$ と $SI_4(1, 1)$ との間の選択の問題である。まず、 $SI_4(1, 1)$ を前提として 4 四半期の階差を取ってデータを用いて、DF 及び ADF 検定を行う。これに関しては、(5-4)式で示した関係を利用することになる。攪乱項の系列相関の状況によって、意味のある検定が、DF 検定である場合もあり、ADF 検定である場合もあるが、各変数に関する検定に必要な情報を示す。

DF 検定において、実質家計最終消費支出に関する回帰式の δ の推定値は-0.058937であり、これに対応する t -値は-2.01726であり、D. W. 統計量は、2.559である。実質家計可処分所得に関する回帰式の δ の推定値は-0.139374であり、これに対応する t -値は-3.16267であり、D. W. 統計量は、2.8029である。実質 M2 に関する回帰式の δ の推定値は0.060728であり、これに対応する t -値は1.20138であり、D. W. 統計量は、2.803である。しかしながら、これらの推定式における、Durbin-Watson 統計量の値はいずれの推定式においても、攪乱項の系列相関の存在を示しているため、DF 検定の信頼性は低い。特に実質 M2 の推定式においては、 δ に関する推定値が正になっているので、これが有意に負であるという検定を行っても意味はない。よって、単位根検定は、ADF 検定による。ADF 検定において、実質家計最終消費支出に関する回帰式の δ の推定値は-0.03224であり、これに対応する t -値は-1.248であり、ラグ付き従属変数は、5 期のラグまで必要となり、この時の Durbin の代替 h 統計量の値は-1.2017ある。実質家計可処分所得に関する回帰式の δ の推定値は-0.06295であり、これに対応する t -値は-1.599であり、ラグ付き従属変数のラグは、3 期まで必要となり、この時の代替 h 統計量の値は0.4407であった。実質 M2 に関する回帰式の δ の推定値は-0.024704であり、これに対応する t -値は-1.58574であり、ラグ付き従属変数のラグは5 期まで必要であり、この時の代替 h 統計量の値は1.93876であった。ここでは、攪乱項の系列相関は取り除かれている。先の DF 検定の場合と異なって全ての回帰式における、 δ の推定値がいずれも負であるので、検定表によって検定を行うことが可能であるが、いずれの変数の δ の推定値も有意水準 5% で、 $\delta=0$ であるという帰無仮説を棄却することはできない。

よって、我々の利用しているデータに関しては、4 四半期の階差を取って、季節変動要因を取り除いた時系列データの 1 階の階差を取った場合には定常性の条件を満たしていることになる。これだけで単位根の問題が解決しているかどうかを検定するために、(5-5)式に従った回帰分析を行う。ここでも、DF 検定における回帰式の Durbin-Watson 統計量の値がいずれも小さいの

で、以下では、ADF 検定の結果のみを示す。

ADF 検定において、実質家計最終消費支出に関する回帰式の δ の推定値は -1.63565 であり、これに対応する t -値は -7.75102 であり、ラグ付き従属変数は、4 期のラグまで必要となり、この時の Durbin の代替 h 統計量の値は -1.30847 である。実質家計可処分所得に関する回帰式の δ の推定値は -1.73267 であり、これに対応する t -値は -7.6619 であり、ラグ付き従属変数のラグは、2 期まで必要となり、この時の代替 h 統計量の値は 0.866457 であった。実質 M2 に関する回帰式の δ の推定値は -0.26925 であり、これに対応する t -値は -4.27559 であり、ラグ付き従属変数のラグは 4 期まで必要であり、この時の代替 h 統計量の値は 2.18761 であった。ここでは、攪乱項の系列相関は実質 M2 を除いては、取り除かれており、実質 M2 に付いてもほぼ取り除かれている。また δ の推定値がいずれも負で十分に大きくなっている。ここに示した、 t -値も十分に大きな値を取っているので、有意水準 5% で、 $\delta=0$ という帰無仮説は棄却され、ここでは、単位根は存在しないことになる。よって、我々が検討してきた、3 変数の系列はいずれも、 $SL_4(1, 1)$ の形の、Integrated 系列であることが示されたことになる。

