

# 景気循環の形態に関する比較動学的分析\*

北野正一

- I 問題
- II モデル
- III 景気循環の運動
- IV 比較動学的検討
- V まとめ

## I 問題

本稿の目的は、景気循環に関する完結したモデルを作成することによって、景気循環の形態に作用する構造・行動様式にかかわる諸要因を抽出し、それらが景気循環運動の諸形態に及ぼす効果を検討することにある。

景気循環の形態変化について、マルクス経済学においては、競争的資本主義における景気循環様式が独占の成立、国家の経済介入などの構造変化に伴っていかに変容するか、という見地から分析されている。しかし、い

(\* ) 本稿は一九七七年度理論計量経済学会全国大会における報告を基礎にしている。報告に先だって神戸大学置塩信雄先生から指導を頂きました。又、同大会では東京都立大学鴨田助教授よりモデルの現実化に関するコメントを戴きました。ここに記して深謝致します。なお残る誤りの責は筆者のものです。

ゆる競争論次元における景気循環の運動メカニズムが競争的資本主義についても十分に解明されたといふ難い状況を反映して、独占段階におけるその変容論も十分な成果を上げるに到っていないように思われる(高須賀編(1))。他方、近代経済学サイドからの景気循環モデルとしては、Goodwin〔2〕を始め、Hicks-Samuelson 型〔3〕、〔4〕、Kaldor-安井型〔5〕、〔6〕、Harrod-置塩型〔7〕、〔8〕などが代表的なものとして挙げられよう。我々はこれらの中から、資本主義を正の純貯蓄を伴った動態的性格をもつものとし、その動態の一つの形態として景気循環を位置づけ、循環的変動の主導因を資本家の投資行動に求めており、更に既存資本ストックの稼働率を投資行動の基準と位置付けているHarrod-置塩型の景気循環論が最も現実説明的と考えて、それに基づいて景気変容論に接近する。

以下で述べる我々の景気循環モデルの特徴は次の点にある。

①景気循環の完結したモデルを作成するために、好況過程の上方制約条件として完全雇用を、不況過程の下方制約条件として景気局面と独立的な資本家の消費(基礎消費)を考える。<sup>(註)</sup>

②景気循環の形態の変化を、それを構成する構造・行動様式を示す要因(パラメーター)の差異による効果として分析(比較動学的分析)するために、完結した景気循環モデルが定常的である場合を主な対象とする。非定常的な場合はⅣの七で扱う。そのために、Ⅳの七以外では労働供給増加率 $n$ と資本家の基礎消費の増加率 $m$ とが等しいと仮定する。

③Harrod-置塩型の投資函数を活かしつつ比較動学的分析を行うために、投資函数に比して副次的と考えられる景気循環過程における実質賃金率、貯蓄率、労働生産性、設備の廃棄率などの変化は捨象する。

④Harrod-置塩型投資函数と景気循環の上方・下方の制約との関係について。上方への不均衡累積過程が労働供給の壁に制約されれば、Harrod-置塩型投資函数は貫徹され得ず、投資額は制約条件に許容される額に制約される、という「弱気」の投資態度を考える。ここで「弱気」という趣旨は完全雇用の制約にもかかわらずHarrod-置塩型投資函数を貫徹しようとする資本家の態度は現実的にも十分考えられるからである（この場合の分析については置塩（11）、北野（10）を参考の事）。逆に下方過程の場合には、景気の底を資本家の基礎消費によって支持されると仮定したので、稼働率基準のHarrod-置塩型投資函数が貫かれる、という「強気」の投資態度を考える。ここで「強気」という趣旨は、現実には景気の下方不均衡累積過程は種々の契機によって、とりわけ倒産を強制されかねない資本家層からの新技術を体化した新投資の集中的導入によって、本稿で考えているような粗投資 $\equiv$ 零という深い底へ落込む以前に反転し、投資函数の切替えが発生する事例がまみられたからである。

最後に本稿で扱う問題の限定について。第一に「比較動学」的分析であって、例えば景気循環過程における貯蓄率の変化の効果を扱うのではない。一般的に構造変化は幾つかの景気循環を通じて、たとえば一九世紀末の大不況期を通じて生じると考えられる。ここでの「比較動学」的分析とは、この構造変化が集中的に生じている移行期を扱うのでなく、いわば競争段階と独占段階という相対的に安定した構造を保っている状態における景気循環の比較を意味する。第二に、ここでは景気循環を構成する各要因の個別的な景気循環の形態への効果を扱うだけである。たとえば独占の成立によって独占価格が設定され（供給態度の変化、我々のモデルでは貯蓄率 $s$ の変化）、それに伴って設備の廃棄態度（ $\lambda$ ）や投資態度（投資函数型、標準操業度 $\delta^*$ 、稼働率による投資への反応係数 $\beta$ ）などに一連の影響を及ぼすであろう。ここではこうした構造変化とパラメーターの変化との関係、パラメーターの相互

