寄与度・寄与率の理論と応用

関　彌三郎

はしがき
1　寄与度，寄与率の理論
1－1　寄与度，寄与率の役割
1－2　集団構造の加法性のタイプ
1－3　構造要因１個の場合
1－4　構造要因２個で単純分類の場合
1－5　構造要因２個で２重分類の場合
1－6　実質増加率の寄与度，寄与率
1－7　増分の寄与度，寄与率
1－8　寄与度，寄与率の結合
2　寄与度，寄与率の応用
2－1　国民総支出（ＧＮＥ）の寄与度，寄与率
2－2　消費支出の寄与度，寄与率(1)―費目別
2－3　消費支出の寄与度，寄与率(2)―五分位階級別，費目別
2－4　給与の寄与度，寄与率―地域格差
2－5　死亡率の寄与度，寄与率
むすび

はしがき

実質国民総支出の増加率（経済成長率）がどのような項目の増加によってもたらされたのか，民間企業の設備投資や輸出の増加はどの程度その増加率の達成に役立ったか，等を知ることは経済成長の要因を分析する上で有益であり，このための統計的測度が寄与度，寄与率である。昭和56年度の経済成長率3.5％のうち輸出の増加による分が2.8％であって，3.5％の８割（79％）を占めているのであるが，前者の2.8％を寄与度，後者の79％を寄与率という。これを一般的に説明すると，寄与度，寄与率は集団全体の増加率に対して部分集団の増

加がどの程度貢献したかを表わす統計的測度であって，集団全体の増加率Gを部分集団の増加による分の和の形に分解した時の各項が寄与度であり，それをGに対する比で表わしたものが寄与率であって，集団の増加の要因分析に役立つ。

寄与度，寄与率の利用は昭和31年頃から始まり，最初は寄与率が輸出入，鉱工業生産，ＧＮＰ，消費者物価，卸売物価等の増加率の要因分析に使われてきたのであるが，その後寄与度も用いられるようになり，増加率の解明に広く利用されるようになった。[1)] このような実際的利用の高まりにもかかわらず，寄与度，寄与率の統計的測度としての性質は余り解明されることがなく，また統計学のテキストや辞典においてその名を見いだすことは稀であり，言わば無視されてきたのが実情であって，最近ようやく寄与度，寄与率を説明するものが見られるようになったにすぎない。[2)] 筆者はかつて寄与度，寄与率の理論についての研究を発表したことがあるが，理論の面ではそれ以後も余り進歩はないように思われる。[3)]

従来寄与度，寄与率はラスパイレス式による生産指数，物価指数や，輸出入，ＧＮＰなどの総計値及び家計の平均消費支出等の増加率の要因分析に使われてきたのであるが，それは更にパーシェ式による指数や平均賃金，その他いろいろな平均及びこれら以外の統計的測度の増加率の要因分析にも適用することが必要である。また，集団の変化は増加率によって測定するだけではなく増分によって測定することもできるから，絶対値以外の多くの統計的測度の増分の要因分析に寄与度，寄与率を利用することも有益である。ところが，現在使われている寄与度，寄与率の求め方では多くの平均やパーシェ式指数には適用できないのであり，また増分への適用は絶対値のデータの場合にしか行われていない。そこで，寄与度，寄与率の理論を一般化してそれの適用範囲の拡大の基礎を確立することが必要である。そして，寄与度，寄与率の実際問題への適用に伴う問題点を解明し，また得られた結果の見方，使い方を実例によって説明することは，それの利用を容易にし誤用を防ぐ上で有効であろう。本稿の目的はこのような寄与度，寄与率の理論の一般化とその応用を説明することにある。

1　寄与度，寄与率の理論

1－1　寄与度，寄与率の役割

1．寄与度，寄与率の理論はまず，統計的測度としての寄与度，寄与率の役割を明確にすることから始めなければならない。

統計は社会集団現象の大きさと構成を表わす数字であるが，統計調査（集団の要素の個別観察，分類，集計）により得られた数字（基礎統計値）だけではなく，それに何らかの解析を加えて求めた集団の特徴を簡約的に表わす数字（誘導統計値）――平均，分散度，比率等であって，これらを統計的測度と呼ぶことにする――によっても，社会集団現象は記述される。従って，社会集団現象の変化は基礎統計値の増加率で測定するだけではなく，これらの統計的測度の増加率によっても測定することができる。そして，社会集団現象の大きさの変化は普通は集団内部の構成の変化の結果であるから，基礎統計値ないしは統計的測度の増加率で集団全体の量的変化を測定すると同時に，それと集団構成の量的変化との関係を明らかにすることが必要である。そのために部分集団の増加率を求めるのが普通であるが，増加率によるのでは全体と部分の量的変化の関係を正確に認識することができない。それは，集団全体に占める割合が小さい部分集団はいくら増加率が高くても全体の増加に及ぼす影響は余り大きくなく，逆に割合が大きい部分集団は増加率が低くとも全体を大きく増加させることになるからである。従って，部分集団の増加率だけではなく部分集団が集団全体に占める割合（構成比率）を併せて考察しなければならない。寄与度，寄与率はこの欠点を補うものであって，部分集団の増加が集団全体の増加に寄与した程度をその値の大きさで示し，寄与の方向（プラスまたはマイナス）をその符号で表わすのであり，全体の増加の構造を分析する統計的測度であるといえる。

統計学では加重平均，総合指数，標準化等，社会集団現象の複雑な構成を1個の統計的測度で要約的に表わし，それの増加率（または増分）によって集団全体の量的変化を測定する方法が発達してきたのであるが，集団の変化の構造分

析については不十分であり統計理論上未開拓の分野といえよう。ここに寄与度，寄与率の理論的研究の統計学における重要性があると考える。

2.　寄与度，寄与率は社会集団現象の増加率の構造を分析するための統計的測度であって，社会集団現象そのものの構造分析の測度ではないことに注意すべきである。例えば，雇用者全体の平均賃金Mは産業別の平均賃金mを雇用者数割合 l をウエイトとして加重平均したもの，すなわち $M=\sum ml$ であるが（(1-1) 参照），Mの構造を示す右辺の ml は M に対する寄与度ではなく，それを相対化した ml/M は寄与率ではない。寄与度は M の増加率 $G\left(=\frac{M_2}{M_1}-1\right)$ を，Gに対する各産業の平均賃金の増加の寄与の程度と方向を表わす値の和に展開した時の各項であって，Gの構造を明らかにするのである。

そして，社会集団現象の増加率の要因を調べる方法に「要因分解法」ともいうべきものがある。一例を挙げると，昭和58年版『通商白書』において石油危機による交易条件の悪化が実質所得の減少に及ぼした影響を，要素交易条件の変化の要因分解によって調べている。すなわち，要素交易条件 TP は交易条件Tと労働生産性Pとの積 $(TP)=T\times P$ であるから，要素交易条件の増加率は

$$\frac{(TP)_1}{(TP)_0}-1=\frac{(TP)_1-(TP)_0}{(TP)_0}=\frac{T_1\times P_1-T_0\times P_0}{T_0\times P_0}$$

今 $\varDelta T=T_1-T_0$，$\varDelta P=P_1-P_0$ とすると上の式は次のようになる。

$$\frac{(TP)_1}{(TP)_0}-1=\frac{\varDelta T}{T_0}+\frac{\varDelta P}{P_0}+\frac{\varDelta T}{T_0}\times\frac{\varDelta P}{P_0} \tag{1}$$

これによって要素交易条件の増加率が，交易条件の変化による要因（右辺第1項）と労働生産性の変化による要因（第2項）及び両者の複合（第3項）に分解される。この方法による分析の結果，1970～80年に日本は欧米諸国に比べて交易条件の悪化は一番大きいが，労働生産性の向上が著しいために要素交易条件の低下を回避し得たことがわかる。[4)]

この場合(1)の右辺の各項は当然要素交易条件 TP の増加率に対する寄与度といえる。しかし，これは TPが交易条件Tと労働生産性Pの2つの要因によって決まることから，TP の増加率に対する2つの要因の寄与の程度と方向を表

わすのであり，われわれの言う集団全体と部分集団の量的変化の関係を測定する，増加率の構造分析のための寄与度とは同じではない。増加率の構造分析のためには，要素交易条件を何らかの構成項目の和で表わしてその構造を明らかにし，要素交易条件の増加率に対する個々の構成項目の増加の寄与を，交易条件の変化による分と労働生産性の変化による分とに分離して測定することが必要であり，われわれの寄与度はこの役割を果たすものである。要するに，要因分解法は増加率を規定する要因の寄与の分析を集団全体として行うのに対して，われわれの方法はそれを部分集団に分けて行う点で異なるのである。

3.　社会集団現象 Y の変化は増加率 $G\left(=\frac{Y_2}{Y_1}-1\right)$ によって表わすだけでなく，増分 $\Delta Y(=Y_2-Y_1)$ によって表わしてもよい。しかし，ΔYは同じ値であっても，Y_1 が大きい時は集団の変化は僅かであるが，Y_1 が小さい時は集団は大きく変化したことになり，その重要性に違いがあるから，社会集団現象の変化は増加率で測定する方が正確な認識が得られる。統計的測度の中には集団の変化を増分で表わすのが普通のものがある。例えば，エンゲル係数は昭和45年(34.1%) から55年 (29.0%) の10年間に5.1ポイント低下した，死亡率は同じ10年間に（人口千人当り）6.9から6.2になり0.7ポイント減少した，などといわれる。それはYの値に大差がないために増分 ΔY の重要性の違いが余り問題にならない場合である。そして，集団の変化を増加率で測定した時でも増分で測った場合でも寄与率は全く同じ値であり，寄与度はそれを増加率ベースかまたは増分ベースに言い替えたものにすぎず，また増加率で測定した時でも寄与度，寄与率の計算は増分のデータによって行うのであるから，寄与度，寄与率に関しては増加率の場合と増分の場合を区別すべき必要性はないといえる。従って，寄与度，寄与率の定義としては増加率の構造分析のための統計的測度と規定すれば十分であろう。

更に，社会集団現象の時間的変化でなく場所的相違を比較する時は，集団の違いが基礎統計値や統計的測度の比率ないしは差によって格差率 $D\left(=\frac{Y_2}{Y_1}-1\right)$ または格差 $\Delta Y(=Y_2-Y_1)$ として表わされるから，それに対して部分集団の違いがどの程度寄与したかを知るのに寄与度，寄与率を利用することができる。

しかし，集団現象の場所的比較への適用は時間的比較の場合の応用にすぎず，それに特有の理論的問題は存在しないから，「寄与度，寄与率は集団全体の増加率に対して部分集団の増加が寄与した程度と方向を表わす統計的測度である」と規定することができる。そして統計理論上の位置付けは，同種集団の比較のための統計的測度である増加率の系とすればよいであろう。

- 統計的比率
  - 全体と部分の比較……構成比率――――特化係数
  - 同種集団の比較……
    - 増加率――――寄与度，寄与率
    - 指　数
      - 個別指数
      - 総合指数
  - 異種集団の比較……関係比率
    - 対立比率
    - 発生比率

1－2　集団構造の加法性のタイプ

1.　集団全体の増加はそれを構成する部分集団の増加の総合結果であるから，集団全体の増加率を各部分集団の増加による分の和に分解することによって，寄与度，寄与率が求められる。そのためには全体集団の値が部分集団の値の和で表わされる，換言すれば，統計値（基礎統計値及び統計的測度）が集団構造を加法的に表わすものでなければならない。

例えば，雇用者の平均賃金 M は，雇用者総数を N，支払い賃金総額を Y とし，産業別の雇用者数を n_i，賃金総額を y_i，平均賃金を $m_i\left(=\frac{y_i}{n_i}\right)$，雇用者数割合を $l_i\left(=\frac{n_i}{N}\right)$ とすると，$Y=\sum y_i$ であるから

$$M=\frac{Y}{N}=\frac{\sum y_i}{N}=\sum\frac{y_i}{n_i}\frac{n_i}{N}=\sum m_i l_i \qquad (1\text{-}1)$$

すなわち，雇用者全体の平均賃金は産業別の平均賃金を雇用者数割合をウエイトとして加重平均したものであり，このような場合を集団構造を加法的に表わすというのである。従って，産業別平均賃金 m_i の分散 σ^2 も

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum(m_i-M)^2 n_i=\sum(m_i-M)^2 l_i \qquad (1\text{-}2)$$

であり，産業別平均賃金の格差 m_i-M の2乗を加重平均したものであって集

団構造を加法的に表わすから，その増加率に対する寄与度，寄与率を求めることができる。

2.　統計値が表わす集団構造の加法性には若干のタイプがあるから，そのタイプごとに寄与度，寄与率の式を導いておくと，以後は同じタイプの場合はそれから直ちに寄与度，寄与率の式を求めることができる。集団構造の加法性は基本的には次の3つのタイプに分けることができる。

