Aggregate された輸入需要関数における関数形と価格の同時特定化について*

本田　豊

* 本報告は、一九八〇年度理論計量経済学会全国大会で発表した“The Joint Specification of Functional Form and Relative Price Restriction in the Aggregate Import Demand Equation.” by Yutaka Honda and Kazuhiro Ohtani を加筆修正したものである。本報告の掲載を心よく承諾して下さった大谷一博氏（神戸商科大学講師）に深くお礼を申し上げます。尚、ありうべき過誤は筆者のものであることはいうまでもありません。

I　はじめに

輸入需要関数は、国際経済学の分野で大きな役割を果たしている。例えば、輸入需要関数の推定によって求められる輸入需要の価格弾力性は、関税と交易条件の変化、国際収支の調整などと関連し、貿易政策上重要な情報を提供してくれる。また、計量マクロモデルの構造式としても必要不可欠である。

このように重要であるがゆえに、推定をめぐっていくつかの問題が提起され、多くの研究がなされてきた。そのひとつは、特定化（specification）の問題であるが、具体的には、(i)関数形をどうするか、(ii)価格をどのような

形で説明変数にいれるか、という二つの特定化問題が論じられてきたのである。以下では、もう少しこれらの点を詳述する。

輸入需要関数を推定する時には、二つの関数形が伝統的に使われてきた。ひとつは線型であり、もうひとつは対数線型（log-linear form）である。国際貿易論では、いくつかの経済変数間の関係が示されるが、それは実証分析に妥当する関数形に関して何も提起していない。したがって、これら二つの関数形の選択は、研究者の便宜にまかされている。例えば、弾力性を知りたい時は対数線型を使い、計量マクロモデルでは必要に応じて線型を使ったり対数線型を用いたりする。

そこで、この関数形を〝統計的に有意〟という基準で特定化しようとするこころみが行われてきた。

Box and Cox (1964) は、変数変換によって、標準的仮定を満足する回帰モデルをつくり、関数形の特定化を論じ、Zarembka[(1)] (1968) はそれを計量経済分析に適用した。

Khan and Ross (1977) は、aggregate された輸入需要関数を特定化するために、次のような二種類の関数形を提起した。

$$Q_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 \frac{P_{m,t}}{P_{d,t}} + \varepsilon_t \quad ; \varepsilon_t \sim N(O, \sigma)^2 \tag{1}$$

ただし，t ：t 期

Q_t：輸入需要量

Y_t：実質 GNP

$P_{m,t}$：輸入価格

$P_{d,t}$：国内価格

a_0, a_1, a_2 はパラメータで期待される符号は、$a_1<0$, $a_2\geqq 0$ である。

$$\log Q_t=b_0+b_1\log Y_t+b_2\log\frac{P_{mt}}{P_{d,t}}+\omega_t \qquad (2)$$

ここで、$b_1<0$, $b_2\geqq 0$ と期待される。ω_t は、log-normal 分布に従う。

そして、(1)(2)式を包含するために Box and Cox (1964) の方法を使い、アメリカ、カナダ、日本について実証分析を行い、対数線型が線型よりベターであるという結論をえた。

他方、価格変数に関する特定化は、相対価格（国内価格に対する輸入価格の比で表わされる）を説明変数として使うか、あるいは、輸入価格と国内価格を separate に説明変数として使うかという問題で議論されてきた。相対価格の妥当性を検定するために、Murray and Ginman (1976) は、次のようなモデルを示した。

$$\log Q_t=c_0+c_1\log Y_t+c_2\log P_{m,t}+c_3\log P_{d,t}+\omega_t \qquad (3)$$

輸入関数が対数線型で特定化されている場合、帰無仮説は、回帰係数の線型制約で表わすことができる。即ち、H_0: $c_2+c_3=0$ である。彼らは、カナダについて実証分析を行い、相対価格モデルは不適当であるという結論を導いた。

ここで、輸入需要関数の相対価格の経済的含意を考えてみよう。Khan and Ross (1977) が実証した国々（アメリカ、カナダ、日本）の輸入構造は、非常に異なっている。例えば、原材料、鉱物石油原料、工業製品の全輸入にしめる割合は、それぞれ次のとおりである。

アメリカ　7.3%,　27.9%,　54.3%

カナダ	4.4%,	10.9%,	75.7%
日本	20.4%,	43.9%,	17.0%

また、一九七六年のGNPに占める全輸入のシェアは、アメリカで七・六%、カナダで二一・四%、日本で一一・六%である。即ち、輸入構造や輸入依存は国々によって大きく違うのである。