関係、これらの複合作用の影響などは扱わない。

注 完結した景気循環モデル作成の試みとして三野(9)、北野(10)参照。

## II モデル

Harrod-置塩型投資函数を活かしたできるだけ簡単な景気循環モデルを考えよう。まず経済全体での需給一致条件として

$$y = c + I \quad (1)$$

ここで $y$ は総供給、 $c$ は消費、 $I$ は粗投資である。労働者の貯蓄を無視し、資本家は基礎消費支出 $c_k$ を景気と独立に毎期 $m$ の増加率で増加させると仮定すれば

$$C = RN + c_k \quad \dot{c}_k \equiv c_k/c_k = m \quad (2)$$

である。<sup>(註1)</sup>ここで $N$ は雇用量であり、 $R$ は実質賃金率で一定とする。 $R$ が一定とは景気循環局面における、賃金価格関係の変化を無視することを意味する。次に生産技術の条件として

$$N = \ell y \quad (3)$$

$$y = \delta \sigma K \quad \ell, \sigma = \text{一定} \quad (4)$$

とする。 $\ell$ は労働生産性の逆数であり一定とすれば、 $R \parallel$ 一定の仮定より、このモデルでは労働分配率を一定と仮定したことになる。 $\sigma$ は資本係数の逆数(産出係数)、 $\delta$ は資本ストック $K$ の稼動率である。資本ストックの変化については

景気循環の形態に関する比較動学的分析(北野)

$$K = I - \lambda K \quad \lambda = \text{一定} \quad (5)$$

が成立する。 $\lambda$ は設備の廃棄率でありこれも一定とする。労働供給量 $N_s$ は一定率 $n$ で増加するとしよう。すなわち

$$\dot{N}_s = n \quad n = \text{一定} \quad (6)$$

最後に投資函数であるが、まず実現する蓄積率を $\beta \equiv I/K$ とする。資本家の意図する(望ましい)投資態度としてHarrod-置塩型投資函数を考えれば、資本家の意図した蓄積率を $\beta^*$ とすると

$$\dot{g}_d = \beta(\delta - \delta^*) \quad \beta > 0 \quad (7)$$

となる。 $\delta^*$ は正常稼働率で一定とする。次に完全雇用によって制約された蓄積率 $g_s$ について検討しよう。経済が完全雇用に到達した状態を考えれば、(3)、(4)より

$$N_s = N = \delta \sigma K \quad (8)$$

となり、労働供給の制約 $N_s$ により $\delta$ が決定されることになる。(1)、(2)より

$$(1 - R\theta)y = c_K + I$$

$$\sigma \delta = c_K / K + g \quad s \equiv 1 - R\theta = \text{一定} \quad (9)$$

であるが、完全雇用の場合(9)の $\delta$ は(8)によって先決されているから、(9)は $g$ の決定式となる。<sup>(註2)</sup>すなわち

$$g_s = \sigma \delta - c_K / K \quad (10)$$

である。完全雇用に到ればそれによって制約された投資量 $g_s$ に甘んじて、要求投資態度(7)を放棄するという天井に関して弱気の資本家を想定していることになる。

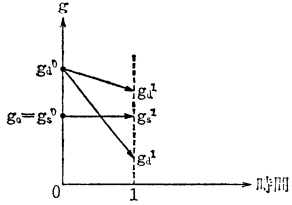


図1 完全雇用と不完全雇用とにおける投資の切替え

ここで完全雇用と不完全雇用とにおける投資函数の切替えの問題を検討しておく。経済的意味をみやすくするために定差系で考え、現0時点で完全雇用であり、 $g_0^0 = g_0^1 < g_d^0$  となっているとしよう。そこで $r_0$ に関して、 $g_d^1 < g_1^1$  であれば完全雇用には制約される状態が持続し、 $g_1^1 = g_1^0$  となるが、逆ならば望ましい蓄積率は雇用の制約から解放されるのであるから、 $g_1^1 = g_1^0$  に切替ることになる。これを微分系に変換すれば完全雇用状態において

$$\dot{g}_d \geq \dot{g}_s \Rightarrow g = \begin{cases} g_s^* \\ g_d^* \end{cases}$$

となる。以上より投資函数を整理すれば、次のようになる。

$N < N_s$  の時

$$g_d \geq 0 \rightarrow g = g_d$$

$$g_d < 0 \rightarrow g = 0$$

$N = N_s$  の時

$$\dot{g}_d \geq \dot{g}_s \rightarrow g = g_s$$

以上で体系は完結したので整理しよう。(9)を微分して(5)を考慮すれば

$$\text{sof} = (\text{sof} - g)(g^* - g) + \dot{g} \quad g^* \equiv m + \lambda \quad (12)$$

となる。完全雇用でなく粗投資  $\parallel 0$  でもない状態を $S_1$ とすれば、 $S_1$ は(7)と(12)よりなる $g$ と $\dot{g}$ との体系となるが、

計算の便宜上

$$x \equiv c_k/K = s\sigma\delta - g \quad \text{or} \quad \delta = \frac{x+g}{s\sigma} \tag{13}$$

と変数変換すれば、

$$S_1 \begin{cases} \dot{x} = (\beta_* - g)x & x \equiv c_k/K \\ \dot{g} = \frac{\beta}{s\sigma}(x + g - s\sigma\delta_*) \end{cases} \tag{14}$$

$$S_1 \begin{cases} \dot{g} = \frac{\beta}{s\sigma}(x + g - s\sigma\delta_*) \\ \text{但し, } g \geq 0, N < N_s \end{cases} \tag{15}$$