(1)　国民総支出（ＧＮＥ）は民間消費，政府消費，投資などの和であり，また1世帯当り平均消費支出は食料，住居，被服等の支出の合計である。これらの場合は統計値Xが構成項目 x_i の合計

$$X=\sum_i x_i \tag{1-4}$$

であり，Xの増加は x_i の増加によって決まるから，構造要因は1個である。ＧＮＥや平均消費支出の各構成項目は更に細分される。それを x_{ik} で表わすと

$$X=\sum_i \sum_k x_{ik} \tag{1-5}$$

であり，構造要因1個で2重和の場合になる。

(2)　先に述べた雇用者の平均賃金（1-1）の場合は，統計値 X が部分集団の値 x_i を単位数割合 l_i で加重平均したもの

$$X=\sum_i x_i l_i \tag{1-6}$$

であり，X の増加は x_i と l_i の増加によって決まるから構造要因は2個である。たとえ産業別平均賃金は不変であっても，賃金の低い産業から高い産業へ雇用者が移動すると雇用者全体の平均賃金は上昇することになるから，（1-6）において l_i の増加は重要な意味をもつのである。そして，賃金を定期給与，超勤手当，賞与などに分ける時は，それを x_{ik} で表わすと

$$X=\sum_i \sum_k x_{ik} l_i \tag{1-7}$$

であり，構造要因2個で2重和の場合になる。

(3)　雇用者を産業（i）と地域（j）によってクロス分類した場合，産業別，地域別の雇用者数を n_{ij}，支払い賃金総額を y_{ij}，平均賃金を $m_{ij}\left(=\dfrac{y_{ij}}{n_{ij}}\right)$，雇用者数割合を $l_{ij}\left(=\dfrac{n_{ij}}{N}\right)$ とすると，$Y=\sum\sum y_{ij}$ であるから，雇用者の平均

賃金Mは

$$M=\frac{Y}{N}=\sum\sum\frac{y_{ij}}{n_{ij}}\frac{n_{ij}}{N}=\sum\sum m_{ij}l_{ij} \tag{1-8}$$

である。この場合は統計値Xが2重分類された部分集団の値 x_{ij} を，単位数割合 l_{ij} をウエイトとして加重平均したもの，すなわち

$$X=\sum_i\sum_j x_{ij}l_{ij} \tag{1-9}$$

であり，構造要因は x_{ij} と l_{ij} の2個である。なお，x_{ij} を更に構成項目に分ける時は，それを x_{ijk} で表わすと

$$X=\sum_i\sum_j\sum_k x_{ijk}l_{ij} \tag{1-10}$$

であり，構造要因2個の3重和の場合になる。

以上集団構造の加法性の6つのケースを述べたのであるが，数学的にはタイプが同じであれば同一結果になるから，（1-5）の場合は（1-4）の結果を2重和で書けば得られ，（1-7）及び（1-9），（1-10）の場合も（1-6）の結果から容易に導くことがきる。従って，基本的には（1-4）と（1-6）の場合だけを述べればよいことになるが，寄与度，寄与率の性質の説明と応用の便宜上，それに（1-9）を加えた3つのタイプについて，寄与度，寄与率の式を求め，それの特徴を説明する。

1－3 構造要因1個の場合

1. （1-4）の構造要因1個の統計値

$$X=\sum_i x_i \tag{2-1}$$

の1時点に対する2時点の比率を求めると

$$\frac{X_2}{X_1}=\frac{\sum x_{2i}}{X_1}=\sum\frac{x_{2i}}{x_{1i}}\frac{x_{1i}}{X_1} \tag{2-2}$$

X及び x_i の増加率を G，g_i で表わすと

$$G=\frac{X_2}{X_1}-1,\quad g_i=\frac{x_{2i}}{x_{1i}}-1 \tag{2-3}$$

であり，これを（2-2）に代入すると

$$1+G=\sum(1+g_i)\frac{x_{1i}}{X_1}=\sum\frac{x_{1i}}{X_1}+\sum g_i\frac{x_{1i}}{X_1}$$

右辺第1項は（2-1）より1になるから

$$G=\sum_i g_i \frac{x_{1i}}{X_1} \tag{2-4}$$

$$\therefore \quad 1=\sum_i \frac{g_i}{G} \frac{x_{1i}}{X_1} \tag{2-5}$$

（2-4）の右辺の各項が寄与度であり，（2-5）の右辺の各項が寄与率である。（2-4），（2-5）に（2-3）を代入すると次の式が得られる。

$$G=\sum_i \frac{x_{2i}-x_{1i}}{X_1} \tag{2-6}$$

$$1=\sum_i \frac{x_{2i}-x_{1i}}{X_2-X_1} \tag{2-7}$$

これから寄与度，寄与率は増加率g，Gを用いないで，増分 $x_{2i}-x_{1i}$，X_2-X_1 によっても求め得ることがわかる。今寄与度を CD，寄与率を C で表わすと，（2-4）～（2-7）より

$$CD_i=g_i \frac{x_{1i}}{X_1} \quad \text{または} \quad \frac{x_{2i}-x_{1i}}{X_1} \tag{2-8}$$

$$C_i=\frac{g_i}{G} \frac{x_{1i}}{X_1} \quad \text{または} \quad \frac{x_{2i}-x_{1i}}{X_2-X_1} \tag{2-9}$$

（2-8）より寄与度 CD はgと $\frac{x_1}{X_1}$（これは（2-1）より1時点における構成項目の割合である）の積であるから，CD の値は必ずしも g に比例せず，g が大きい（小さい）場合でも $\frac{x_1}{X_1}$ が小さい（大きい）ならば CD は小さく（大きく）なる。寄与率 C の場合もこれと同じことがいえる。

2.　次に（1-5）の構造要因1個で2重和の統計値

$$X=\sum_i \sum_k x_{ik} \tag{2-10}$$

の場合は，x_{ik} の増加率を $g_{ik}\left(=\frac{x_{2ik}}{x_{1ik}}-1\right)$ で表わすと，（2-1）の場合と同様にして

$$G=\sum_i \sum_k g_{ik} \frac{x_{1ik}}{X_1} \quad \text{または} \quad \sum_i \sum_k \frac{x_{2ik}-x_{1ik}}{X_1} \tag{2-11}$$

$$1=\sum_i \sum_k \frac{g_{ik}}{G} \frac{x_{1ik}}{X_1} \quad \text{または} \quad \sum_i \sum_k \frac{x_{2ik}-x_{1ik}}{X_2-X_1} \tag{2-12}$$

であり，（2-11），（2-12）の右辺の各項が寄与度 CD_{ik}，寄与率 C_{ik} である。

ＧＮＥの投資 x_i は住宅，企業設備，在庫品増加など x_{ik} から成っているので，「住宅，企業設備など（下位の構成項目）の寄与度，寄与率を合計すると，投資（上位の構成項目）の寄与度，寄与率が得られる」。なぜならば，$x_i=\sum_k x_{ik}$ であるから，x_{ik} の寄与度の和は（2-11）より

$$\sum_k(x_{2ik}-x_{1ik})\frac{1}{X_1}=(x_{2i}-x_{1i})\frac{1}{X_1} \qquad (2\text{-}13)$$

であり，x_i の寄与度（2-8）と一致する。寄与率の和の場合もこれと同様にして証明し得る。

3.　場合によっては投資の増加率 $g_i\left(=\frac{x_{2i}}{x_{1i}}-1\right)$ に対する住宅，企業設備などの寄与度，寄与率が必要になることが予想される。その時ＧＮＥの増加率 G に対する寄与度 CD_{ik}，寄与率 C_{ik} から g_i に対する寄与度，寄与率が求められるならば大変便利である。「住宅，企業設備など（下位の構成項目）の寄与度 CD_{ik}（寄与率 C_{ik}）を，それの合計 $\sum_k CD_{ik}$（$\sum_k C_{ik}$）で除すことによって，投資（上位の構成項目）の増加率 g_i に対する寄与率が得られ，それに g_i を乗ずることによって寄与度が求められる」。これは次のようにして証明することができる。

投資 x_i と住宅，企業設備など x_{ik} との間には

$$x_i=\sum_k x_{ik} \qquad (2\text{-}14)$$

の関係があり，これは（2-1）と同じ構造要因１個の場合であるから，x_i の増加率 g_i に対する寄与度 $CD^i{}_k$，寄与率 $C^i{}_k$ は（2-8），（2-9）において $X=x_i$，$x_i=x_{ik}$ を代入すればよい。従って

$$CD^i{}_k=(x_{2ik}-x_{1ik})\frac{1}{x_{1i}} \qquad (2\text{-}15)$$

$$C^i{}_k=(x_{2ik}-x_{1ik})\frac{1}{x_{2i}-x_{1i}} \qquad (2\text{-}16)$$

そして，ＧＮＥの増加率 G に対する寄与度は（2-11）より

$$CD_{ik}=(x_{2ik}-x_{1ik})\frac{1}{X_1}$$

であるから，その合計は

$$\sum_k CD_{ik}=\sum_k(x_{2ik}-x_{1ik})\frac{1}{X_1}=(x_{2i}-x_{1i})\frac{1}{X_1} \qquad [\because\ (2\text{-}14)]$$

従って

$$\frac{CD_{ik}}{\sum_k CD_{ik}}=\frac{x_{2ik}-x_{1ik}}{x_{2i}-x_{1i}} \tag{2-17}$$

これは（2-16）と一致する。(2-17）に $g_i\left(=\frac{x_{2i}}{x_{1i}}-1\right)$ を掛けると

$$g_i\frac{CD_{ik}}{\sum_k CD_{ik}}=\frac{x_{2ik}-x_{1ik}}{x_{1i}} \tag{2-18}$$

これは（2-15）と同じである。次にGに対する寄与率 C_{ik} は寄与度 CD_{ik} を G で除したもの，すなわち $C_{ik}=\frac{CD_{ik}}{G}$ であるから

$$\frac{CD_{ik}}{\sum_k CD_{ik}}=\frac{C_{ik}G}{\sum_k C_{ik}G}=\frac{C_{ik}}{\sum_k C_{ik}} \tag{2-19}$$

となり，寄与度をそれの合計で除したものは寄与率をそれの合計で割ったものに等しい。以上のことから

$$CD^i{}_k=g_i\frac{CD_{ik}}{\sum_k CD_{ik}} \quad \text{または} \quad g_i\frac{C_{ik}}{\sum_k C_{ik}} \tag{2-20}$$

$$C^i{}_k=\frac{CD_{ik}}{\sum_k CD_{ik}} \quad \text{または} \quad \frac{C_{ik}}{\sum_k C_{ik}} \tag{2-21}$$

（証明終り）

1－4　構造要因２個で単純分類の場合

1.　(1-6）の構造要因２個で単純分類の統計値

$$X=\sum_i x_i\, l_i \tag{3-1}$$

の１時点に対する２時点の比率を求めると

$$\frac{X_2}{X_1}=\frac{\sum x_{2i}\, l_{2i}}{X_1}=\sum\frac{x_{2i}}{x_{1i}}\,\frac{l_{2i}}{l_{1i}}\,\frac{x_{1i}\, l_{1i}}{X_1} \tag{3-2}$$

X, x_i 及び l_i の増加率を

$$G=\frac{X_2}{X_1}-1,\quad g_i=\frac{x_{2i}}{x_{1i}}-1,\quad r_i=\frac{l_{2i}}{l_{1i}}-1 \tag{3-3}$$

とすると，(3-2）は次のようになる。

$$1+G=\sum(1+g_i)(1+r_i)\frac{x_{1i}\, l_{1i}}{X_1}$$

$$=\sum\frac{x_{1i}\,l_{1i}}{X_1}+\sum(g_i+r_i+g_i\,r_i)\frac{x_{1i}\,l_{1i}}{X_1}$$

右辺第１項は（3-1）より１になるから

$$G=\sum_i(g_i+r_i+g_i\,r_i)\frac{x_{1i}\,l_{1i}}{X_1} \tag{3-4}$$

$$1=\sum_i\left(\frac{g_i+r_i+g_i\,r_i}{G}\right)\frac{x_{1i}\,l_{1i}}{X_1} \tag{3-5}$$

（3-4），（3-5）の右辺に（3-3）を代入すると

$$G=\sum_i\left\{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})\right\}\frac{1}{X_1} \tag{3-6}$$

$$1=\sum_i\left\{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})\right\}\frac{1}{X_2-X_1} \tag{3-7}$$

（3-4）と（3-6）の右辺の各項が寄与度であり，（3-5）と（3-7）の各項が寄与率であるから

$$CD_i=(g_i+r_i+g_i\,r_i)\frac{x_{1i}\,l_{1i}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{A_i}{X_1} \tag{3-8}$$

$$C_i=\left(\frac{g_i+r_i+g_i\,r_i}{G}\right)\frac{x_{1i}\,l_{1i}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{A_i}{X_2-X_1} \tag{3-9}$$

但し， $A_i=(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})$ （3-10）

（3-10）はまた次のようになる。（3-8）より

$$\begin{aligned}A_i&=(g_i+r_i+g_i\,r_i)x_{1i}\,l_{1i}\\&=\{(1+g_i)(1+r_i)-1\}x_{1i}\,l_{1i}=\left(\frac{x_{2i}}{x_{1i}}\frac{l_{2i}}{l_{1i}}-1\right)x_{1i}\,l_{1i}\\&=x_{2i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{1i}\end{aligned} \tag{3-11}$$