本節で検討した、四半期データを用いた場合の単位根の検定では、前節に示した、暦年データを用いた単位根の検定の場合と異なって、矛盾のない形で各データの単位根検定を行うことが可能であった。こうした状況が明らかになれば、ここに示したデータを結合した形での性質の検討を行った上で、Error Correction Model [ECM] による消費関数の推定への道が開かれたことになる。

6. 結論と今後の課題

本稿では、前稿で検討した、1955 年以降の日本の暦年データを用いた消費関数の推定作業の結果を受けて、同一期間の四半期データを用いた消費関数を推定する問題を検討した。本稿の 2 節では、四半期ベースで消費関数を推定する場合に利用する基本的なデータ系列である、人口一人当たり実質家計最終消費支出と人口一人当たり実質家計可処分所得とのデータの変動を図的に確認し、暦年データを用いた場合と四半期データを用いる場合の相違点として、データの季節変動パターンの検討が追加的に必要であることを明らかにした。特に、人口一人当たり実質家計可処分所得のデータにおける季節変動パターンは、観測期間の途中から変化が生じていることが明らかになり、今後の推定作業においてこの点を確認することが必要であることを示した。

本稿の 3 節においては、暦年データによって推定したのと基本的に同一の関数型を用いて、季節調整に関しては、四半期ダミー変数を用いた消費関数の推定結果を示した。ここでも暦年データを用いた場合と同様にいくつかの問題点が存在することが明らかとなった。ここでは、観測期間内に日本の消費関数に構造変化が発生した可能性、Spurious Regression の問題及び適切な季節調整の方法に関して吟味した。

本稿の 4 節においては、暦年データを利用した場合にも、四半期データを利用した場合にも共通に問題となる、Spurious Regression の問題に対して解答を与えることを目的として、回帰分析に用いるデータの時系列データとしての性質を明確にするために、データの単位根検定の方法

を説明した後に、季節変動のないデータ（具体的には、暦年データ）を利用して実際に単位根の検定を行った。しかしながら、暦年データに関する単位根検定では、対象としたデータの時系列データとしての性質を明確に結論付けることはできなかった。こうした状況を発生させる原因として、日本の経済データの持つ、時系列データとしての性質が、第1次オイル・ショックの前後で変化している可能性に関して言及した。

本稿の5節では、季節調整を施していない、四半期データを利用した単位根検定の方法を説明した後に、具体的に単位根検定を行った。この場合には、暦年データを用いた単位根検定の場合と異なって、分析の対象とした、各データが、 $SL(1, 1)$ プロセスであることを結論付けることができた。このように、回帰分析に用いる各データの時系列データとしての性質を、明確に示すことができた場合には、こうした情報を利用して、通常の回帰分析におけるデータの処理よりは望ましい形で、回帰分析に用いる推定式の定式化を行うことのできる可能性が開かれている。

本稿ではスペースの制約もあり、5節で提示した議論をより一層展開して、具体的な回帰分析の定式化に進むことはできなかった。また、本稿では単位根検定の方法として極めて基本的な方法を用いて分析を行ったのみであって、この問題に関して現在提案されている各種の方法を比較するといった形の議論の展開を行うこともできなかった。

今後の展開方向としては、暦年データに関する構造変化の状況を考慮した、単位根検定の方向を追求する問題が一つ考えられる。また、四半期データを用いて本稿で行った単位根検定に関する情報を利用して、Error Correction Model を用いた消費関数の推定に進むことも考えられる。本稿の前半における分析を念頭におくならば、日本の消費関数に関する構造変化の問題は、避けて通ることのできない問題であるので、この問題をある程度明確に取り扱う為には、暦年データを用いた分析では、サンプル数の制約が伴う。よって、この点をも念頭においた場合には、単位根検定において明確な判断を行うことのできた、四半期データを用いてより進んだ検討を行い、その中で消費関数の構造変化の問題にも光を当てることが当面の課題であり、この結果を得た後に、暦年データを用いた分析に進む方が生産性が高いと判断される。