となる。次に完全雇用によって投資が制約される場合 ( $g = g_s$ ) を  $S_2$  とすれば、(3)、(4)、(10)より

$$S_2 \begin{cases} N_s = N = \theta\sigma\delta K \\ \dot{g} = s\sigma\delta - x \end{cases} \tag{16}$$

$$S_2 \begin{cases} \dot{g} = s\sigma\delta - x \\ \text{但し } \dot{g}_d > g_s \end{cases} \tag{17}$$

となる。最後に粗投資 = 零となる景気の底を  $S_3$  とすれば

$$S_3 \begin{cases} g = 0 \\ \dot{g} = s\sigma\delta - x \end{cases} \tag{18}$$

$$S_3 \begin{cases} \dot{g} = s\sigma\delta - x \\ \text{但し } g_d < 0 \end{cases} \tag{19}$$

である。

猶、後の議論の関係で、景気循環論における中心的な要因の一つである稼動率  $\delta$  を明示的に含んだ体系も検討しておく。その際、計算の便宜上変数を均衡点からの乖離巾で示しておく。すなわち

$$y \equiv g - g^*$$

$$z \equiv \delta - \delta^*$$

(20)

とおけば、 $S_1$  は

$$\begin{cases} y = \beta z \end{cases}$$

(21)

$$S_1' \begin{cases} s\delta z = y(y - s\delta z - B) + \beta z \end{cases}$$

$$B \equiv s\delta\delta^* - g^*$$

(22)

$$\begin{cases} \text{III} \quad y \geq -g^*, \quad N < N_s \end{cases}$$

となる。 $S_2$ 、 $S_3$  も同様である。

(注1)  $s_k$  の経済的意味付けとしては、景気と独立的な国家支出とみなすこともできよう。

(注2) 以下では便宜上  $s$  を貯蓄率と呼ぶが正確には貯蓄率とは  $s + c_k/y$  である。

### III 景気循環の運動

ここでII節で検討した  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  によって決まる景気循環の運動の仕方を分析する。その際本節以後では定常的な景気循環経路を分析対象とするために、

$$c_k \equiv m = n$$

(23)

を仮定する ( $m$ 、 $n$  の場合は  $N$  の  $\gamma$  で扱う)。

1) まず  $S_1$  における運動を検討しよう。 $S_1$  の均衡点は  $y = z = 0$  とおけば、(13)~(15)より

$$g = g^*, \quad x^* = s\delta\delta^* - g^*, \quad \delta = \delta^*$$

(24)

景気循環の形態に関する比較動学的分析(北野)



となるが、ここで均衡状態の存在を想定するため

$$s\sigma\delta_* > g_* = n + \lambda$$

(2)

を仮定すれば(そうでない場合はⅢの1)で扱う)、 $x$ 、 $g$ に関する正の均衡値が唯一つ存在する。まずこの均衡点の

安定性を検討しよう。

$$X \equiv x - x_*, \quad G \equiv g - g_*$$

とおけば

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{G} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -x_* \\ \beta/s\sigma & \beta/s\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -XG \\ 0 \end{bmatrix}$$

(2)

と二次元非線型微分方程式系となるので次の定理(占部(12)、定理3・5、42ページ)を用いる。(2)の二次項を $F(x)$ とすれば

1°  $F(x)$  は連続である。然り。

2°  $F(0) = 0$ 。然り。

3°  $|x_i| \leq \delta$  とすれば

$$|F(x_1) - F(x_2)| = |X_1 G_1 - X_2 G_2|$$

$$\leq |X_1| |G_1 - G_2| + |G_2| |X_1 - X_2|$$

$$\leq \delta |x_1 - x_2|$$

ゆえに  $\delta = \varepsilon$  とすれば、然り。

$F(x)$  は条件 1°、3° を満足するので (22) の一次項から特性根を求めると

$$\begin{aligned} \varphi(\rho) &= \frac{\rho}{-\beta/s\rho} \frac{x^*}{\rho - \rho/s\rho} \\ &= \rho^2 - \frac{\beta}{s\sigma} \rho + x^* \frac{\beta}{s\sigma} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{27}$$

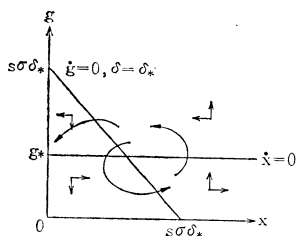


図2  $S_1$  の位相図

となり、特性根の実部は共に正となるから  $S_1$  の均衡点はその均傍において不安定となる。 $S_1$  の位相図を図2で示す。

2) 次に完全雇用経路  $S_2$  の運動を検討しよう。(13)、(16)、(17)より

$$x \equiv c_K / K = \rho_0^c \frac{K_0}{N_s^0} \delta \tag{28}$$

つまり

$$g = s\sigma\delta - x$$

$$= \left( \frac{s}{\rho c_{K0}/N_s^0 - 1} - 1 \right) x = Ax \quad A = \frac{s}{\rho c_{K0}/N_s^0 - 1} > 0 \tag{29}$$