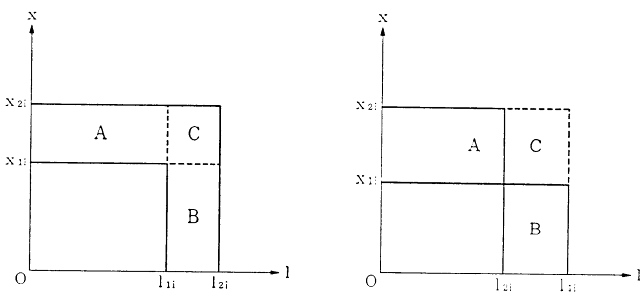
寄与度，寄与率の内訳は必要ない時は（3-11）で分子を計算するとよい。

2. (1)（3-4），（3-5）より明らかなように，寄与度，寄与率は部分集団の値 x の増加率 g による分（第１項）と，単位数割合 l の増加率 r による分（第２項）及び g と r の複合による分（第３項）に分けることができる。この関係は(3-1)と（3-6）により 図で示すことができる。今横軸に l， 縦軸に x を 表わすと（3-1）の右辺の各項は 図３－１の矩形で示され， １時点から２時点への値の変化は矩形の差で表わされる。そして，矩形の差をＡ，Ｂ，Ｃに区切ると，それ

らは（3-6）の右辺の第1項，第2項，第3項に相当し，これを1時点の矩形の合計 X_1 で除したものが寄与度である。図3-1 a）の g，r 共にプラスの時はA，B，Cの関係は明瞭であるが，g，r のいずれか一方または双方がマイナスの場合は図の見方に注意すべきである。b）の g はプラス，r はマイナスの時は，Aは破線の部分を含みCと重複しており，BとCはマイナスであってAから差引かなければならない。

図 3-1　寄与度とその内訳

a）g，$r>0$ の場合　　b）$g>0$，$r<0$ の場合



⑵（3-4），（3-6）の右辺第1項は $r=0$ 従って $l_1=l_2$ と仮定した時の寄与度であるから，第1項の合計は2時点の集団構造が1時点と同じと仮定（標準化）した時の，統計値 $X(=\sum xl)$ の増加率 G^s の値といえる。そして，標準化した時の2時点の統計値を $X_2{}^s$ とすると，それは $G^s=\dfrac{X_2{}^s}{X_1}-1$ を $X_2{}^s$ について解いた

$$X_2{}^s=X_1(1+G^s)\qquad \text{但し，} G^s=\sum\text{（寄与度の第1項）}\qquad (3\text{–}12)$$

によって得られる。

⑶ 寄与度，寄与率の値は g と r 及び1時点の $\dfrac{x}{X}$（部分集団の値 x の格差指数）と l（単位数割合）によって決まるのであって，g，r が大きい（小さい）時でも $\dfrac{xl}{X}$ が小さい（大きい）ならば寄与度，寄与率は小さく（大きく）なる。

g と r の符号が異なる時は，第1項と第2項の相殺によって寄与度が小さくなり，場合によっては g がプラス（マイナス）であるのに寄与度がマイナス（プラス）に変ることがあるが，それは $|g|$ よりも $|r|$ が大きいからである。第1

項よりも第2項の方が絶対値が大きい時は $|g|<|r|$ を意味する。

なお，r がマイナスであってもそれは単位数割合 $l=n/N$ が減ったのであって，単位数 n_i そのものは増加した場合があり得ることに注意すべきである。

3. 産業分類では鉱業，建設業，製造業を第2次産業とするのであるから，「鉱業，建設業，製造業（下位の部分集団）の寄与度，寄与率を合計すると第2次産業（上位の部分集団）の寄与度，寄与率が得られる。しかし，その内訳の第1項，第2項，第3項それぞれの合計は，第2次産業のデータから計算した第1項，第2項，第3項と一致しない。」これは次のようにして証明することができる。

今上位の部分集団の値を x_i，単位数を n_i，その割合を $l_i\left(=\frac{n_i}{N}\right)$ とし，それの下位の部分集団の値を x_{is}，単位数を n_{is}，その割合を $l_{is}\left(=\frac{n_{is}}{N}\right)$ とすると

$$x_i\,n_i=\sum_s x_{is}\,n_{is} \qquad \text{従って} \qquad x_i\,l_i=\sum_s x_{is}\,l_{is} \tag{3-13}$$

である。さて，下位の部分集団の寄与度 CD_{is} は (3-8)，(3-10) のサフィックス i を is に替えればよいから，それを s について合計すると

$$\sum_s\{(x_{2is}-x_{1is})l_{1is}+(l_{2is}-l_{1is})x_{1is}+(x_{2is}-x_{1is})(l_{2is}-l_{1is})\}\frac{1}{X_1} \tag{i}$$

そして上位の部分集団の寄与度 CD_i は，(3-8)，(3-10) より

$$\{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})\}\frac{1}{X_1} \tag{ii}$$

(i)と(ii)の第1項，第2項，第3項をそれぞれ比べると，(3-13) より $x_{1i}\,l_{1i}=\sum_s x_{1is}\,l_{1is}$，$x_{2i}\,l_{2i}=\sum_s x_{2is}\,l_{2is}$ であるから

$$\sum_s(x_{2is}-x_{1is})l_{1is}=\sum_s x_{2is}\,l_{1is}-x_{1i}\,l_{1i} \tag{a}$$

$$(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}=x_{2i}\,l_{1i}-x_{1i}\,l_{1i} \tag{a'}$$

$$\sum_s(l_{2is}-l_{1is})x_{1is}=\sum_s x_{1is}\,l_{2is}-x_{1i}\,l_{1i} \tag{b}$$

$$(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}=x_{1i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{1i} \tag{b'}$$

$$\sum_s(x_{2is}-x_{1is})(l_{2is}-l_{1is})=x_{2i}\,l_{2i}-\sum_s x_{1is}\,l_{2is}-\sum_s x_{2is}\,l_{1is}+x_{1i}\,l_{1i} \tag{c}$$

$$(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})=x_{2i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{2i}-x_{2i}\,l_{1i}+x_{1i}\,l_{1i} \tag{c'}$$

(a) と (a′)，(b) と (b′)，(c) と (c′) は一致しない。ところが(i)と(ii)の第1項〜第3項を合計すると

$$(\mathrm{a})+(\mathrm{b})+(\mathrm{c})=x_{2i}l_{2i}-x_{1i}l_{1i}$$

$$(\mathrm{a}')+(\mathrm{b}')+(\mathrm{c}')=x_{2i}l_{2i}-x_{1i}l_{1i}$$

であり，両者は一致する。　（証明終り）

それでは，下位の部分集団の寄与度の内訳の和が上位の部分集団の寄与度の内訳と一致しないのはどのような理由によるのであろうか。(3-13) より $x_i=\sum_s x_{is}\frac{n_{is}}{n_i}$ であって，上位の部分集団の値 x_i は下位の部分集団の値 x_{is} を単位数割合 $\frac{n_{is}}{n_i}$ をウエイトとして加重平均したものであるから，(3-1) の X の増加率 G の場合と同様に，x_i の増加率 g_i も x_{is} の増加による分と $\frac{n_{is}}{n_i}$ の増加による分とに分離できる。ところが上位の部分集団の寄与度 CD_i を計算する時は，(3-8) より明らかなように，g_i の中に含まれる下位の部分集団の単位数割合の増加による分を無視して，g_i は全部 x_i の増加によるものと仮定して CD_i の値を計算するのであり，理論的には不正確であるといえる。

下位の部分集団の寄与度の和と上位の部分集団の寄与度とが，その内訳の値を異にするのはこのような事情によるのであり，前者の値の方がより正確であることがわかる。

4. (3-1) の単位数割合 l_i が時間的に一定の時は，$l_{1i}=l_{2i}$，$r_i=0$ であるから (3-4)〜(3-7) の右辺第2項，第3項が0になり，寄与度，寄与率は次のようである。

$$CD_i=g_i\frac{x_{1i}l_{1i}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}}{X_1} \tag{3-14}$$

$$C_i=\frac{g_i}{G}\frac{x_{1i}l_{1i}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}}{X_2-X_1} \tag{3-15}$$

この場合は，構造要因は2個であるが変化するのは部分集団の値 x のみであるから，構造要因1個の (2-1) と同じタイプになる。従って，(3-14)，(3-15) は (2-8)，(2-9) と形式的には若干違っているが実質的には同じものである。それは寄与度，寄与率の式が次のように変形し得ることから明らかである。

構造要因1個の場合は，$X=\sum x_i$ より構成項目の割合 w_i は $w_i=\frac{x_i}{X}$ であるから，(2-8)，(2-9) は

$$CD_i=g_i\,w_i$$

$$C_i=\frac{g_i}{G}w_i$$

構造要因2個の場合は，$X=\sum x_i\,l_i$ より部分集団の割合 w_i は $w_i=\frac{x_i\,l_i}{X}$ であるから，(3-14)，(3-15) は

$$CD_i=g_i\,w_i$$

$$C_i=\frac{g_i}{G}w_i$$

この場合は，構造要因1個の場合と同様に，「下位の部分集団の寄与度，寄与率の合計によって上位の部分集団の寄与度，寄与率が得られる。」それは先の証明において (a) と (a′) の右辺第1項に $l_{1i}=l_{2i}$，$l_{1is}=l_{2is}$ を代入すると

$$\sum_s(x_{2is}-x_{1is})l_{1is}=x_{2i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{1i}$$

$$(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}=x_{2i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{1i}$$

となり，両者は一致することによって証明し得る。

1－5 構造要因2個で2重分類の場合

1. (1-9) の構造要因2個で2重分類の統計値

$$X=\sum_i\sum_j x_{ij}\,l_{ij} \tag{4-1}$$

の場合は，X，x_{ij}，l_{ij} の増加率を

$$G=\frac{X_2}{X_1}-1,\quad g_{ij}=\frac{x_{2ij}}{x_{1ij}}-1,\quad r_{ij}=\frac{l_{2ij}}{l_{1ij}}-1 \tag{4-2}$$

とすると，(3-1) の場合と同様にして

$$G=\sum_i\sum_j(g_{ij}+r_{ij}+g_{ij}\,r_{ij})\frac{x_{1ij}\,l_{1ij}}{X_1} \tag{4-3}$$

であり，これの右辺に (4-2) を代入すると

$$G=\sum_i\sum_j\{(x_{2ij}-x_{1ij})l_{1ij}+(l_{2ij}-l_{1ij})x_{1ij}+(x_{2ij}-x_{1ij})(l_{2ij}-l_{1ij})\}\frac{1}{X_1} \tag{4-4}$$

従って，寄与度 CD_{ij}，寄与率 C_{ij} は

$$CD_{ij}=(g_{ij}+r_{ij}+g_{ij}\,r_{ij})\frac{x_{1ij}\,l_{1ij}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{A_{ij}}{X_1} \tag{4-5}$$

$$c_{ij}=\left(\frac{g_{ij}+r_{ij}+g_{ij}r_{ij}}{G}\right)\frac{x_{1ij}l_{1ij}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{A_{ij}}{X_2-X_1} \tag{4-6}$$

$$\text{但し，}A_{ij}=(x_{2ij}-x_{1ij})l_{1ij}+(l_{2ij}-l_{1ij})x_{1ij}+(x_{2ij}-x_{1ij})(l_{2ij}-l_{1ij}) \tag{4-7}$$

(4-7) の右辺はまた

$$A_{ij}=x_{2ij}l_{2ij}-x_{1ij}l_{1ij} \tag{4-8}$$

となる。寄与度，寄与率の内訳は必要ない時は (4-8) で分子を計算するとよい。

この場合「寄与度 CD_{ij} を j について合計すると標識 i による単純分類の場合の寄与度 CD_i が得られ，また i について合計すると標識 j による単純分類の場合の寄与度 CD_j が求められる。しかし，それは寄与度が一致するだけであって，その内訳の第１項，第２項，第３項は単純分類のデータから計算した結果と一致しない」。同様のことが (4-6) の寄与率 c_{ij} の合計についてもいえる。２個の標識 i と j で２重分類された場合の寄与度，寄与率を j について合計するということは，下位の部分集団の寄与度，寄与率を合計して上位の部分集団の寄与度，寄与率を求めることであるから，以上のことは 1-4 の３で述べたと同様にして証明することができる。

2. (4-1) の単位数割合 l_{ij} が一定の時は，$l_{1ij}=l_{2ij}$，$r_{ij}=0$ であるから (4-3)～(4-7) の右辺第２項，第３項は０になり，寄与度，寄与率は次のようである。

$$CD_{ij}=g_{ij}\frac{x_{1ij}l_{1ij}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{(x_{2ij}-x_{1ij})l_{1ij}}{X_1} \tag{4-9}$$

$$c_{ij}=\frac{g_{ij}}{G}\,\frac{x_{1ij}l_{1ij}}{X_1}\quad \text{または}\quad \frac{(x_{2ij}-x_{1ij})l_{1ij}}{X_2-X_1} \tag{4-10}$$

この場合は２個の構造要因のうち変化するのは x_{ij} のみであるから，構造要因１個で２重分類の (2-10) と同じタイプになる。

そして，「寄与度 (4-9)，寄与率 (4-10) を j（または i）に関して合計すると，標識 i（または j）による単純分類で単位数割合 l が一定の時の寄与度 (3-14)，寄与率 (3-15) が得られる」。