これらの数字から、日本は総輸入に占める原材料や鉱物石油原料の割合が非常に大きいことがわかる。一方、日本の輸出は加工製品が中心であり、原材料の輸出は皆無である。したがって、日本では、輸入財と国内財（輸出財）に代替性が存在しないと推論されるから、輸入財と国内財（輸出財）の代替性を前提とする相対価格の利用は、不適当でないかと考えられる。これに対し、相対価格の妥当性は、アメリカやカナダにおいては日本より大きいと考えられるが、それも事前にいうことはできない。したがって、相対価格を最初から適用すべきではないように思われる。

このように考えると、これまでの議論にはいくつかの問題点があることがわかる。即ち、Khan and Ross (1977) のモデルは、相対価格を基礎においているので、相対価格が妥当しないなら彼らの議論は誤りであるかもしれない。また、Murray and Ginman (1976) も、対数線型が妥当しないなら誤りであるかもしれない。

したがって、このような問題点を解消するためには、関数形と相対価格に関するパラメータ制約を同時に考えたほうがより適切であろう。そして、対数線型とパラメータ制約が検定で同時に採択された場合にのみ相対価格は妥当と判断されるのである。

本報告の目的は、関数形とパラメータ制約の同時検定を行い、アメリカ、カナダ、日本に最も妥当する aggregate された輸入需要関数を求めることにある。

本報告では、ⅡでBox-Cox変換に相対価格制約を導入した輸入モデルを示し、適当な輸入需要関数を決定するための検定方法を論ずる。Ⅲでは実証的結果を述べ、最後に結論と今後の課題を示す。

Ⅱ　Aggregate された輸入需要関数

Box-Cox 変換を使って Aggregate された輸入需要関数は、次のように表わされる。

$$Q_t^{(\lambda)}=\beta_0+\beta_1 Y_t^{(\lambda)}+\beta_2 P_{m,t}^{(\lambda)}+\beta_3 P_{d,t}^{(\lambda)}+\varepsilon_t \tag{4}$$

ただし、λ：変換パラメータ

変換は次のように定義される。

$$Q_t^{(\lambda)}=\begin{cases}(Q_t^{\lambda}-1)/\lambda & \text{for } \lambda\neq 0\\ \log Q_t & \text{for } \lambda=0\end{cases} \tag{5}$$

他の変数についても同様である。(4)式は、$\lambda=1$ の場合は線型に、$\lambda=0$ の場合には対数線型に変形される。

さて、(4)式に次のパラメータ制約を導入する。

$$\beta_2+\beta_3=\delta \tag{6}$$

この時、λ、δの両方が0であるという仮説が同時検定で採択された場合にのみ、相対価格が妥当であるということになる。

関数形とパラメータ制約の同時検定のために、(4)と(6)より次式をえる。

$$Q_t^{(\lambda)}=\beta_0+\beta_1 Y_t^{(\lambda)}+\beta_2(P_{m,t}^{(\lambda)}-P_{d,t}^{(\lambda)})+\delta P_{d,t}^{(\lambda)}+\varepsilon_t \tag{7}$$

誤差項は独立で正規的に分布しているから、(7)式のパラメータは最尤法によって得られる。(7)式の尤度関数の対数形は次のように与えられる。

$$L\equiv-\frac{T}{2}\log\pi-\frac{T}{2}\log\sigma^2-\frac{T}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{T}[Q_t^{(\lambda)}-\beta_0-\beta_1 Y_t^{(\lambda)}$$
$$-\beta_2(P_{m,t}^{(\lambda)}-P_{d,t}^{(\lambda)})-\delta P_{d,t}^{(\lambda)}]^2-(\lambda-1)\sum_{t=1}^{T}\log Q_t \tag{8}$$

ただし、T：時系列のデータ数を示し、(8)式の最後の項は、従属変数の変換に関するヤコービアンに対応する。λ、δが与えられると、(8)式は定数部分を除いて標準的な最小二乗式の尤度関数である。したがって、(β_0, β_1, β_2) とσ^2の最尤推定値は、標準的最小二乗法によってえられる。我々は、σ^2の推定値を$\hat{\sigma}^2(\lambda,\delta)$と定義する。

尤度関数(8)にσ^2の代りにこの$\hat{\sigma}^2(\lambda,\delta)$を代入すると、所与の$(\lambda,\delta)$について、$L$の最大値をえることができ、定数部分を除いた値($\equiv L_{\max}$)は、

$$L_{\max}(\lambda,\delta)=-\frac{T}{2}\log\hat{\sigma}^2(\lambda,\delta)+(\lambda-1)\sum_{t=1}^{T}\log Q_t \tag{9}$$