となり、 $S_2$  において  $x$  と  $g$  とは直線 (29) 上を運動する。まず直線 (29) と均衡点との位置関係を見る。均衡点においては雇用面からの制約を受けない(すなわち失業者が存在する)と仮定すれば、 $N_s < N = \rho_0^c K^*$  だから

$$s\sigma\delta^* = \frac{c_K}{K} + \delta^* > \frac{\rho_0^c c_K}{N_s} + \delta^*$$

となる。そこで直線 (29) の傾きを  $A$  と  $g^*/x^*$  とを比入れれば

景気循環の形態に関する比較動学的分析(北野)

$$\left[ \frac{s}{\rho c_{k0}/N_s^0 - 1} - \frac{g^*}{x^*} = \frac{s}{\rho c_{k0}/N_s^0} - \frac{s \sigma \delta^*}{s \sigma \delta^* - g^*} \right. \\ \left. \sim s \sigma \delta^* - g^* - \rho \sigma \delta^* c_{k0}/N_s^0 > 0 \right. \quad (28)$$

となるので、完全雇用経路(29)は均衡点の左側を通る原点からの直線となる(図3参照)。

更に(13)、(16)、(29)より

$$\hat{\delta} = \hat{g} = \hat{x} = g^* - g \quad (31)$$

となるから、 $g < g^*$ の時 $g$ は直接(29)上を $g^*$ へ収束する。その時は(17)より $\delta^*$ より小さな値へ収束する。

そこで $s_2$ から $s_1$ への切替えを検討する。(11)より

$$f(g) = g_A - g_S \quad (32)$$

とおけば、完全雇用経路上で $f=0$ とさせる $g=g$ が切替点である。(15)、(29)、(31)

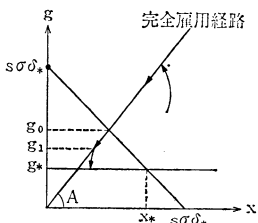


図3 完全雇用経路  $S_2$  の運動

より

$$f(g) = \frac{\beta}{s \sigma} \left( \frac{1}{A} g + g - s \sigma \delta^* \right) - (g^* - g) \quad (33)$$

となる。(33)を考慮すれば

$$f(g^*) \sim \frac{1}{A} + 1 - s \sigma \delta^* < 0$$

である。完全雇用経路と $g = \delta^*$ の直線( $x + g = s \sigma \delta^*$ )との交点の $g$ 座標を $g_0$ とすれば、

$$f(g_0) = 0 - g_S = -g(g^* - g_0) > 0$$

	$g_1$
$g^*$	+
$\beta$	+
$\delta^*$	+
$s$	+

表1  $g_1$  とパラメーターとの関係

$$\therefore g_0 > g_1 > g^*$$

(34)

であることが分かる(図3参照)。ここでパラメーターが  $g_1$  に及ぼす効果を検討しておく。(32)より

$$f(g_1; g^*, \beta, \delta^*, s) = 0$$

とおけば

$$f_{g_1} dg_1 + f_{g^*} dg^* + f_{\beta} d\beta + f_{\delta^*} d\delta^* + f_s ds = 0$$

となる。 $A$  も  $s$  の函数である点に留意すれば簡単な計算より表1の結果を得る。

(32)の正根は  $g_1$  のみであるから、 $0 < g_1 < g_1$  の  $g$  に対して  $f(g) > 0$  となり、 $g_1$  で  $S_1$  へ切替れば  $S_2$  に再び戻ることはない。又、 $S_1$  で運動している際に  $g > g_1$  において直線(2)に交われば(完全雇用に到れば)、 $f(g) < 0$  であるから  $S_2$  に切替る。

3) 景気の底  $S_3$  における運動は、 $g = 0$  と(19)より

$$\dot{x} = \delta = g^*$$

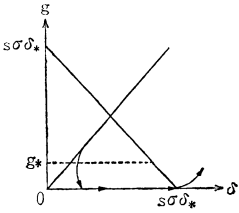
(35)

であるから、資本家の基礎消費の増加と設備の廃棄とによって稼働率は上昇する。

底における失業率  $u$  は、(18)、(19)を考慮すれば

$$\begin{aligned} u &\equiv N_s - N / N_s = 1 - \delta \sigma K / N_s \\ &= 1 - \frac{\delta \sigma K / s}{N_s} = \text{一定} \end{aligned} \quad (36)$$

図4 景気の底  $S_3$  の運動



となる。底では投資需要は零であるので総需要は資本家の基礎消費とそれによって誘

発された労働者の消費需要との和として  $s_1 \sim s_3$  となり、仮定により  $c_x$  は  $N_s$  と同率で増加するから失業率は常に一定となるのである。最後に体系  $S_3$  が  $S_1$  に切替るのは、(15) より  $s_1 \parallel s_3^*$  すなわち  $0 \parallel 0^*$  となった時である。