3.　1－3の3で述べたように，構造要因1個の場合は G に対する寄与度，寄与率を g_i に対する寄与度，寄与率に変換することができるのであるが，構造要因2個の場合はこの変換は不可能である。しかし，2個の構造要因のうち l が一定の場合はこの変換が可能であって，「下位の部分集団の寄与度，寄与率を，それの合計で割ることによって上位の部分集団の増加率 g_i に対する寄与率が得られ，それに g_i を乗ずると寄与度が得られる」。これの証明は次のようである。

今全国の平均賃金の増加率 G に対する地域別，産業別寄与度，寄与率がわかっており，東京の平均賃金の増加率 g_i に対する産業別寄与度，寄与率を得たいとする。東京の平均賃金 x_i とその産業別平均賃金 x_{ij} との間には，東京における産業別雇用者数割合を $l^i{}_j\left(=\dfrac{n_{ij}}{n_i}\right)$ で表わすと

$$x_i n_i=\sum_j x_{ij} n_{ij} \quad 従って \quad x_i=\sum_j x_{ij} l^i{}_j \tag{4-11}$$

の関係がある。これは構造要因2個で単純分類の場合であるから，x_i の増加率 g_i に対する寄与度 $CD^i{}_j$，寄与率 $C^i{}_j$ は，(3-8)，(3-9) 及び (3-11) において $X=x_i$，$x_i=x_{ij}$，$l_i=l^i{}_j$ を代入すればよい。故に

$$CD^i{}_j=(x_{2ij}\,l^i{}_{2j}-x_{1ij}\,l^i{}_{1j})\frac{1}{x_{1i}} \tag{4-12}$$

$$C^i{}_j=(x_{2ij}\,l^i{}_{2j}-x_{1ij}\,l^i{}_{1j})\frac{1}{x_{2i}-x_{1i}} \tag{4-13}$$

そして，全国の平均賃金の増加率 G に対する東京の産業別寄与度 CD_{ij} は，(4-5)，(4-8) より

$$CD_{ij}=(x_{2ij}\,l_{2ij}-x_{1ij}\,l_{1ij})\frac{1}{X_1}$$

これを j について合計すると，(4-11) より $x_i\,l_i=\sum_j x_{ij}\,l_{ij}$（但し，$l_i=\dfrac{n_i}{N}$，$l_{ij}=\dfrac{n_{ij}}{N}$）であるから

$$\sum_j CD_{ij}=\sum_j(x_{2ij}\,l_{2ij}-x_{1ij}\,l_{1ij})\frac{1}{X_1}=(x_{2i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{1i})\frac{1}{X_1}$$

従って

$$\frac{CD_{ij}}{\sum_j CD_{ij}}=\frac{x_{2ij}\,l_{2ij}-x_{1ij}\,l_{1ij}}{x_{2i}\,l_{2i}-x_{1i}\,l_{1i}} \tag{4-14}$$

(4-14) は (4-13) と異なるから g_i に対する寄与率は得られない。

しかし，東京の産業別雇用者数割合が一定の時は， $l_{1ij}=l_{2ij}$, $l_{1i}=l_{2i}$, $l^i{}_{1j}=l^i{}_{2j}$ であり，また $l^i{}_j=\frac{n_{ij}}{n_i}=\frac{l_{ij}}{l_i}$ であるから，(4-14) は

$$\frac{CD_{ij}}{\sum_j CD_{ij}}=\frac{(x_{2ij}-x_{1ij})l_{1ij}}{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}}=\frac{(x_{2ij}-x_{1ij})l^i{}_{1j}}{x_{2i}-x_{1i}}$$

$$=\frac{x_{2ij}\,l^i{}_{2j}-x_{1ij}\,l^i{}_{1j}}{x_{2i}-x_{1i}} \tag{4-15}$$

(4-15) は (4-13) と同じであるから g_i に対する寄与率が得られる。これに $g_i\left(=\frac{x_{2i}}{x_{1i}}-1\right)$ を掛けると

$$g_i\frac{CD_{ij}}{\sum_j CD_{ij}}=\frac{x_{2ij}\,l^i{}_{2j}-x_{1ij}\,l^i{}_{1j}}{x_{1i}} \tag{4-16}$$

(4-16) は (4-12) と一致するから g_i に対する寄与度が得られる。そして，G に対する寄与率 C_{ij} は $C_{ij}=\frac{CD_{ij}}{G}$ であるから

$$\frac{CD_{ij}}{\sum_j CD_{ij}}=\frac{C_{ij}G}{\sum_j C_{ij}G}=\frac{C_{ij}}{\sum_j C_{ij}} \tag{4-17}$$

故に，寄与率 C_{ij} によっても (4-15)，(4-16) が成立する。以上のことから

$$CD^i{}_j=g_i\frac{CD_{ij}}{\sum_j CD_{ij}} \quad \text{または} \quad g_i\frac{C_{ij}}{\sum_j C_{ij}} \tag{4-18}$$

$$C^i{}_j=\frac{CD_{ij}}{\sum_j CD_{ij}} \quad \text{または} \quad \frac{C_{ij}}{\sum_j C_{ij}} \tag{4-19}$$

（証明終り）

1-6　実質増加率の寄与度，寄与率

1.　時系列比較の時は名目増加率に対する寄与度，寄与率だけではなく，実質増加率に対する寄与度，寄与率が必要になる。実質増加率の場合は，2時点の金額を1時点価格評価の実質金額に変換し，それと1時点の名目金額を用いて 1-3～1-5 で説明したやり方で実質増加率に対する寄与度，寄与率を計算すればよい。従って，ここで説明しなければならない問題は比較時点の実質金額の求め方であるが，それを消費支出の場合で説明しよう。

まず消費支出の総額のみが問題の時は，(1)物価指数の総合指数で1時点に対する2時点の物価上昇率を計算し (2)それで2時点の消費支出総額 X_2 をデフレートして実質総額 $X_2{}^*$ を求めるとよい。

次に費目別支出の寄与度を計算する場合は，(1)物価指数の費目別指数を用いて1時点に対する2時点の費目別物価上昇率を求め，(2)それで2時点の費目別支出 x_2 をデフレートして1時点価格評価の実質支出 $x_2{}'$ に変換し，(3) $x_2{}'$ を合計して2時点の実質消費支出総額 $X_2{}'$ を得るとよい。

費目別寄与度を求める場合，2時点の消費支出総額 X_2 を総合指数の上昇率でデフレートして求めた $X_2{}^*$ を用いないのは次の理由による。 a) $X_2{}^*$ はどの費目も価格上昇率が総合指数の上昇率と同じと仮定して実質化したものであり，この仮定が満たされることはめったにないから，$x_2{}'$ の合計 $X_2{}'$ の方がより正確である。 b) $X_2{}^*$ は一般に X'_2 と一致しないから，$X_2{}^*$ の伸び率 G^* $\left(=\frac{X_2{}^*}{X_1}-1\right)$ は $x_2{}'$ から算出される実質寄与度の合計に等しくならないという難点があるが，$X_2{}'$ による時はその伸び率 $G'\left(=\frac{X_2{}'}{X_1}-1\right)$ は実質寄与度の合計と同じ値になる。実際上は $X_2{}^*$ と $X_2{}'$ の差は僅少であり G^* と G' が同じ値になることも多いのであるが，$X_2{}'$ の方が理論的にすぐれているのでそれによるべきであろう。

しかし，その反面次の2つの問題点があることに注意しなければならない。 c) 一般に利用される消費支出総額の実質増加率は G^* であるから，上述のやり方で計算した実質寄与度の合計はそれと一致せず若干のギャップがある。 d) 実質費目別支出の合計 $X_2{}'$ の値は，費目別支出の実質化を中分類について行った場合と，細分類について施した時とでは同じでないから，どの段階の費目を実質化したかによって実質総額の増加率 G' が異なり，従って同じ費目の寄与度，寄与率の値が違ってくる。

2. 実質増加率に対する寄与度，寄与率はまた，名目増加率に対する寄与度，寄与率がわかっているならば，それから求めることもできる。まず構造要因1個の場合は，(2-8) より名目寄与度は $g_i\frac{x_{1i}}{X_1}$ であり実質寄与度は $g_i{}'\frac{x_{1i}}{X_1}$ で

あるから，両者の比較によって

$$(\text{実質寄与度})=(\text{名目寄与度})\times\frac{g_i'}{g_i} \tag{5-1}$$

であり，これを X の実質増加率 G' で割ると実質寄与率が得られる。また，(2-9) より名目寄与率は $\frac{g_i}{G}\frac{x_{1i}}{X_1}$，実質寄与率は $\frac{g_i'}{G'}\frac{x_{1i}}{X_1}$ であるから，

$$(\text{実質寄与率})=(\text{名目寄与率})\times\frac{g_i'}{g_i}\frac{G}{G'} \tag{5-2}$$

であって，これに G' を乗ずると実質寄与度が得られる。

次に構造要因2個で単純分類の場合は，(3-8) より名目寄与度は $(g_i+r_i+g_ir_i)\frac{x_{1i}l_{1i}}{X_1}$，実質寄与度は $(g_i'+r_i+g_i'r_i)\frac{x_{1i}l_{1i}}{X_1}$ であるから，両者の比較によって

$$\begin{pmatrix}\text{実質寄与度}\\ \text{第1項}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{名目寄与度}\\ \text{第1項}\end{pmatrix}\times\frac{g_i'}{g_i} \tag{5-3}$$

$$(\quad\text{第2項})=(\quad\text{第2項}) \tag{5-4}$$

$$(\quad\text{第3項})=(\quad\text{第3項})\times\frac{g_i'}{g_i} \tag{5-5}$$

(5-3)～(5-5) の合計によって実質寄与度が得られる。また，名目寄与率が与えられている時は (3-9) より

$$\begin{pmatrix}\text{実質寄与率}\\ \text{第1項}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{名目寄与率}\\ \text{第1項}\end{pmatrix}\times\frac{g_i'}{g_i}\frac{G}{G'} \tag{5-6}$$

$$(\quad\text{第2項})=(\quad\text{第2項}) \tag{5-7}$$

$$(\quad\text{第3項})=(\quad\text{第3項})\times\frac{g_i'}{g_i}\frac{G}{G'} \tag{5-8}$$

(5-6)～(5～8) の合計によって実質寄与率が得られる。構造要因2個で2重分類の場合も，これに準じて寄与度，寄与率を名目から実質へ変換することができる。

1-7　増分の寄与度，寄与率

今までは統計値の増加率に対する寄与度，寄与率を説明してきたのであるが，次に統計値の増分に対する寄与度，寄与率を求める方法を説明しよう。今統計

値Xが構造要因2個の単純分類の場合とすると，(3-6) の両辺に X_1 を乗ずると，$G=\frac{X_2}{X_1}-1$ であるから

$$X_2-X_1=\sum_i\{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})\} \quad (6\text{-}1)$$

となる。これは統計値Xの増分 X_2-X_1 が各部分集団の増加による分の和に分解されたことを示しているから，右辺の各項が寄与度である。そして，(6-1) の両辺を増分 X_2-X_1 で除すと

$$1=\sum_i\left\{\frac{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})}{X_2-X_1}\right\} \quad (6\text{-}2)$$

であり，これの右辺の各項が寄与率である。なお (6-2) は (3-7) と同じである。

以上のことから (1)増加率に対する寄与度に1時点の統計値 X_1 を乗ずることによって増分に対する寄与度が得られ，(2)寄与率は増加率の場合も増分の時も同じ値である，ことがわかった。この関係は構造要因2個で2重分類の場合や構造要因1個の場合にも妥当する。

1−8　寄与度，寄与率の結合

1.　今までは隣接する1～2時点間の増加率に対する寄与度 CD_{12}, 寄与率 C_{12} であったが，場合によっては1～3時点間の増加率が問題であり，それに対する寄与度 CD_{13}, 寄与率 C_{13} を知りたいことがある。その時は1時点と3時点のデータから計算しなくとも，隣接時点間の寄与度，寄与率の値を用いて求められるならば便利である。次にその方法を説明しよう。

今統計値Xが構造要因2個の単純分類の場合とする。隣接時点間の寄与度は，その内訳を考えない時は (3-8), (3-11) より

$$\left.\begin{array}{ll} CD_{12}=(x_2\,l_2-x_1\,l_1)\dfrac{1}{X_1} \quad \text{従って} & x_2\,l_2-x_1\,l_1=CD_{12}X_1 \\ CD_{23}=(x_3\,l_3-x_2\,l_2)\dfrac{1}{X_2} \quad \text{従って} & x_3\,l_3-x_2\,l_2=CD_{23}X_2 \end{array}\right\} \quad \text{(i)}$$

であるから（簡単のために部分集団の記号 i は省略した)，1～3時点間の X の増

加率 G_{13} に対する寄与度 CD_{13} は次のようになる。

$$CD_{13}=\frac{x_3 l_3-x_1 l_1}{X_1}=\left\{(x_3 l_3-x_2 l_2)+(x_2 l_2-x_1 l_1)\right\}\frac{1}{X_1}$$

$$=(CD_{23}X_2+CD_{12}X_1)\frac{1}{X_1} \tag{7-1}$$

また，隣接時点間の寄与率は（3-9），（3-11）より

$$\left.\begin{aligned} C_{12}&=(x_2 l_2-x_1 l_1)\frac{1}{X_2-X_1} \quad \text{故に} \quad x_2 l_2-x_1 l_1=C_{12}(X_2-X_1) \\ C_{23}&=(x_3 l_3-x_2 l_2)\frac{1}{X_3-X_2} \quad \text{故に} \quad x_3 l_3-x_2 l_2=C_{23}(X_3-X_2) \end{aligned}\right\} \tag{ii}$$