となる。異なったλ、δの値について、(9)をプロットすると、パラメータ空間で$L_{\max}(\lambda,\delta)$の値を最大にする特定の$(\hat{\lambda},\hat{\delta})$をえることができる。

この時、尤度比法を使うと、(λ,δ)の$100(1-\alpha)$%の信頼区間は次のようになる。

$$L_{\max}(\hat{\lambda},\hat{\delta})-L_{\max}(\lambda,\delta)<\frac{1}{2}\chi_k^2(\alpha) \tag{10}$$

α：有意水準　　k：自由度

⑽式から

H_0：$\lambda=0$ and $\delta=0$ の棄却域は、

$$C(\lambda,\delta)=L_{\max}(\hat{\lambda},\hat{\delta})-L_{\max}(0,0)\geqq\frac{1}{2}\chi_2^2(\alpha) \qquad (11)$$

で表わされる。

ここで、Murray and Ginman (1976), Mutti (1977) の条件付検定の棄却域は、

$$G(\delta)=L_{\max}(\lambda=o,\hat{\delta})-L_{\max}(\lambda=0,\delta=0)\geqq\frac{1}{2}\chi_1^2(\alpha) \qquad (12)$$

で表わされる。

Ⅲ　結　果

最初に、我々は一九六五年から一九七七年の四半期データを使って、三国の輸入関数を線型と対数線型で推定した。結果は表1で示されるが、ここでは、輸入価格と国内価格を separate に説明変数としてとり扱っている。

表1より、アメリカの価格変数の係数の符号は、線型、対数線型の両方とも、通常期待されたものと逆である（即ち、輸入価格が上昇すると輸入がふえ、国内価格が上昇すると輸入がへるという結果になっている）。また、ダービン・ワトソン比は、これら全ての国についてあまりよくない。自由度修正ずみの決定係数、F-値、t-値は、アメ

表 1 Estimates of import demand equations

Country	Functional form	Constant	Y_t	$P_{m,t}$	$P_{d,t}$	$\bar{R}^2$	Durbin-Watson ratio
United States	linear	−16.12 (−9.73)	0.0295 (17.57)	0.0158 (0.93)	−0.0434 (−1.25)	0.953 (344.7)	1.22
	log-linear	−16.14 (−15.01)	3.06 (19.53)	0.49 (2.00)	−1.06 (−2.58)	0.954 (357.0)	1.38
Canada	linear	−1.52 (−3.41)	0.0548 (6.56)	−0.0498 (−13.96)	0.0540 (13.45)	0.971 (560.0)	2.70
	log-linear	−6.07 (−14.81)	1.52 (9.32)	−0.81 (−7.66)	0.94 (7.82)	0.966 (482.3)	2.66
Japan	linear	−7.75 (−4.95)	0.022 (9.21)	−0.103 (−3.74)	0.189 (3.47)	0.948 (309.9)	0.51
	log-linear	−5.84 (−7.53)	1.03 (12.66)	−0.68 (−3.43)	1.09 (3.18)	0.971 (563.1)	0.76

a. t-values in parentheses below coefficients
b. F-values in parentheses below $\bar{R}^2$
c. $\bar{R}^2$: coefficient of determination adjusted by degrees of freedom

表 2 Estimates of import demand equations incorporating the parameter restrictions of specification

United States
$$Q_t=-17.549+0.0281Y_t-0.0083(P_{m,t}-P_{d,t})$$
$$(-12.79)\quad(19.85)\quad(-11.47)$$
$$\bar{R}^2=0.952,\ F=503.00,\ D.W.=1.18$$

Canada
$$\log Q_t=-6.208+1.683\log Y_t-0.859\log(P_{m,t}/P_{d,t})$$
$$(-15.73)\quad(18.99)\quad(-8.63)$$
$$\bar{R}^2=0.966,\ F=716.76,\ D.W.=2.58$$