4) 稼働率  $\delta$  の体系  $S_2$  における運動

我々のモデルでは稼働率  $\delta$  は投資態度の基準となり、更に仮定(2)、(3)より労働分配率  $\mu$  は一定となるから、利潤率  $r$  は

$$r = (y - RN)/K = (1 - \mu)\sigma\delta \quad \mu \equiv RN/y \quad (37)$$

となり、稼働率の運動は利潤率の動向をも示しているのである。そこでこれまでの議論をふまえて  $S_1'$ 、 $S_2'$ 、 $S_3'$  を整理すれば

$$y \equiv g - g^*, \quad z \equiv \delta - \delta^* \quad (38)$$

$$S_1' \begin{cases} y = \beta z \\ \sigma\delta z = y(y - \sigma z - B) + \beta z \end{cases} \quad B = \sigma\delta^* - g^* > 0 \quad (40)$$

$$y = Az + C \quad C \equiv A\delta^* - g^* > 0, \quad A \equiv \frac{s}{\rho c_K / N_s} - 1 > 0 \quad (41)$$

$$S_2' \begin{cases} z = (z + \delta^*)(-y) \\ y = -y(y + g^*) \end{cases} \quad (42)$$

$$y = -g^* \quad (43)$$

$$z = g^*(z + \delta^*) \quad (44)$$

$$S_3' \begin{cases} y = -g^* \\ z = g^*(z + \delta^*) \end{cases} \quad (45)$$

となる。無論、安定性、制約、切替などの体系の基本的特徴は  $S_1 \sim S_3$  と同じであるからここでは省略する。

$S_1'$ 、 $S_3'$ の位相図を検討しよう。

$$y=0 \rightarrow z=0$$

$$z=0 \rightarrow y(y-\sigma z-B) + \beta z=0$$

$$\text{ie. } z = y(c-y)/\beta - y\sigma$$

(46)

(47)

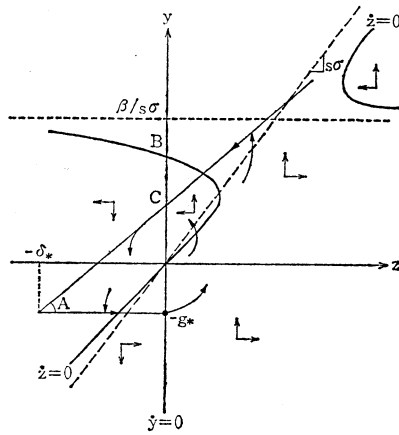


図5  $y-z$  体系,  $\beta/\sigma > B$  の場合

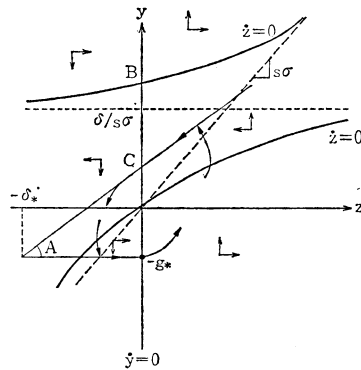


図6  $y-z$  体系,  $\beta/\sigma < B$  の場合

これを図示すれば  $\beta/\sigma$  に応じて図5と図6のケースが生じる。 $S_1'$ の位相図と $S_3'$ 、 $S_2'$ との位置関係、運動経路は図のようである。

5) 全体的運動経路

以上の $S_1'$ 、 $S_2'$ 、 $S_3'$ によ

って構成される運動の状態

様を検討する。まず $S_1'$ 、 $S_2'$ 、 $S_3'$ を共に含む場合を図示したのが図7である。均衡点( $x^*$ 、 $z^*$ )は不安定であり、やがて天井 $S_2'$ か底 $S_3'$ かに突入する。すると以後は図示した外周上を景気循環の4局面に対応しつつ運動することになる。

無論運動経路が常に $S_1'$ 、 $S_2'$ 、 $S_3'$ を共に含む訳ではなく、たとえば $S_1'$ 、 $S_2'$ だけで完全雇用到達しないケース

景気循環の形態に関する比較動学的分析(北野)

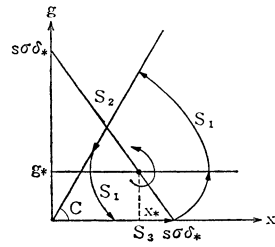


図7 典型的運動経路

は、上方発散性が弱く、下方発散性が強く、天井が高い（ $c$ が大）ようなパラメータの組合わせの場合に生じ得る。底をもたない $S_1$ 、 $S_2$ のケースはその逆の場合であり、両者の中間点に $S_1$ だけの limit cycle を描く場合も存在しうる。

（注1）  $so_0 \searrow g$  の場合、この仮定は初期値  $c_{k0}/N_0$  を適当に取れることを意味し、 $c_{k1}$  を景気の底を保障するために導入した点からして経済的意味上の問題は生じない。

#### IV 比較動学的検討

本節ではこれまで検討してきた景気循環の運動形態が、運動を規定するパラメーターである労働供給増加率  $n$ 、設備廃棄率  $\lambda$ 、「貯蓄」率  $s$ 、投資の反応係数  $\beta$ 、産出係数  $\sigma$ 、標準操業度  $\delta^*$ 、資本家の基礎消費の増加率  $m$  などの差異によってどのような変化をこうむるかを検討する。