であるから，CD_{13} はまた次のようになる。

$$CD_{13}=\left\{C_{23}(X_3-X_2)+C_{12}(X_2-X_1)\right\}\frac{1}{X_1} \tag{7-2}$$

（7-1）は寄与度を結合して寄与度を求める式であり，（7-2）は寄与率を結び付けて寄与度を得る式である。そして，寄与度をXの増加率Gで割ると寄与率になるから，（7-1），（7-2）を $\frac{X_3-X_1}{X_1}(=G_{13})$ で除すと1～3時点間の寄与率 C_{13} を求める式が得られる。故に

$$C_{13}=(CD_{23}X_2+CD_{12}X_1)\frac{1}{X_3-X_1} \tag{7-3}$$

または　$$=\left\{C_{23}(X_3-X_2)+C_{12}(X_2-X_1)\right\}\frac{1}{X_3-X_1} \tag{7-4}$$

以上は1～3時点間の寄与度，寄与率を求める式であるが，1～4時点等の場合の式もこれに準じて導くことができる。

なお，（7-1）～（7-4）で得られるのは1～3時点間の寄与度，寄与率の値であって，その内訳の第1項～第3項の値は不明である。今寄与度の第1項～第3項を CD^{I}，CD^{II}，CD^{III} で表わすと

$$CD^{\mathrm{I}}{}_{13}=\left\{CD^{\mathrm{I}}{}_{23}\frac{X_2}{l_2}+CD^{\mathrm{I}}{}_{12}\frac{X_1}{l_1}\right\}\frac{l_1}{X_1} \tag{7-5}$$

$$CD^{\mathrm{II}}{}_{13}=\left\{CD^{\mathrm{II}}{}_{23}\frac{X_2}{x_2}+CD^{\mathrm{II}}{}_{12}\frac{X_1}{x_1}\right\}\frac{x_1}{X_1} \tag{7-6}$$

$$CD^{\mathrm{III}}{}_{13}=CD_{13}-CD^{\mathrm{I}}{}_{13}-CD^{\mathrm{II}}{}_{13} \tag{7-7}$$

であって（証明は省略する），これを計算するには1時点と2時点の x と l が必

要である。そのようなデータが要るのであれば，むしろ1時点と3時点の x と l を用いて直接1～3時点間の寄与度の第1項～第3項を計算する方が便利であろう。従って，結合方式による寄与度，寄与率の計算はその内訳をみなくともよい場合に有効な方法といえる。

以上統計値が構造要因2個の単純分類の場合で説明したのであるが，統計値が構造要因2個の2重分類の場合や構造要因1個の場合であっても，全く同じ式で寄与度，寄与率を結合することができる。

2. 以上は名目の寄与度，寄与率の場合であるが，実質の場合はどのようになるであろうか。今1～3時点間の物価上昇率でデフレートして求めた実質金額を x''，それで計算した寄与度を CD'' で表わし，隣接時点間の物価上昇率でデフレートした場合を x'，CD' とする。統計値 X が構造要因2個の単純分類の場合は，部分集団の値 x も X と同様に総合指数の上昇率でデフレートして実質化されるから，1～t 時点間の総合指数の上昇率を P_{1t} で表わすと，

$$\left.\begin{aligned} &x'_2=\frac{x_2}{P_{12}},\quad X'_2=\frac{X_2}{P_{12}},\quad x'_3=\frac{x_3}{P_{23}},\quad X'_3=\frac{X_3}{P_{23}} \\ &x''_3=\frac{x_3}{P_{13}}=\frac{x_3}{P_{12}P_{23}}=\frac{x'_3}{P_{12}},\quad X''_3=\frac{X_3}{P_{13}} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(iii)}$$

である。さて，実質の場合の(i)は

$$\left.\begin{aligned} &CD'_{12}=(x'_2\,l_2-x_1\,l_1)\frac{1}{X_1} \quad \text{従って} \quad x'_2\,l_2-x_1\,l_1=CD'_{12}X_1 \\ &CD'_{23}=(x'_3\,l_3-x_2\,l_2)\frac{1}{X_2} \quad \text{従って} \quad x'_3\,l_3-x_2\,l_2=CD'_{23}X_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(iv)}$$

であり，1～3時点間の実質寄与度 CD''_{13} は

$$CD''_{13}=(x''_3\,l_3-x_1\,l_1)\frac{1}{X_1}=\left\{(x''_3\,l_3-x'_2\,l_2)+(x'_2\,l_2-x_1\,l_1)\right\}\frac{1}{X_1}$$

ところが(iii)，(iv)より

$$x''_3\,l_3-x'_2\,l_2=\frac{x'_3}{P_{12}}l_3-\frac{x_2}{P_{12}}l_2=(x'_3\,l_3-x_2\,l_2)\frac{1}{P_{12}}=\frac{CD'_{23}}{P_{12}}X_2$$

故に $$CD''_{13}=\left(\frac{CD'_{23}}{P_{12}}X_2+CD'_{12}X_1\right)\frac{1}{X_1} \qquad (7\text{-}8)$$

また，実質の場合の(ii)は

$$\left.\begin{aligned} C'_{12} &= (x'_2 l_2 - x_1 l_1)\frac{1}{X'_2 - X_1} \quad \text{故に} \quad x'_2 l_2 - x_1 l_1 = C'_{12}(X'_2 - X_1) \\ C'_{23} &= (x'_3 l_3 - x_2 l_2)\frac{1}{X'_3 - X_2} \quad \text{故に} \quad x'_3 l_3 - x_2 l_2 = C'_{23}(X'_3 - X_2) \end{aligned}\right\} \quad \text{(v)}$$

であるから，CD''_{13} はまた次のようになる。

$$CD''_{13} = \left\{\frac{C'_{23}}{P_{12}}(X'_3 - X_2) + C'_{12}(X'_2 - X_1)\right\}\frac{1}{X_1} \qquad \text{(7-9)}$$

そして，1～3時点間の実質寄与率 C''_{13} は(7-8)，(7-9)を $\dfrac{X''_3 - X_1}{X_1}(= G''_{13})$ で除せばよい。

なお消費支出の場合のように，構成項目 x を費目別指数の上昇率でデフレートして実質化する時は，(7-8)，(7-9)において総合指数の上昇率 P の代りに費目別指数の上昇率 p を用いればよい。但し，この場合は X'_2，X'_3 及び X''_3 が費目別実質値の合計であり，その値が得難い時は（7-9）によることはできない。また実質寄与率 C''_{13} は，X の増加率 G が寄与度の合計に等しいことを利用して，(7-8) で求めた CD''_{13} をそれの合計 $\sum CD''_{13}$ で除して計算するとよい。

2　寄与度，寄与率の応用

以上，集団構造を加法的に表わす3つのタイプの統計値（基礎統計値や統計的測度）の，寄与度，寄与率を求める式とその性質を説明した。次に，具体的な例で統計値の寄与度，寄与率の求め方とその結果の見方，使い方を説明しよう。まず，2-1 では構造要因1個の場合の寄与度，寄与率を国民総支出（ＧＮＥ）の例で述べ，2-2 では物価変動を除いて実質金額を求めた上でそれを計算する場合を世帯の平均消費支出の例で説明する。次に，2-3 では構造要因2個で単位数割合が一定の場合を五分位階級別消費支出の例で述べ，2-4 では構造要因2個で単位数割合が異なる一般的な場合を給与の地域格差の要因分析の例で説明する。最後に，2-5 では統計値の変化を増分で表わした場合を死亡率の例で示すことにする。更に物価上昇率の場合の寄与度，寄与率を説明すべきであるが，それに関連して説明すべき問題がいろいろあるので，ここではスペースの

都合で省略し別稿に譲ることにする。

なお，具体例の計算表では増加率は小数第1位まで，寄与度，寄与率は小数第3位まで記してあるが，計算はもっと多くのけた数の数字で行った。従って，表の値によって計算を試みても結果が一致しない場合があることに注意されたい。

2−1　国民総支出（GNE）の寄与度，寄与率

昭和57年度の経済成長率（実質GNEの対前年度比）は3.3％であった。この成長率はどのような構成項目の増加によって達成し得たのか，その要因を知るために構成項目別寄与度，寄与率を計算しよう。

実質GNEをX，それの構成項目を x_i で表わすと $X=\sum x_i$ であり，構造要因1個の場合であるから，寄与度，寄与率は（2-4)〜(2-9）によればよい。ここでは寄与度を $CD_i=\dfrac{x_{2i}-x_{1i}}{X_1}$ で計算し，寄与率を $C_i=\dfrac{x_{2i}-x_{1i}}{X_2-X_1}$ で求めることにする。この場合は実質値が与えられているから，計算過程で実質化の手続きは必要でない。

計算結果は表1-1のとおりであって，経済成長率3.3％に対する寄与度は民間最終消費支出が2.4％で一番大きく，国内総資本形成と輸出等の寄与度は僅か0.3％と0.1％にすぎない。これを寄与率で言うと民間最終消費支出の寄与率が72％で圧倒的に大きく，他の項目の寄与率は国内総資本形成10％，政府最終消費支出6％，輸出等4％，輸入等 −8％であり，内需88％，外需12％の寄与となるから，内需特に民間消費依存の成長であったことがわかる。（輸入等は控除項目であるから寄与度，寄与率の値は符号を変えて加算しなければならない。）民間最終消費支出の寄与が大きいのは金額の割合 x_1/X_1 が多いうえに伸び率gも一番高いからであり，それに次いで金額割合の多い国内総資本形成と輸出等の寄与が小さいのは，伸び率が僅か1.0％と0.7％と振わなかったことによるのである。なお，国内総資本形成の寄与度が0.3％にすぎない理由を知るために，それの構成項目の寄与度，寄与率を見ると（表1-2の(2), (3)欄），主として民間及び公的企業設備と民間住宅のプラスの寄与を，在庫品増加のマイ

表1-1　実質GNEの伸び率と寄与度，寄与率（昭和57年度）

項　　目	56年度 (1)	57年度 (2)	伸び率 (3)	増　分 (4)	寄与度 (5)	寄与率 (6)
	10億円	10億円	%	10億円	%	
民間最終消費支出	103,335.6	108,092.5	4.6	4,756.9	2.395	0.720
政府最終消費支出	18,959.0	19,347.3	2.0	388.3	0.195	0.059
国内総資本形成	64,693.7	65,350.3	1.0	656.6	0.331	0.099
輸　出　等	40,021.8	40,282.6	0.7	260.8	0.131	0.039
(控除) 輸入等	28,360.3	27,812.4	−1.9	−547.9	−0.276	−0.083
国民総支出	198,649.7	205,260.3	3.3	6,610.6	3.328	1.000

（備考）(5)＝(4)÷198,649.7　　(6)＝(4)÷6,610.6

（出所）経済企画庁編『国民経済計算年報』昭和59年版。

表1-2　国内総資本形成の寄与度，寄与率（昭和57年度）

項　　目	伸び率 (1)	3.3%に対する 寄与度 (2)	3.3%に対する 寄与率 (3)	1.0%に対する 寄与率 (4)	1.0%に対する 寄与度 (5)
	%	%			%
民間 住宅	1.3	0.069	0.021	0.208	0.211
民間 企業設備	2.8	0.485	0.146	1.466	1.488
民間 在庫品増加	−30.4	−0.272	−0.082	−0.823	−0.835
公的 住宅	−4.8	−0.016	−0.005	−0.047	−0.048
公的 企業設備	3.2	0.099	0.030	0.299	0.303
公的 一般政府	0.3	0.016	0.005	0.048	0.049
公的 在庫品増加	36.3	−0.050	−0.015	−0.151	−0.153
国内総資本形成	1.0	0.331	0.100	1.000	1.015

（備考）$(4)=\frac{(2)}{\Sigma(2)}$　　(5)＝(4)×1.0149　但し，1.0149%は国内総資本形成の伸び率。

（注）公的企業の在庫品増加の伸び率がプラスであるのに，その寄与度，寄与率がマイナスになるのは，在庫品増加の金額（従って金額割合）がマイナスのためである。

ナスの寄与が相殺したためであることがわかる。

以上はGNEの伸び率3.3%に対する国内総資本形成の構成項目の寄与度，寄与率であるが，国内総資本形成の伸び率1.0%に対する寄与度，寄与率を得たい。国内総資本形成の構成項目の3.3%に対する寄与度（または寄与率）を，その合計で割ることによって1%に対する寄与率が得られ，それに1%を掛けると寄与度が求められる。それを計算すると表1-2の(4)，(5)欄のとおりである。

2－2　消費支出の寄与度，寄与率（1）─費目別

総務庁統計局の家計調査によると，昭和57年の全世帯の平均消費支出は56年に比べて実質で2.7％増加した。それがどのような費目の増加によるものであるかを知るために，費目別寄与度，寄与率を求めよう。