Japan
$$\log Q_t=-5.830+1.032\log Y_t-0.672(\log P_{m,t}-\log P_{d,t})+0.4\log P_{d,t}$$
$$(-29.12)\quad(33.52)\quad(-8.31)$$
$$\bar{R}^2=0.957,\ F=564.79,\ D.W.=0.76$$

a. D.W.: Durbin-Watson ratio
b. other values: similar to Table 1

リカの価格変数の係数を除いて全てよい。したがって、二つの関数形のどちらを選択すべきかについての明確な根拠は、いずれの国においても存在しないことになる。

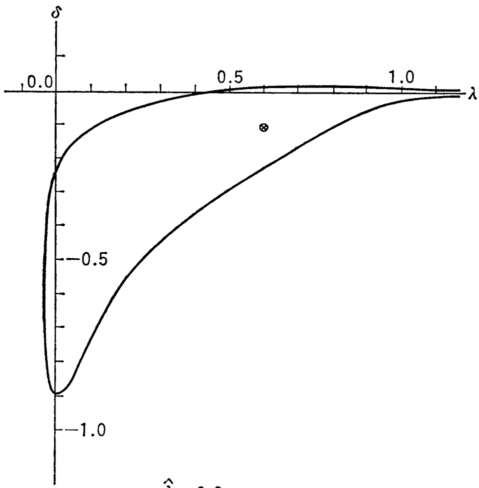
それぞれの国について、所与の (λ,δ) で $L_{\max}(\lambda,\delta)$ を計算する（ただし、λ、δ の値は、−1.5 から 1.5 まで 0.1 きざみで動かしている）[3]。数値計算から、$L_{\max}(\lambda,\delta)$ の関数は uni-modal であるように思われる。この時、$L_{\max}(\lambda,\delta)$ の最大値を示す λ、δ の値（即ち、$\hat{\lambda}$、$\hat{\delta}$）、

九五%信頼区間の軌跡は、図1から図3で示される。

図1から、アメリカの場合、$(\lambda,\delta)=(0,0)$は九五%の信頼区間に含まれていないので、相対価格は不適当であることがわかる。しかし、$(\lambda,\delta)=(1.0,0)$が九五%の信頼区間に含まれているということは、輸入需要関数は線型で、輸入価格と国内価格の差を変数として使用したほうが妥当であることを示している。(4) この関数形を利用して再度輸入需要関数を推定すると、表2のようになった。表2から、価格変数の係数の符号が改善され、F-値も増大する。しかし、ダービン・ワトソン比はまだよくない。

図 1

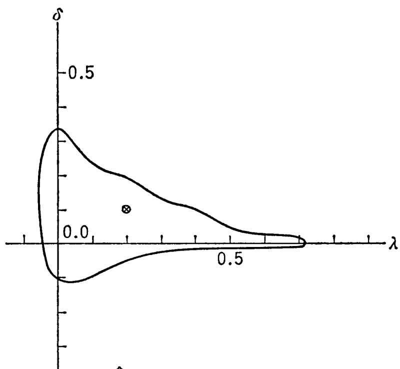
the contour of 95% confidence region and the values of $\hat{\lambda}$, $\hat{\delta}$ and $L_{\max}(\hat{\lambda}, \hat{\delta})$ in the United States.



$\hat{\lambda}=0.6$
$\hat{\delta}=-0.1$
$L_{\max}(\hat{\lambda},\hat{\delta})=24.00$

図 2

the contour of 95% confidence region aod the values of $\hat{\lambda}$, $\hat{\delta}$ and $L_{\max}(\hat{\lambda}, \hat{\delta})$ in Canada.



$\hat{\lambda}=0.2$
$\hat{\delta}=0.1$
$L_{\max}(\hat{\lambda},\hat{\delta})=61.14$

図 3
the contour of 95% confidence region and the values of $\hat{\lambda}$, $\hat{\delta}$ and $L_{max}(\hat{\lambda}, \hat{\delta})$ in Japan

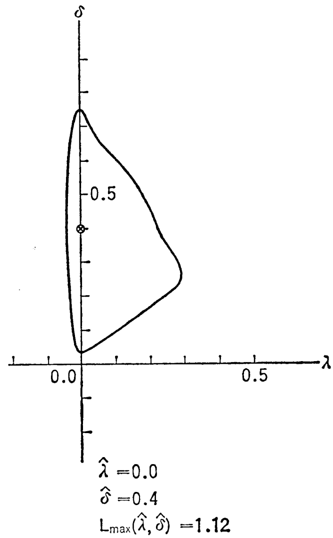


図2から、カナダの場合、$(\lambda, \delta)=(0, 0)$ は九五%信頼区間に含まれることがわかる。このことは、相対価格で対数線型が妥当することを意味し、Khan and Ross (1976) の結論と唯一同じである。相対価格と対数線型を使って再度推定した結果を表2でみると、ダービン・ワトソン比がわずかに改善し、F-値も増大することがわかる。