##### 1) 均衡状態からの発散性

既に見たように我々のモデルの均衡状態は不安定であるが、不安定性の程度すなわち均衡状態からの発散度は  $S_1$  の特性方程式 (8) の実部の最大正根  $\rho_1$  の大きさに依存して決まる。(8) より  $\rho_1$  を求めると

$$\rho_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta}{s\sigma} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{s\sigma}\right)^2 - \frac{4x^*\beta}{s\sigma}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta}{s\sigma} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{s\sigma}\right)^2 - 4\beta \left(\frac{\delta^* - g^*}{s\sigma}\right)} \right] \quad (18)$$

となる。 $\rho_1$ の実部とパラメーターとの関係は表2で示す。この結果の経済的意味を検討する。(7)より

$$\Delta \hat{g} / \Delta \beta = \beta \quad (19)$$

表2

	Real( $\rho_1$ )	$x_*$
$s$	-	+
$\sigma$	-	+
$\beta$	+	-
$x_*$	-	+
$\delta^*$		+
$g^*$		-

均衡状態からの発散度

であるから、 $\beta$ が大きい程、稼働率の変化に対する蓄積率増加巾が増加するので発散度は強まる。(9)より

$$\Delta \hat{\sigma} / \Delta g = 1/s\sigma \quad (20)$$

であるから、 $s$ 、 $\sigma$ が大きい程「投資乗数」が小さくなり、発散度は弱まる。次に $x_*$ の発散度への効果を考えよう。極端に $x_*$ を零とすれば、 $S_1$ は

$$\begin{cases} s\sigma z = y \\ y = \beta z \end{cases} \quad (21)$$

$$\text{ie. } y/y = \beta/s\sigma = \rho_1$$

となり、発散度は既に検討済の $\beta$ 、 $s$ 、 $\sigma$ に規定される。 $x_t$ が零から増加すれば発散度は減少し(Real  $\rho_1$ の減少)、安定化作用が強まる。とはいえ不安定性自体を打消す訳ではないが、こうなる経済的理由は、 $x_*$ を示す資本家の基礎消費 $c_R$ は仮定より独立需要であり、体系の不均衡化要因である蓄積需要が総需要に及ぼす作用をいけば減殺させて総需要の変動巾を縮小させるのである。 $x_*$ 自体は(24)より $s$ 、 $\sigma$ 、 $\delta^*$ 、 $g^*$ によって規定され、例えば $g^*$ がヨリ大きいと総需要の中で不安定的要因としての蓄積需要の比重が高まり、安定化要因としての資本家消費の比重



が低下するので発散度は強まるのである。

2) 労働増加率  $n$  と設備廃棄率  $\lambda$ 、ie.  $g^*$  の効果。

$g^*$  が循環運動の形態に及ぼす作用を検討するために、まず極端な場合から始めよう。

①  $g^* \geq s\delta^*$

我々はこれまで均衡状態 (Harrod の保証成長経路: Harrod (7)、北野(13)) の安定性を検討するために(2)を仮定してきたが、 $g^* \geq s\delta^*$  の場合には均衡点が存在せず、Harrod (7) では  $G_n \geq G_w$  のケースに該当することになる。(註1)

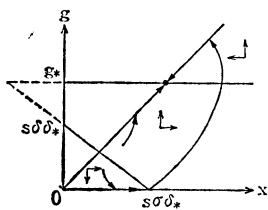


図8  $g^* > s\delta^*$  の場合

この場合を図示した図8から分るように、この場合には任意の初期値から出発してもやがて必ず完全雇用状態に到り、以後  $g^*$  に収束してしまう。というのは、 $g = g^*$  においては  $\Delta g_t > 0$  であるから  $g_t < 0$ 、他方  $g_t \rightarrow 0$  (上方から  $g^*$  に接近すれば  $0$ 、逆は逆) であり(3)の  $f(g^*) > 0$  となるのである。この経済的意味は、 $g^* \geq s\delta^*$  だから  $g$  が  $g^*$  に接近すれば財市場では必ず超過需要となり、過度稼働  $\Delta g_t > 0$  とならざるを得ないのであるが、意図した蓄積率  $g_d$  が完全雇用により制約されて満たされず完全雇用状態を持続させざるを得ないのである。

(注1) 我々のモデルでは基礎消費  $\alpha < 0$  を考え、(9)よりこれを  $s$  に含ませていないから、 $g^* \parallel s\delta^*$  の場合の  $G_n \geq G_w$  のケースに相当することになる。又、Harrod の  $G_n \geq G_w$  と我々のモデルを比較する場合注意すべき点は、Harrod の  $G_n$  とは労働供給条件に制約された下で潜在的に達成可能な最大成長率であるのに対し、Harrod の  $G_w$  は需給条件や設備の稼働率によって規定された成長率であるという点である。我々のモデルでの  $g^*$  は第一義的には(2)より  $\alpha + n$  であり Harrod の  $G_w$  に対応する。体系を定常化させるため  $\alpha = n$  を仮定する結果  $g^*$  が  $G_w$  にも対応することになる。

のである。

結論的には、 $g_*$ が $so\delta_*$ に比して相対的に高い(② $\sqrt{so\delta_*}$ )場合には、均衡状態は存在せず、任意の初期値から出発しても必ず完全雇用に突入し、慢性的な超過需要状態が継続される。