消費支出の総額をX，費目別支出を x_i で表わすと $X=\sum x_i$ であり，構造要因1個の場合であるから，寄与度，寄与率は（2-4）～（2-9）によればよい。ここでは寄与度を $CD_i=\frac{x_{2i}-x_{1i}}{X_1}$ で計算し，得られた寄与度をそれの合計で除して寄与率 C_i を求めることにする。（(2-4)，(2-6) より寄与度の合計は X の増加率Gに等しい。X の増加率により求めたGでなく，寄与度の合計で除すと4捨5入の誤差を免れ得る。）しかし，その前に57年の消費支出を56年価格で表わした実質金額に直すことが必要であるので，費目別に56～57年の物価上昇率を計算し，それで57年の名目支出を除して実質支出を求めた（表2(5)欄）。費目別実質支出の合計によると，57年の消費支出の実質伸び率は2.8％であって，最初に述べた伸び率2.7％よりも1％高い。2.7％は名目総額を総合指数でデフレートして実質化した場合の伸び率であり，表2で計算する寄与度，寄与率は伸び率2.8％に対するものである。

表2の(7)，(8)欄によると，寄与度が一番大きい費目はこづかい等（こづかい，交際費，仕送り金）であって，消費支出の伸び率2.8％の1/3近くを占めており，次に大きい諸雑費，食料，教養娯楽を加えると，この4費目の寄与度の和は2.2％（寄与率の和は78.5％）になり8割近くの寄与をなしている。実質伸び率そのものは教育もこづかい等や教養娯楽と同様に大きいのであるが，教育は支出割合 x_1/X_1 が小さい（3.7％）ために寄与度が小さくなったのである。他方伸び率の低い食料の寄与度が大きいのは支出割合が大きい（28.8％）からであり，これと同様のことが交通通信についてもいえる。

なお食料，住居，光熱・水道，保健医療及び交通通信を基礎的な生活上の欲求を充足させる必需的支出とし，残りを生活の質的向上を欲する選択的支出とすると（正確にはどの費目の中にも必需的支出と選択的支出が含まれているのであるが，どちらの色彩が濃いかによって区別した），選択的費目の寄与率は75.9％であ

表2　消費支出の実質伸び率と寄与度，寄与率（昭和57年）

全国，全世帯

項目	消費者物価指数		消費支出			実質伸び率	寄与度	寄与率
	56年 (1)	57年 (2)	56年(名目) (3)	57年(名目) (4)	57年(実質) (5)	(6)	(7)	(8)
			円	円	円	%	%	
総額	104.9	107.7	240,014	253,169				
食料	105.3	107.2	69,183	71,342	70,078	1.3	0.373	0.135
住居	104.0	107.1	11,159	11,513	11,180	0.2	0.009	0.003
光熱・水道	107.7	111.5	15,310	15,866	15,325	0.1	0.006	0.002
家具・家事用品	104.5	105.3	10,136	10,470	10,390	2.5	0.106	0.038
被服及び履物	104.0	107.0	17,953	18,568	18,047	0.5	0.039	0.014
保健医療	102.8	105.8	6,029	6,352	6,172	2.4	0.060	0.022
交通通信	103.4	108.7	20,213	21,792	20,729	2.6	0.215	0.078
教育	107.5	114.1	8,771	9,701	9,140	4.2	0.154	0.056
教養娯楽	105.0	107.0	20,466	21,753	21,346	4.3	0.367	0.133
諸雑費	104.5	106.4	12,533	14,069	13,818	10.3	0.535	0.194
こづかい等			48,260	51,742	50,397	4.4	0.890	0.323
合計					246,622	2.8	2.753	1.000

（備考）1）「こづかい等」は総合指数によって実質化した。

2）$(5)=\frac{(4)}{(2)/(1)}$　$(6)=\frac{(5)}{(3)}-1$　$(7)=\frac{(5)-(3)}{240,014}$　$(8)=\frac{(7)}{\Sigma(7)}$

（出所）総理府統計局『家計調査年報』昭和57年。

って必需的費目よりも寄与が大きい。そして，選択的費目の56年の支出割合 $x/X(=w)$ は49.2％で寄与率 c よりも小さいから，選択的費目の実質伸び率 g は消費支出総額の実質伸び率 G よりも高く，従って必需的費目の g は G よりも小さいことがわかる。（なぜならば，後で述べる（8-1）より $C\gtreqqless w$ ならば $g\gtreqqless G$ であるから。）（2-9）より $g=\frac{cG}{w}$ であるから，これによって選択的費目と必需的費目の実質伸び率を計算すると4.2％と1.3％である。

2-3　消費支出の寄与度，寄与率（2）—五分位階級別，費目別

昭和57年の勤労者世帯の平均消費支出は実質で3.1％増加した（名目総額を総合指数で実質化した時の伸び率）のであるが，それがどの所得階級の，またどのような費目の伸びによるものであるかを，年間収入五分位階級のデータで分析しよう。

勤労者世帯全体の平均消費支出総額を X，世帯数を N とし，五分位階級別の

平均消費支出の総額を x_i，費目別支出を x_{ij}，世帯数を n_i，世帯数割合を l_i $\left(=\dfrac{n_i}{N}=\dfrac{1}{5}\right)$ とすると，$x_i=\sum_j x_{ij}$ であるから $X=\dfrac{1}{N}\sum_i^5 x_i n_i=\sum_i^5 \sum_j x_{ij} l_i$ である。これは構造要因2個の2重分類の場合の式と同じであり，$l_i\left(=\dfrac{1}{5}\right)$ が不変のために寄与度，寄与率は（4-9)，(4-10）によればよい。ここでは寄与度を $CD_{ij}=\dfrac{x_{2ij}-x_{1ij}}{5X_1}$ によって計算し，得られた寄与度をそれの合計で除して寄与率 C_{ij} を求めることにする。この計算は五分位階級ごとに表2と同じ計算表を作って行えばよい。まず57年の費目別支出を56年価格の実質金額に直してから寄与度を計算するのであるが，その際，寄与度の分母は勤労者世帯全体の消費支出総額 X_1 であって，五分位階級ごとの消費支出総額 x_{1i} ではないことに注意すべきである。そして寄与率の計算は，全部の五分位階級の寄与度を求めた後に，それの合計で寄与度を除して行うのである。

この場合勤労者世帯全体の消費支出総額 X の実質値は，五分位階級別の実質総額（表3-1(3)欄の合計）を平均することによって得られ，それを用いて X の実質伸び率 G' を求めるのである。また，l が一定の場合は（4-4）は $G=\sum_i \sum_j (x_{2i}-x_{1i})\dfrac{1}{5X_1}$ となることから明らかなように，全部の五分位階級の寄与度の合計によっても G' が得られる。表3-2の右下の欄の数字3.131は全部の寄与度の合計であるから $G'=3.1\%$ であり，故に，この場合は総合指数で実質化した時の伸び率と費目別実質額の合計による伸び率とは同じ値である。

表3-1は第Ⅰ階級の寄与度，寄与率の計算表であり，表3-2は第Ⅰ～第Ⅴ階級の寄与度をまとめたものである。表3-2の寄与度を横に（五分位階級 i について）合計すると勤労者世帯全体の費目別寄与度が得られる（1-5の2参照)。まずそれを見ると，こづかい等の寄与度が飛び離れて高く，次に諸雑費，教養娯楽及び食料が大きく，この4つの費目で8割余りの寄与となっている（寄与度の合計は2.5％，寄与率の和は80.9％)。これを五分位階級別に見ると，こづかい等の寄与度はどの階級においても一番大きく，そして第Ⅱ～第Ⅴ階級の寄与度はほぼ同じ大きさであるから，こづかい等の伸び率 g'_{ij} は低所得層程高いと考えられる。それは，(4-9) より寄与度は $CD_{ij}=g_{ij}\dfrac{x_{1ij}}{5X_1}$ であり，同じ費目の

表 3-1　第Ⅰ五分位階級の消費支出の実質伸び率と寄与度，寄与率（昭和57年）

全国，勤労者世帯

項目	消費支出（第Ⅰ階級） 56年(名目) (1)	57年(名目) (2)	57年(実質) (3)	実質伸び率 (4)	3.1%に対する 寄与度 (5)	寄与率 (6)	2.6%に対する寄与率 (7)
	円	円	円	%	%		
総額	169,799	178,775					
食料	54,488	56,458	55,457	1.8	0.077	0.025	0.220
住居	12,500	13,182	12,800	2.4	0.024	0.008	0.069
光熱・水道	11,866	12,173	11,758	−0.9	−0.009	−0.003	−0.026
家具・家事用品	6,829	6,850	6,798	−0.5	−0.002	−0.001	−0.006
被服及び履物	10,813	10,756	10,454	−3.3	−0.029	−0.009	−0.083
保健医療	4,812	5,141	4,995	3.8	0.015	0.005	0.043
交通通信	15,639	16,540	15,734	0.6	0.008	0.002	0.023
教育	4,292	4,666	4,396	2.4	0.008	0.003	0.023
教養娯楽	12,270	12,856	12,616	2.8	0.028	0.009	0.080
諸雑費	8,257	9,437	9,268	12.2	0.080	0.026	0.229
こづかい等	28,033	30,718	29,919	6.7	0.150	0.048	0.429
合計			174,195	2.6	0.350	0.112	1.000

（備考）1）物価指数は表2参照。
2）$X_1=251,275$円，寄与度の総計$=3.130$
3）$(4)=\frac{(3)}{(1)}-1$　$(5)=\frac{(3)-(1)}{5\times 251,275}$　$(6)=\frac{(5)}{3.130}$　$(7)=\frac{(5)}{\Sigma(5)}$

（出所）表2参照。

支出 x_{ij} は所得の低い階級程小さいのが普通だからである。そして，諸雑費の寄与度は主に第Ⅴ，第Ⅳ階級によるものであり，教養娯楽の寄与度はほとんど第Ⅴ階級と第Ⅱ階級によっており，また食料では第Ⅳ，第Ⅲ階級の寄与が大きい。以上の費目のほかに比較的寄与度が大きいのは交通通信，家具・家事用品，教育，住居であるが，交通通信は第Ⅳ階級の大きな寄与度を第Ⅲ階級のマイナスの寄与度が相殺しており，住居も第Ⅴ階級と第Ⅳ階級の間に同様のことが見られるが，家具・家事用品と教育は五分位階級の寄与度に大きな差異は見られない。

次に表3-2の寄与度を縦に（費目 j について）合計すると，五分位階級別消費支出総額（費目別実質額の合計）の寄与度が得られる。それによると，第Ⅲ階級を除くと所得の高い階級ほど寄与度が大きく，特に第Ⅴ階級の寄与度が著しいのであるが，それは所得が高くなるにつれて消費支出総額 x_{1i} が大きくなるだけではなく，伸び率 g'_i も大きいからである。第Ⅲ階級の総額の寄与度が小さ

表3-2 五分位階級別，費目別寄与度（昭和57年）

全国，勤労者世帯

項目	I (1)	II (2)	III (3)	IV (4)	V (5)	平均 寄与度 (6)	寄与率 (7)
食料	% 0.077	% −0.015	% 0.118	% 0.123	% −0.002	% 0.301	0.096
住居	0.024	0.039	−0.023	−0.094	0.165	0.111	0.036
光熱・水道	−0.009	−0.015	−0.005	0.012	−0.002	−0.019	−0.006
家具・家事用品	−0.002	0.041	0.041	0.011	0.052	0.143	0.046
被服及び履物	−0.029	0.001	0.004	0.041	−0.030	−0.013	−0.004
保健医療	0.015	0.007	0.021	−0.015	0.037	0.065	0.021
交通通信	0.008	0.059	−0.162	0.220	0.056	0.181	0.057
教育	0.008	0.022	0.025	0.018	0.066	0.139	0.045
教養娯楽	0.028	0.097	0.059	−0.011	0.213	0.386	0.123
諸雑費	0.080	0.056	0.057	0.151	0.339	0.684	0.218
こづかい等	0.150	0.224	0.228	0.297	0.254	1.153	0.369
合計	0.350	0.517	0.363	0.753	1.148	3.131	1.000
実質伸び率	*2.590*	*3.116*	*1.895*	*3.381*	*4.030*		

（備考） 実質伸び率は費目別実質額の合計により算出した。

いのは交通通信がマイナスの寄与度（従ってマイナスの伸び率）になったためであるが，それは57年の支出が減ったというよりも56年の支出が異常に大きかったことによるのである。

なお，第Ⅰ階級の消費支出の実質伸び率は2.6％で最低に近いが，その要因を明らかにするために2.6％に対する寄与率を求め，勤労者世帯全体の寄与率と比べてみよう。表3-1の(5)欄の寄与度（または(6)欄の寄与率）を，その合計で除すと2.6％に対する寄与率が得られ，その結果は(7)欄のとおりである。それによると，こづかい等の寄与率が42.9％で一番大きく，これに諸雑費と食料を加えた3費目で87.8％の寄与率となっている。これと表3-2の(7)欄とを比較すると，勤労者世帯全体と比べて第Ⅰ階級は食料の寄与が著しく高く，更にこづかい等，保健医療，諸雑費の寄与が大きいが，その代り教養娯楽，教育，交通通信の寄与が小さく，また被服及び履物，光熱・水道はマイナスの寄与が大きいのであって，第Ⅰ階級は必需的費目の寄与が高く選択的費目の寄与が低い傾向があるといえる。