図3から、日本の場合対数線型は強く支持されるが、相対価格は不適当である。λとδの最大値はそれぞれ0.0, 0.4 であるから、$(\lambda, \delta)=(0.0,\ 0.4)$ で再度推定を行ってみた。その結果、表2から、t-値は増大するが、ダービン・ワトソン比は改善しない。ところで、この推定された回帰係数の値は、表1でえられた対数線型のそれとほとんど同じであることがわかる。したがって、我々の目的が線型と対数線型のどちらが妥当であるかという選択の場合には、対数線型で separate の価格変数が、より適当であると考えるべきである。

以上みてきたように、三国の結果はそれぞれ違っている。アメリカの場合は、輸入価格と国内価格の差を説明変数に使った対数線型が好ましく、カナダでは、伝統的な相対価格をもつ対数線型が妥当し、日本では、二つの価格を separate に使った対数線型がベターである。したがって、全輸入に占める原材料や鉱物石油のシェアが大きければ大きいほど、aggregate された輸入需要関数の相対価格はますます不適当になるという興味深い結論が導びかれる。

4　今後の課題

以上の分析と結果で問題なのは、ダービン・ワトソン比があまりよくないということである。このことは、自己相関の問題も同時に論ずる必要性を示している。もし我々が、関数形と相対価格のパラメータ制約の同時検定に加えて自己相関を検定したいなら、三つのパラメータ、即ち、λ、δ、ρ[5]の同時検定を行わなければならない。我々の分析と Savin and White (1978) の分析を結びつければこのことは可能である。しかし問題が三次元になるために計算が複雑化するので、我々はとりあげなかったが、今後の課題として重要である。

たしかに、我々の分析は輸入需要関数の同時検定問題の第一歩であるが、同時特定化の重要性を明らかにすることができたと思う。したがって、分析の便宜という観点だけで、対数線型と相対価格を任意に使うことは非常に危険であることが理解されたであろう。

（1）詳しくは、Zarembka(1974) を参照。また、Zarembka(1968) は、貨幣需要関数の特定化を論じている。
（2）Mutti(1977) は、disaggregate のレベルで同じ検定を行っている。

（3） より厳密な結果が必要なところでは、0.01 きざみで計算した。

（4） 図1から$(\lambda, \delta)=(0.0,\ -0.6)$も九五%の信頼区間に含まれていることがわかる。したがってこの場合、$\delta=-0.6$ の制約で対数線型をとったほうが適当のように思われるが、経済的意味が明らかでないから採用しなかった。

（5） ρ は次式を消す自己相関のパラメータである。

$$\varepsilon_t=\rho\varepsilon_{t-1}+e_t;\ |\rho|<1,\ e_t\sim N(0,\ \sigma^2)$$

文献

Box, G.E.P. and D.R. Cox, 1964, "An analysis of transformations," *Journal of the Royal Statistical Soceity, Series*, B, 26, 211-243.

Khan, M.S. and K.Z. Ross, 1977, "The functional form of the aggregate import demand equation," *Journal of International Economics* 7, 149-160.

Murray, T. and P.J. Ginman, 1976, "An empirical examination of the traditional aggregate import demand model," *The Review of Economics and Statistics* 58, 75-80.

Mutti, J., 1977, "The specification of demand equations for imports and domestic substitutes," *Southern Economic Journal* 44, 68-73.

Savin, N.E. and K.J. White, 1978, "Estimation and testing for functional form and autocorrelation," *Journal of Econometrics* 8, 1-12.

Zarembka, P., 1968, "Functional form in the demand for money," *Journal of the American Statistical Association* 63, 502-511.

Zarembka, P., 1974, Transformation of variables in econometrics, in: P. Zarembka, ed., Frontiers in econometrics (Academic Press, New York) 81-104.

Appendix: Data sources

The data used in this paper are seasonally adjusted quarterly observations from 1965 to 1977.

Imports: Billions of local currency units. Measured c.i.f. *IMF International Financial Statistics*, various issues.

Import prices: Index in local currency terms, 1970=100.0. *IMF International Financial Statistics*, various issues.

Domestic price level: Wholesale price index in local currency terms, 1970=100.0. Included imported goods in all cases. *IMF International Financial Statistics*, various issues.

Nominal Incomes: Billions of local currency units. *IMF International Financial Statistics*, various issues.

Real Incomes: Nominal incomes deflated by the GNP deflator as obtained from *O.E.C.D. Main Economic Indicators*, various issues.

Figures cited in Introduction are obtained from *U.N. Year book of International Statistics*, 1976.