②  $g_* \geq n+1=0$

今度は逆の極端な場合で労働供給一定、設備の廃棄はないという場合である。その際、仮定より $\bar{z} \equiv \bar{z} \equiv 0$ 、すな

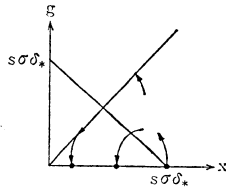


図9  $g_* = 0$  の場合

わち資本家の基礎消費も一定となる。この場合の運動は図9で示す。均衡点( $so\delta_*$ )は不安定であり、任意の初期値から出発しても体系はやがて必ず粗投資 $\equiv$ 零の景気の底に突入し、突入した点で停止してしまう。そこでは一定額の資本家の基礎消費を最終需要とする単純再生産、すなわち「強いられた単純再生産」(置塩(14)第3章)に落ち込み、設備の廃棄や磨損を無視しているから新投資 $\equiv$ 零のまま停止する。

③  $0 < g_* < so\delta_*$

$g_*$ が十分高い①のケースでは慢性的好況となり、 $g_*$ が零の場合には慢性的停滞となった。ここでは $g_*$ が両者の中間の範囲内にあり、そこでより高い場合の効果を検討する。

まず $\bar{z} \equiv \bar{z}$ 平面上の点( $\bar{y}, \bar{g}$ )における運動ベクトル $\bar{v}(\bar{y}, \bar{g})$ に及ぼす $g_*$ の効果は、(14)、(15)を考慮すれば図10のようになる。 $g_*$ がより高ければ均衡点と $\bar{z} \equiv 0$ の直線 $g = g_*$ が上方へシフトする。 $\bar{v}$ の運動について、 $\bar{z} \equiv 0$ の場合増加速度は加速

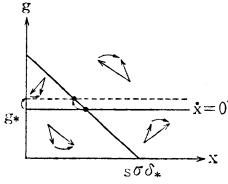


図10 運動ベクトル $\bar{v}$ への $g_*$ の効果

景気循環の形態に関する比較動学的分析(北野)

され、 $\Delta$  の場合は減少速度が小さくなる。すなわち(13)より稼働率に増加傾向をもたせるのである。これは各点において基礎消費 $c_x$ の増加率が高まる（ $n$ の増加の場合）、あるいは投資の廃棄率 $\lambda$ が高まることに帰因している。

次に、 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ によって構成される典型的な運動経路（図8参照）に及ぼす $g^*$ の効果を検討しよう。図12において、 $S_3 \downarrow S_1 \downarrow S_2 \downarrow S_1 \downarrow S_3$ の各局面の切替点を $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ とする。

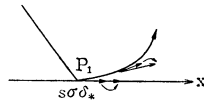


図11  $P_1$  近傍での  $g^*$  増加の効果

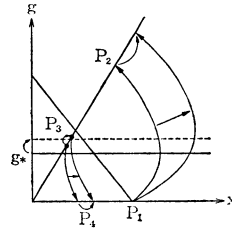


図12 増加の効果

(i)  $P_1 P_2$  まず  $P_1$  近傍での  $v$  について、 $g^*$  が大きい程 ( $P_1$ ) の運動速度は  $x$  軸方向で増加する。 $S_1$  において  $P_1$  近傍の任意の点における  $v$  の運動方向は右側（外側）に出る（図11参照）。従って  $P_1$  の近傍において  $g^*$  が高い程運動経路は外側に出ざるを得ない（内側にあるとすれば  $\Delta$  の運動と矛盾をきたすし、同じ経路上だとすれば以後は外側になるから）。その

後仮に元の経路に戻ったとしても図11より再び外側へ出ざるを得ず、よって  $P_1 P_2$  の経路は図12のように元の経路の外側を通る。 $v$  の運動スピードについて  $g$  の同一値で比較すれば、外側経路の方が  $x$  従って  $\delta$  がより大きいので運動スピードは好況期全般に渡って早まる。ただ  $P_1 P_2$  の距離も長くなるので好況期の経過時間が短縮するかどうかは不明である。更に  $g^*$  が大きい程経路が外側を通るし、上方から下方への  $S_1$  内反転の領域は狭まり、完全雇用の天井へより衝突しやすくなる、すなわち発散性は強まる。

完全雇用到達点  $P_2$  は上方へ移動し、従ってその時の  $g$  はより高くなり、又(13)より  $P_2$  における稼働率も、 $P_1 P_2$  の好況過程における最高の稼働率水準も共により高くなる（両者が同一とはかぎらない）。

以上をまとめると、好況過程において  $g^*$  がより高い場合には、好況過程の発散性は強まり、自律反転しにくくなる。好況期における蓄積率の運動スピードは早まり、蓄積率、稼働率共に最高値は高まる。

(ii)  $P_2 P_3$   $g^*$  がより高ければ  $P_2$  もより高くなるが、表 1 より  $S_2$  から  $S_1$  への切替点  $P_3$  もより高くなる。従って  $P_2 P_3$  の経路が上方へシフトしたことになり、完全雇用状態において  $\omega_2$  が取る値の範囲はより大きくなる。