2－4　給与の寄与度，寄与率――地域格差

寄与度による増加率の要因分析の方法はまた，統計値の地域格差の要因分析に利用することができる。給与の地域格差は同じ産業，同じ企業規模など，同一条件のグループの給与水準の差によって生ずるのであるが，更に給与の高いグループの雇用者数が相対的に多いか少いかによっても影響されるので，給与の地域格差の要因分析はグループ別の平均給与の差と人数割合の差とによって行われなければならない。国税庁の民間給与実態統計調査（昭和54年分）によると，東京国税局管内の平均民間給与は大阪国税局管内よりも3.3％高い。それはどのような産業の給与の格差と人数割合の差によって生じたのであるかを調べてみよう。

雇用者全体の平均給与をX，産業別の平均給与を x_i，雇用者数割合を l_i とすると，(1-1) より $X=\sum_i x_i l_i$ である。これは構造要因2個の単純分類の場合であるから，寄与度，寄与率は (3-4)～(3-9) によればよい。しかし，それらの式のG，gはX，xの増加率の記号であるから，代りに格差率の記号D，dを用いることにする。$D\left(=\frac{X_2}{X_1}-1\right)$ は雇用者全体の平均給与の格差率であり，$d\left(=\frac{x_2}{x_1}-1\right)$ は産業別平均給与の格差率である。従って，例えば (3-4) は $D=\sum_i(d_i+r_i+d_i r_i)\frac{x_{1i}l_{1i}}{X_1}$ となる。今サフィックス1を大阪，2を東京として，大阪に対する東京の格差率の産業別寄与度を $CD_i=\{(x_{2i}-x_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(x_{2i}-x_{1i})(l_{2i}-l_{1i})\}\frac{1}{X_1}$ で計算すると表4のとおりである。表4の(7)欄は寄与度のうち平均給与の差による分，(8)欄は人数割合の違いによる分，(9)欄は両者の複合による分である。

まず(5)，(6)欄の格差率を見ると（プラスの格差率は東京の方が値は大きいことを意味するから），平均給与は繊維工業と卸小売業以外は東京の方が高く，人数割合は製造業の全部門と卸小売業のほかは東京の方が多い。そして，多くの部門で人数割合の格差率rの値はdの値よりもずっと大きいから，寄与度の第1項よりも第2項の方が絶対値は大きいものが多く，また第3項も無視し得ない値であり，産業別寄与度は人数割合の差の影響が非常に大きいことがわかる。化学工業と金属機械工業はrがマイナスのために，dがプラスであるのに寄与度

表4　民間給与の格差率と寄与度，寄与率（昭和54年）

業種	平均給与 大阪 (1)	平均給与 東京 (2)	所得者数割合 大阪 (3)	所得者数割合 東京 (4)	格差率 平均給与 (5)	格差率 人数割合 (6)	$d\frac{x_1l_1}{X_1}$ (7)	$r\frac{x_1l_1}{X_1}$ (8)	$dr\frac{x_1l_1}{X_1}$ (9)	寄与度 (10)	寄与率 (11)
	千円	千円			%	%	%	%	%	%	
建設業	3,154	3,255	0.0755	0.0920	3.2	21.8	0.250	1.704	0.055	2.008	0.612
繊維工業	2,628	2,221	0.0443	0.0188	−15.5	−57.6	−0.591	−2.197	0.340	−2.447	−0.746
化学工業	3,316	3,496	0.0753	0.0458	5.4	−39.2	0.444	−3.209	−0.174	−2.939	−0.895
金属機械工業	3,148	3,276	0.1712	0.1579	4.1	−7.8	0.719	−1.378	−0.056	−0.716	−0.218
その他の製造業	2,756	3,148	0.1006	0.0912	14.2	−9.4	1.293	−0.850	−0.121	0.322	0.098
卸小売業	2,955	2,864	0.3176	0.2692	−3.1	−15.2	−0.948	−4.689	0.144	−5.493	−1.674
金融保険業	3,776	3,879	0.0446	0.0742	2.7	66.3	0.151	3.662	0.100	3.912	1.192
運輸通信公益事業	3,480	3,662	0.0572	0.0725	5.2	26.9	0.341	1.754	0.092	2,187	0.666
サービス業	2,868	2,889	0.1092	0.1725	0.7	58.0	0.075	5.956	0.044	6.075	1.851
農林水産・鉱業	2.366	3,721	0.0045	0.0059	57.3	31.2	0.200	0.109	0.063	0.372	0.113
合計	3,050	3.151	1.0000	1.0000	3.3		1.935	0.861	0.486	3.282	1.000

（備考）$(5)=\frac{(2)}{(1)}-1$　$(6)=\frac{(4)}{(3)}-1$　$(7)=\frac{\{(2)-(1)\}\times(3)}{3,050}$　$(8)=\frac{\{(4)-(3)\}\times(1)}{3,050}$　$(9)=\frac{\{(2)-(1)\}\times\{(4)-(3)\}}{3,050}$　$(11)=\frac{(10)}{\Sigma(10)}$

（出所）国税庁『税務統計からみた民間給与の実態』昭和54年分。

はマイナスになっている。次に⑽欄の寄与度を見ると，サービス業，金融保険業，運輸通信公益事業，建設業のプラスの寄与度を卸小売業，化学工業，繊維工業のマイナスの寄与度が相殺して3.3％の格差率となっており，サービス業と卸小売業の寄与が大きい。そして，第1項の和は東京の人数割合が大阪と同じ（$l_2=l_1$，$r=0$）と仮定した時の D の値であるから，産業別平均給与の差による格差率（給与効果）であり，第2項の和は東京の平均給与が大阪と同じ（$x_2=x_1$，$d=0$）と仮定した場合の D の値であり，産業別人数割合の差による格差率（人数効果）を表わし，第3項は平均給与の差と人数割合の差の複合による格差率（複合効果）といえる。大阪に対する東京の平均民間給与の格差率3.3％のうち1.9％が給与効果，0.9％が人数効果，0.5％が複合効果である。なお，⑾欄の寄与率は値の大きなものが多く中には100％以上のものがあり，寄与の程度がわかり難い。それはDの値が小さく，寄与度にプラスのものとマイナスのものがあるためであって，このような場合は寄与率は役に立たないといえるであろう。

表4の繊維工業からその他の製造業までと卸小売業からサービス業までの寄与度をそれぞれ合計すると，製造業と第3次産業の寄与度が得られる。しかしそれは，製造業及び第3次産業の平均給与と人数割合から計算した結果と，寄与度の値は一致するが，その内訳の値は等しくならないのであり，理論的には表4から求めた値の方が正しいといえる（1-4の3参照）。今表4より製造業及び第3次産業の平均給与と人数割合を求め，それによって計算した寄与度と表4の寄与度の合計とを比べると次のようであって，以上のことが確認され，特に第1項の違いが著しい。

	データより計算				表4より計算			
	第1項	第2項	第3項	寄与度	第1項	第2項	第3項	寄与度
製造業	2.413	−7.703	−0.480	−5.770	1.865	−7.634	−0.011	−5.780
第3次産業	0.607	6,015	0.069	6.691	−0.381	6.683	0.380	6.681

注　製造業の平均給与と人数割合は大阪は3,020千円，39.14％，東京は3,208千円，31.36％であり，第3次産業のそれは大阪は3,063千円，52.86％，東京は3,098千円，58.85％。

2−5 死亡率の寄与度，寄与率

昭和55年の京都市の死亡率は人口1,000につき6.3であって，名古屋市の死亡率5.2よりも1.1ポイント高い。年齢によって死亡率に差があるから全体の死亡率は人口の年齢構成の影響を受け，高齢者の多い人口ほど高くなる傾向がある。従って，死亡率の差は京都市と名古屋市の死亡の強度の違いを正確に表わすとはいえないのであって，それを死亡の強度の違いによる分と人口の年齢構成の違いによる分とに分けることが必要であるが，それは死亡率の差に対する年齢別寄与度，寄与率を計算することによって可能になる。

今死亡総数をD，年齢別死亡数を D_i，人口総数を P，年齢別人口を P_i，その割合を $l_i\left(=\frac{P_i}{P}\right)$ とし，全体の死亡率を d，年齢別死亡率を m_i で表わすと

$$d=\frac{D}{P}=\sum\frac{D_i}{P_i}\frac{P_i}{P}=\sum m_i\,l_i$$

である。これは構造要因2個で単純分類の場合であるから，寄与度，寄与率は(3-4)〜(3-10) によればよい。しかし，ここでは増加率でなく増分（死亡率の差）が問題であるから，寄与率の式はそのままでよいが，寄与度はこれらの式に X_1 を乗じて修正しなければならない (1-7参照)。そして，寄与度，寄与率を死亡率の場合の記号で表わすために $X=d$，$x_i=m_i$ を代入すればよい。今名古屋市と京都市をサフィックス1と2で表わし，その死亡率の差に対する年齢別寄与度を $CD_i=\{(m_{2i}-m_{1i})l_{1i}+(l_{2i}-l_{1i})x_{1i}+(m_{2i}-m_{1i})(l_{2i}-l_{1i})\}$ によって計算し，次に寄与度をその合計で割って寄与率を求めると表5のとおりである。(5)欄は寄与度のうち年齢別死亡率の差による分，(6)欄は人口割合の違いによる分，(7)欄は両者の複合による分である。

まず，寄与度の第1項は30〜39歳以外は全部マイナスであって，特に70歳以上のマイナスの寄与が大きく，第1項の合計は −0.3であり京都市の方が一般に死亡率は低いことを示している。次に，第2項は20〜29歳以外は59歳までマイナスであるが，60歳以上はプラスであって且つその寄与が大きく，京都市は相対的に高齢者が非常に多いことがわかる。そして，60歳以上のグループでは

表5　死亡率の差と寄与度，寄与率（昭和55年）

年齢階級	死亡率（人口1,000につき）名古屋 (1)	京都 (2)	人口割合（昭和55年10月1日）名古屋 (3)	京都 (4)	$(m_2-m_1)l_1$ (5)	$(l_2-l_1)x_1$ (6)	$(m_2-m_1)\times(l_2-l_1)$ (7)	寄与度 (8)	寄与率 (9)
総数	**5.23**	**6.28**	1.0000	1.0000					
0～4歳	1.86	1.56	0.0704	0.0647	−0.021	−0.011	0.002	−0.030	−0.029
5～9	0.28	0.26	0.0827	0.0769	−0.002	−0.002	0.000	−0.003	−0.003
10～19	0.32	0.25	0.1496	0.1465	−0.010	−0.001	0.000	−0.011	−0.011
20～29	0.51	0.46	0.1606	0.1697	−0.008	0.005	−0.000	−0.004	−0.004
30～39	0.89	0.99	0.1811	0.1686	0.018	−0.011	−0.001	0.006	0.006
40～49	2.35	2.31	0.1445	0.1308	−0.006	−0.032	0.001	−0.037	−0.036
50～59	5.75	5.39	0.1010	0.1008	−0.036	−0.001	0.000	−0.037	−0.036
60～69	14.67	14.32	0.0640	0.0757	−0.022	0.172	−0.004	0.145	0.139
70～79	44.71	41.69	0.0360	0.0509	−0.109	0.666	−0.045	0.512	0.491
80～	131.10	119.46	0.0101	0.0153	−0.118	0.682	−0.061	0.504	0.483
合計					−0.314	1.466	−0.109	1.044	1.000

（備考）(5)＝{(2)−(1)}×(3)　(6)＝{(4)−(3)}×(1)　(7)＝{(2)−(1)}×{(4)−(3)}　(9)＝$\frac{(8)}{\Sigma(8)}$

（出所）大都市統計協議会『大都市比較統計年表』昭和55年。

第1項よりも第2項の方が絶対値は大きいので，死亡率の差はマイナスであるのに寄与度はプラスに転化しており，そのために京都市の死亡率が名古屋市よりも1.0ポイント高くなったことがわかる（最初に述べた死亡率の差は1.1ポイントであるが，死亡率のけた数を多くとると1.0ポイントの差になる)。

要するに，死亡率は一般に京都市の方が低いのであるが，高齢者の割合が高いために全体の死亡率は京都市の方が大きくなったのである。表5の第1項の和は，京都市人口の年齢構成が名古屋市と同じと仮定して計算した京都市の標準化死亡率（訂正死亡率）と名古屋市の死亡率との差である。従って，それに名古屋市の死亡率を加えると京都市の訂正死亡率が得られる。今それを計算すると 4.92（＝5.23−0.31）であり，これによると名古屋市よりも京都市の方が死亡率は低いことがわかる。

む す び

以上寄与度，寄与率の理論とそれの実際的利用について説明してきたのであるが，これによって社会集団現象の増加の要因分析のための統計的測度としての寄与度，寄与率の有効さは明らかになったであろう。最後に，寄与度，寄与率の難点と寄与率のグラフの利用について説明して，本稿を終えることにする。