脚 注

- 1) こうした分析は、最近の計量経済学の教科書である、Maddala [1992], Thomas [1993] 等では、Model Selection あるいは、Diagonalistic Checking といった呼び方をしている問題である。こうした方法に関しては、これ等の教科書の説明の他、Beggs [1998], Phillips [1988] 等の解説がある。こうした分析の展開において、指導的な役割をはたした、Hendry の論文は、Hendry [1993] に1985年頃までのものは収録されている。また、こうした方法に関して総合的な紹介をしたものとして、Charemza-Deadman [1992] がある。また、伝統的な手法と、時系列分析的手法とを併せて解説したものとして、Cuthbertson-Hal-Tayler [1992] がある。この分野では、最近続々と啓蒙的な文献が表われており、Miles [1993] も読みやすいものである。また、最近の分析手法の基礎になっている、時系列分析の解説としては、Harvey [1993], Hamillton [1994] 等がある。最近出版された計量経済学の教科書のうち、最も体系的なものであると考えられる、Davidson-Mackinnon [1993] にも、ここで検討する一連の問題に関して、簡潔な説明がある。
- 2) Spurious Regression の発生を説明変数、従属変数ともに、確率的な時系列過程に従ったデータであることを前提として、モンテカルロ・シミュレーションによって経験的に示したものとして、Granger-Newbold [1974] が有名である。又、Spurious Regression の問題の理論的性質を明らかに

したものとして、Phillips [1986] がある。

- 3) データの定常性に関しては、各種の定義があるが、基本的にはデータの平均が一定で、分散も一定であり、異時点間の共分散が、時間差のみの関数となることである。我々が利用する経済時系列データでは、このような定常性の条件を満たすことはまれで、水準のデータ（生のデータ）に適切な変換を施して、定常性を満たすデータ系列を作り出すことが重要な問題となる。これらに関しては、4節で詳しく議論する。
- 4) 実質家計最終消費支出に関しては、このような季節変動パターンの変化は認められない。
- 5) 考えられる理由としては、観測期間の前半においては、夏季のボーナスの支払がそれほど普及していなかったのに対して、観測期間を通じてこれの支払が普及したこと。あるいは、夏季のボーナスの支払が、観測期間の前半では7月あるいは旧盆の時期に行われることが多かったのが、次第に6月に支払われるようになってきたこと等であろう。しかしながら、筆者はこうしたボーナスの支払形態の変化に関するまとまった説明を知らない。
- 6) 水準を用いた推定結果の決定係数値と、1階の階差を用いた推定結果の決定係数値を比較可能にするための変換に関しては、Maddala [1992] (235ページ)、Harvey [1980] を参照。
- 7) 時系列分析の考え方になじみがなかったり、通常の最小2乗法の考え方である、説明変数は、非確率変数であるという前提を自然に受け入れている場合には、ここで述べてきた考え方が奇妙に感じられるかも知れない。しかしながら、経済変数を用いた回帰分析を考える場合には、説明変数は非確率変数であり、従属変数のみが確率変数であると考えすることは、最小2乗法が、Gauss-Markov の定理を満たすための便宜的な条件であるにすぎないことは、説明するまでもなく明らかなことであろう。ここで考えているのは、計量経済分析に用いられる各データの変動は、各期の他の変数の変動によっても影響を受けると同時に、自分自身の過去の値からも影響を受けていることを前提としていることになる。よって、回帰分析を行う際には、自分自身の過去の値からの影響を一定水準以下に抑えない限り、各期の他の変数の変動からの影響を明確に把握することが困難になり、こうした過去からの影響を一定水準以下に抑えるための操作が、定常化の操作にあると行うことができよう。
- 8) 計量経済学において、最小2乗法の性質を議論する場合には、一般的には小標本特性を問題にすることが多い。しかしながら、ここで我々が問題にしているような、説明変数が確率変数であり、説明変数と攪乱項との間に相関が存在する場合には、パラメータの分布型を知ることが困難（不可能？）であるので、大標本特性を考えることになる。この場合には、回帰式が、 $y = X\beta + u$ である場合に、 $(1/n)X'X$ がサンプル数 n が大きくなっても、有限で正値定符号であることが必要である。説明変数が定常性の条件を満たすということは、この条件の成立を保証することになる。これが満たされない場合には、 β の推定値の分散が発散してしまうことになる。
- 9) Maddala [1992] によると、単位根検定に関連する論文は、200本に昇るとのことである。しかしながら、それ以降もこれに関連する文献は続々と発表されている。
- 10) 本稿は、筆者にとってはこうした手法を用いた最初の論文であり、若干解説的で直観的な記述を行う。ここでの手法に関する記述は、Charemza, Deadman [1992] に多くを負っている。
- 11) 4, 5節で登場する各種の用語に関しては、確定的な邦訳が存在していないので、これらに関しては、あえて日本語にすることをせず、英語のまま記すことにする。
- 12) 現実に観測される経済データは、上昇あるいは低下の趨勢を持つ場合が圧倒的に多いので、ここに示したデータ発生プロセスとしては、(4-3)式あるいは(4-5)式の形で示される可能性が高い。ところが、データの発生機構が、(4-3)式に従う場合と(4-5)式に従う場合とでは、経済学的含意が大きく異なる。よって、各経済データが、どちらのプロセスから発生しているのかを判定することが大きな問題となる。(4-3)式で記述されるデータは、階差を取ることによって定常的な時系列データに変換することが可能であるので、Difference Stationary [DS] 系列と呼ばれ、(4-5)式によって既述されるデータは、決定的な趨勢を取り去ることによって、定常的な時系列データに変換することができるので、Trend Stationary [TS] 系列といわれる。1980年代には、単位根検定の手法の開発と併せ

て、実際の経済データの発生機構を確定するという応用面の分析も多数行われている。これらのなかで代表的なものとして、Nelson-Plosser [1982], Mankew-Shapiro [1985], Perron [1988] 等がある。最近では、こうした問題の検討における、単位根検定の信頼性に疑問を提示した、Rudebush [1993] 等も表われている。