1. 寄与度，寄与率の難点　　寄与度は集団の増加率Gを各部分集団の増加による分の和に分解した時の各項であり，寄与率は寄与度をGで除して相対化したものである。部分集団の増加にはプラスの場合もあればマイナスの場合もあるから，それに応じて寄与度，寄与率はプラス，マイナスの符号をもち，符号によって寄与の方向を知ることができる。このことから寄与率には重大な制約が生ずる。すなわち

(1) 集団の増加率Gが0の時は寄与率は計算できない。寄与度はその場合でも計算可能であって，部分集団のプラス，マイナスの変化の結果集団全体としては変化がなかった事情を知ることができる。

(2) たとえ0でなくともGが非常に小さい時は，部分集団の変化が全部プラス（マイナス）であれば問題はないが，プラスのものとマイナスのものが混在する時は寄与率は著しく大きな値になり，その意味がわかり難い場合がある（表4参照)。

(3) 集団の増加率Gがマイナスの場合は，寄与率の符号は部分集団の増加の方向と逆になることに注意すべきである。一般に寄与率がプラスの時はその部分集団の増加はプラスを連想するのであるが，Gがプラスの場合はそれでよいが，Gがマイナスの時は寄与率のプラスは部分集団のマイナスの増加を意味するのである。従って，寄与率はGの符号を考慮に入れて見なければならない。

寄与度による時は以上の難点を免れ得るのであるが，その代り寄与度には次の難点があることを知らねばならない。

(4) 寄与度の時間的比較によって部分集団の寄与の程度と方向の推移がわか

るのであるが，寄与度自体は同じように推移していてもGが大きく（小さく）なった時は寄与の程度は相対的に低く（高く）なったのである。このことの認識は寄与度では得られないのであって寄与率によらねばならない。従って，寄与度の時間的比較はGがほぼ同じような値の時に有効なのであって，Gが大きく異なる時は寄与率の方がすぐれている。

2　寄与率のグラフの利用　　統計値Xが構造要因１個の場合，１～２時点のXの増加率 G_{12} に対する構成項目 x の寄与率 c_{12} は，構成項目の割合を $w\left(=\dfrac{x}{X}\right)$ で表わすと，(2-9) より $c_{12}=\dfrac{g_{12}}{G_{12}}w_1$ 従って $\dfrac{c_{12}}{w_1}=\dfrac{g_{12}}{G_{12}}$ であるから

$$\left|\frac{c_{12}}{w_1}\right| \gtreqqless 1 \quad ならば \quad \left|\frac{g_{12}}{G_{12}}\right| \gtreqqless 1 \qquad (8\text{-}1)$$

が成立つ。すなわち，２時点の寄与率 c_{12} が１時点の x の割合 w_1 よりも絶対値が大きい（小さい）時は，x の増加率 g_{12} はXの増加率 G_{12} よりも絶対値が大きい（小さい)。そして，$\dfrac{g}{G}$ の符号のいかんはcとwの符号から知ることができる。

図８は昭和50年度以降の実質ＧＮＥの寄与率の推移であるが，寄与率cと構成項目の割合wが近接していてグラフ上区別し得ない年を除くと，cとwの比較によりgとGの大小関係を知ることができる。例えば，民間最終消費支出の56年度の寄与率cは55年度の割合wよりも小さいから，56年度の民間最終消費支出の増加率gはＧＮＥの増加率Gよりも低いが，57年度のcは56年度のwよりも大きいから57年度のgはGよりも高いといえる。また民間住宅の58年度のcはマイナスであり，その絶対値は57年度のwよりも大きいから $\left|\dfrac{g}{G}\right|$ は１よりも大きく，そして58年度のGはプラスのためにgはマイナスであり，民間住宅はGよりも大きいテンポで減少したことがわかる。表８によると民間最終消費支出のgとGの値は56年度は1.3％と3.5％，57年度は4.6％と3.3％であり，また民間住宅の58年度は－7.3％と3.7％であって，グラフによる判断の正しいことがわかる。

そして，２～３時点のXの増加率 G_{23} に対するxの寄与率 c_{23} と c_{12} との差

が余り小さくない限り

$$c_{23} \gtrless c_{12} \quad ならば \quad \frac{g_{23}}{G_{23}} \gtrless \frac{g_{12}}{G_{12}} \tag{8-2}$$

がいえ（但し，そのためには $w_1>0$ でなければならない），更にこの関係は任意の間隔の寄与率の比較にも妥当する。それは次のようにして証明することができる。

（2-9）より $c_{12}=\frac{g_{12}}{G_{12}}w_1$，$G_{23}=\frac{g_{23}}{G_{23}}w_2$ であるので

$$c_{23}-c_{12}=\frac{g_{23}}{G_{23}}w_2-\frac{g_{12}}{G_{12}}w_1=\left(\frac{g_{23}}{G_{23}}\frac{w_2}{w_1}-\frac{g_{12}}{G_{12}}\right)w_1$$

ところが

$$w_2=\frac{x_2}{X_2}=\frac{x_2/x_1}{X_2/X_1}\frac{x_1}{X_1}=\frac{1+g_{12}}{1+G_{12}}w_1 \tag{i}$$

であるから

$$c_{23}-c_{12}=\left(\frac{g_{23}}{G_{23}}\frac{1+g_{12}}{1+G_{12}}-\frac{g_{12}}{G_{12}}\right)w_1$$

従って，$w_1>0$ の時は

$$\frac{g_{23}}{G_{23}}\frac{1+g_{12}}{1+G_{12}} \gtreqless \frac{g_{12}}{G_{12}} \quad ならば \quad c_{23} \gtreqless c_{12} \tag{ii}$$

多くの場合 $\frac{g_{23}}{G_{23}}\frac{1+g_{12}}{1+G_{12}}$ と $\frac{g_{23}}{G_{23}}$ との差はさほど大きくないから，$\frac{g_{23}}{G_{23}}$ と $\frac{g_{12}}{G_{12}}$ 従って c_{23} と c_{12} とが余り接近していない限り

$$\frac{g_{23}}{G_{23}} \gtrless \frac{g_{12}}{G_{12}} \quad ならば \quad c_{23} \gtrless c_{12} \tag{iii}$$

がいえる。また，3～4時点のXの増加率 G_{34} に対する x の寄与率 c_{34} は $c_{34}=\frac{g_{34}}{G_{34}}w_3$ であるから

$$c_{34}-c_{12}=\frac{g_{34}}{G_{34}}w_3-\frac{g_{12}}{G_{12}}w_1=\left(\frac{g_{34}}{G_{34}}\frac{w_3}{w_1}-\frac{g_{12}}{G_{12}}\right)w_1$$

(i)と同様にして $w_3=\frac{1+g_{13}}{1+G_{13}}w_1$ であるから

$$c_{34}-c_{12}=\left(\frac{g_{34}}{G_{34}}\frac{1+g_{13}}{1+G_{13}}-\frac{g_{12}}{G_{12}}\right)w_1$$

従って，$w_1>0$ の時は

$$\frac{g_{34}}{G_{34}}\frac{1+g_{13}}{1+G_{13}} \gtreqless \frac{g_{12}}{G_{12}}$$

ならば　$C_{34} \gtreqless C_{12}$　　(iv)

しかし，多くの場合 $\frac{g_{34}}{G_{34}}\frac{1+g_{13}}{1+G_{13}}$ と $\frac{g_{34}}{G_{34}}$ との差は大きくないから，$\frac{g_{34}}{G_{34}}$ と $\frac{g_{12}}{G_{12}}$ 故に C_{34} と C_{12} とが余り接近していない時は

$$\frac{g_{34}}{G_{34}} \lessgtr \frac{g_{12}}{G_{12}} \quad \text{ならば}$$

$$C_{34} \lessgtr C_{12} \qquad \text{(v)}$$

といえる。　　　　（証明終り）

図8の民間最終消費支出の寄与率 C は58年度は57年度よりも小さいから，GNEの増加率に対する民間最終消費支出の相対的な増加率 $\frac{g}{G}$ は58年度は57年度よりも低いのであり，また58年度の C は54年度の C よりも小さいから58年度の $\frac{g}{G}$ は54年度よりも低いといえる。民間企業設備の C は54年度以降57年度まで漸減しているから $\frac{g}{G}$ は次第に小さくなり，58年度にやっと $\frac{g}{G}$ が上昇に転じたのである。また，民間住宅の C は54, 55年度は減少し，56，57年度は上昇に転じたが58年度に再び下落しているから，相対的増加率 $\frac{g}{G}$ も54，55年度と低下を続け，56，57年度は上

図8　実質GNEの構成比率（破線）と寄与率（実線）の推移

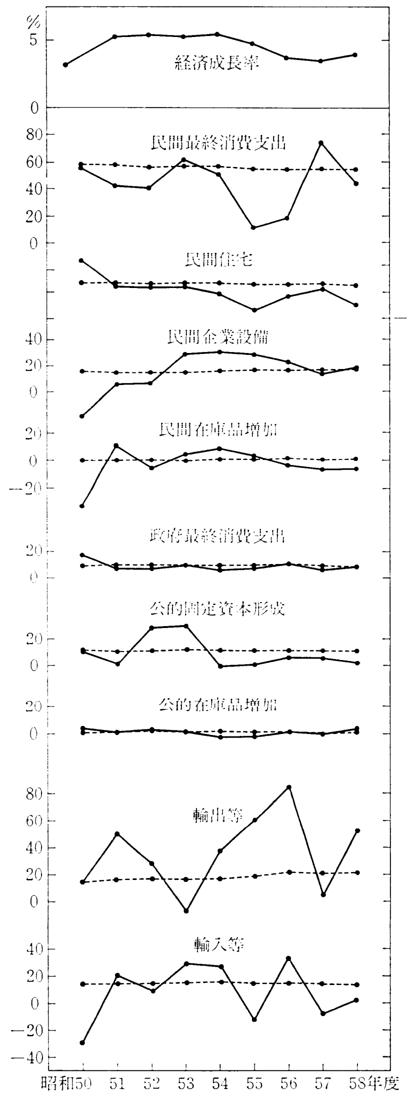


表8　実質GNEの増加率と相対的増加率の推移

	53年度	54	55	56	57	58
1. 増加率 g，G（%）						
民間最終消費支出	5.5	4.7	0.9	1.3	4.6	2.9
民間住宅	3.1	−0.1	−10.0	−1.9	1.3	−7.3
民間企業設備	9.7	10.3	7.6	4.8	2.8	3.8
国民総支出	5.1	5.3	4.6	3.5	3.3	3.7
2. 相対的増加率 g/G（倍）						
民間最終消費支出	1.1	0.9	0.2	0.4	1.4	0.8
民間住宅	0.6	−0.0	−2.2	−0.5	0.4	−2.0
民間企業設備	1.9	1.9	1.7	1.4	0.8	1.0

（出所）経済企画庁編『国民経済計算年報』昭和59年版。

昇したが58年度は再び低下したといえる。しかし，54～56年度と58年度はCがマイナスであり，その前年度のwはプラスであるので$\frac{g}{G}$はマイナスになる。$-\frac{g}{G}$の減少は$\left|\frac{g}{G}\right|$の増加，従って相対的減少率が大きくなることを意味し，$-\frac{g}{G}$の増加は$\left|\frac{g}{G}\right|$の減少，故に相対的減少率が小さくなることを示すのである（このように$-\frac{g}{G}$の時はCの変化の意味の解釈に注意しなければならぬ)。従って，民間住宅は54年度に減少に転じ55年度は相対的減少率が大きくなったが，56年度は相対的減少率が小さくなり57年度は増加に変った。そして，58年度には再び減少したが，（58年度の$\overline{C}$は55年度のCよりも大きいから）相対的減少率は55年度よりも小さかった。今これらの構成項目の$\frac{g}{G}$を計算すると表8のとおりであって，グラフによる$\frac{g}{G}$の比較の正しいことがわかる。

以上寄与率のグラフの利用を統計値Xが構造要因1個の場合で説明したが，構造要因2個の時は寄与率の第1項のみについて以上の関係を利用し得るのであり，2個の構造要因のうち1個が一定の時に寄与率について以上の関係が妥当するのである。そして，名目増加率に対する寄与率の場合だけではなく，実質増加率に対する寄与率の時にも同様のことがいえる。

1）米沢治文「寄与率への一試論」『統計学』第22号（1970年），2ページ。

2）寄与度，寄与率について説明している統計学のテキスト，辞典に次のものがある。

大阪市立大学経済研究所編『経済学辞典』岩波書店，1965年。

受験新報編『統計学』法学書院，1967年。
米沢治文『経済統計計量分析』日本評論社，1972年。
『大月経済学辞典』大月書店，1979年。
上田尚一『統計データの見方，使い方』朝倉書房，1981年。
関弥三郎『社会人のための統計学』玄文社，1981年。
高木，大屋，野村編『経済統計学講義』有斐閣ブックス，1984年。
大屋，広田，野村，是永編著『統計学』産業統計研究社，1984年。

3）寄与度，寄与率を理論的に考察した論文に次のものがある。

高橋史朗「増加率の分析への一工夫」総理府統計局『統計局研究彙報』第12号（1963年）。

米沢治文「寄与率への一試論」『統計学』第22号（1970年）。

関弥三郎「寄与率についての一考察」『立命館経済学』第26巻第3号（1977年）

4）『通商白書』昭和58年版，146-7ページ。