参 考 文 献

- Beggs, John J. [1988], 'Diagnostic Testing in Applied Econometrics,' *Economic Record*, vol. 64, June, pp. 81-101.
- Charemza, Wojciech W. and Derek F. Deadman [1992], "*New Directions in Econometric Practice-General to Specific Modelling, Cointegration and Vector Autoregression*," Edward Elger.
- Cuthbertson, Keith, Stephen G. Hall and Mark P. Taylor [1992], "*Applied Econometric Techniques*," The University of Michigan Press.
- Davidson, J. E. H., D. F. Hendry, F. Srba, S. Yoo [1978], 'Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom,' *Economic Journal*, Vol. 88, pp. 661-92.
- Davidson, Russell and James Mackinnon [1993], "*Estimation and Inference in Econometrics*," Oxford University Press.
- Deaton, Angus [1992], "*Understanding Consumption*," Clarendon Press.
- Dickey, David A. and Wayne A. Fuller [1979], 'Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root,' *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, no. 366, June, pp. 427-431.
- and — [1981], 'Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root,' *Econometrica*, vol. 49, no. 4, July, pp. 1057-1072.
- , D. P. Hasza, — [1984], 'Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series,' *Journal of the American Statistical Association*, vol. 79, no. 386, June, pp. 355-367.
- Dolado, J. J., T. Jenkinson and S. Sosvilla-Rivero [1990], 'Cointegration and Unit Roots,' *Journal of Economic Surveys*, Vol. 4, pp. 249-73.
- Engle, Robert F. and C. W. J. Granger [1987], 'Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing,' *Econometrica*, vol. 55, no. 2, March, pp. 251-276.
- , — and J. Hallman [1989], 'Merging Short- and Long-run Forecasts — An Application of Seasonal Co-integration to Monthly Electricity Forecasting,' *Journal of Econometrics*, vol. 40, pp. 45-62.
- Fuller, W. A. [1976], "*Introduction to Statistical Time Series*," John Wiley and Sons.
- Granger, C. A. J. and P. Newbold [1974], 'Spurious Regressions in Econometrics,' *Journal of Econometrics*, vol. 2, pp. 111-120.
- Hamilton, J. D. [1994], "*Time Series Analysis*," The Princeton University Press.
- Hall, R. E. [1978], 'Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence,' *Journal of Political Economy*, Vol. 86, pp. 971-87.
- [1989], 'Consumption,' in Robert J. Barro ed., "*Modern Business Cycle Theory*," Harvard University Press.
- Harvey, A. C. [1980], 'On Comparing Regressions Models in Levels and First Differences,' *International Economic Review*, vol. 21, no. 3, October, pp. 707-720.
- [1993], "*Time Series Models 2nd ed.*," MIT Press.
- Hendry, David F. [1993], "*Econometrics-Alchemy or Science?*," Basic Blackwell.
- , John N. Mullbauer and Anthony Murphy [1990], 'The Econometrics of DHSY,' in John D. Hey

- Donald Winch ed., "A Century of Economics: 100 Years of the Royal Economic Society and the Economic Journal," Basic Blackwell.
- 平田純一 [1994], 「日本の消費関数—1955年以降の暦年データによる分析」, 立命館経済学, 第43巻・第1号, pp. 23-49.
- Hylleberg, S., R. F. Engel, C. W. J. Granger, and B. S. Yoo [1990], 'Seasonal Integration and Cointegration,' *Journal of Econometrics*, vol. 44, pp. 215-238.
- King, Maxwell K. [1981], 'The Durbin-Watson Test for Serial Correlation: Bounds for Regressions with Trend and / Or Seasonal Dummy,' *Econometrica*, vol. 49, no. 6, November, pp. 1571-1581.
- Maddala, G. S. [1992], "Introduction to Econometrics 2nd ed.," Macmillan.
- Mankew, N. Gregory and Matthew D. Shapiro [1985], 'Trends, Random Walks, and Test of the Permanent Income Hypothesis,' *Journal of Monetary Economics*, vol. 16, pp. 165-174.
- Mills, Terence C. [1993], "The Econometric Modelling of Financial Time Series," Cambridge.
- Nelson, Charles R. and Charles I. Plosser [1982], 'Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series-Some Evidence and Implications,' *Journal of Monetary Economics*, vol. 10, September, pp. 139-62.
- Osborn, Denise, A. P. L. Chui, Jeremy P. Smith and C. R. Birchenhall [1988], 'Seasonality and the Order of Integration for Consumption,' *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 50, no. 4, pp. 361-377.
- Perron, Pierre [1988], 'Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series-Further Evidence from New Approach,' *Journal of Economic Dynamic Control*, vol. 12, June / September, pp. 297-332.
- Phillips, P. C. B. [1986], 'Understanding Spurious Regressions in Econometrics,' *Journal of Econometrics*, vol. 33, pp. 311-340.
- [1988], 'Reflections in Econometric Methodology,' *Economic Record*, vol. 66, December, pp. 344-359.
- Rudebusch, Glenn [1993], 'The Uncertain Unit Root in Real GNP,' *American Economic Review*, vol. 87, no. 1, March, pp. 265-272.
- Thomas, R. L. [1993], "Introductory Econometrics: Theory and Applications 2nd ed.," Longman.
- 山本 拓 [1988], 『経済の時系列分析』, 創文社。