(iii)  $P_3 P_4 \cdot P_1 P_2$  と同じ論法によって図 13 に示すように、 $g^*$  がより高い場合  $P_3 P_4$  は右側にシフトし、従って下方過程における稼働率  $\delta$  の水準は底への到達点  $P_4$  と最低値をも含めてより高くなる。 $P_3 P_4$  の経過時間については、 $g^*$  がより高い方が、(ii) より  $g$  の各点について  $x$  はより大きくなり  $g$  の減少スピードは緩和され、加えて  $g$  の運動距離 ( $g$  軸でみて) は長くなるので経過時間は長くなる。すなわち  $g^*$  が高い程、浅い下方過程が緩慢に続く。以上まとめると、不況過程において、 $g^*$  が高い程不均衡の発散性は弱まり自律反転しやすくなる。稼働率は全般的に高まり最低稼働率は高まり、蓄積率の下落スピードは弱まり、その分だけ不況の経過期間は伸びる。

(iv)  $P_4 P_1$   $g^*$  が高い程  $P_4$  の  $x$  座標は大きくなるので景気循環全般における最低稼働率は高まり、 $P_4 P_1$  の距離は短縮され、更に (ii) より  $v$  の運動スピード ( $\omega_1$ 、 $\omega_2$ ) は早まる。すなわち、景気循環における最低稼働率は高まり、底における稼働率の回復スピードも強まり、底の経過時間は短縮する。

### 3) 貯蓄率 $s$ の効果

$g^*$  と  $so_0^*$  との大小関係からすれば  $s$  がより高いとは  $g^*$  がより低いことと同値であるから、 $s$  が十分小さく、1) の ①  $so_0^* \angle so_0^*$  となれば慢性的好況局面に入ることになる。ここでは  $so_0^* \angle g^*$  の場合における  $s$  の効果を検討しよう。

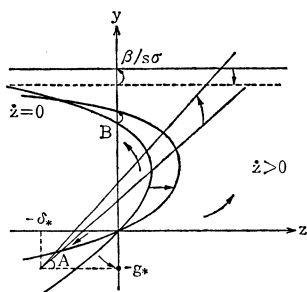


図13 貯蓄率上昇の効果  $\beta/s\sigma > B$  の場合

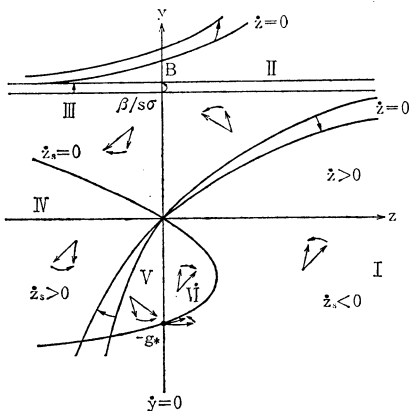


図14 貯蓄率上昇の効果  $\beta/s\sigma < B$  の場合

するかを示している。好況局面では、 $s$ が高い程、蓄積率が増加している好況途中から稼働率が低下する領域が広がる。不況局面では逆に蓄積率が低下しているのに稼働率が増加する領域が広がる。完全雇用経路は上方にシフトし、同一の稼働率水準の下で雇用制約を受けない蓄積率の水準は高まる。

図14では、 $\beta/s\sigma < B$  の場合に貯蓄率がより高ければりの運動方向がどう変化するかを示す。図中の  $z_s=0$  の曲線は、 $S_1$  の(40)式から

$$z_s = -\{y(y+g^*) + \beta z\}$$

(32)

$$\therefore z_s = 0 \rightarrow \beta z = -y(y+g^*)$$

(33)

$s$  の効果は  $g^*$  に比して複雑であり、 $S_1$  -  $S_3$  の  $y-g$  体系での分析は困難であるので、稼働率表示の均衡からの乖差体系である  $S_1$  -  $S_3$  の  $y-z$  体系で分析する。

まず  $s$  の運動ベクトル  $v$  への作用を検討する。図13では、 $\beta/s\sigma > B$  の場合に貯蓄率が増加すればりの運動領域がどう変化

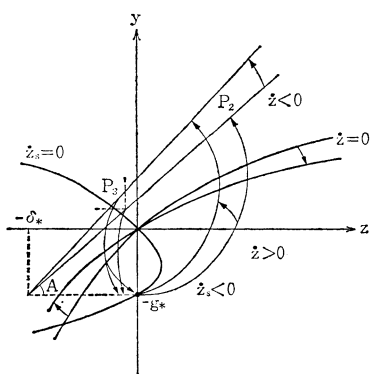


図15 貯蓄率増加の効果。β/σα < Bの場合

より求めることができる。図14よりsのrへの効果は複雑であるが、この原因は、既にIVの1)でみたように次の二つの作用が働らくからである。貯蓄率がより高ければ、第一に60より投資乗数がより小さく、蓄積率の変化が稼働率の変化に及ぼす作用を減少させる。第二にx\*の比重を高め、総需要の中で独立的に増加する需要部分の比重が高まる。この両作用の合成結果として図15における領域I~IVのようなzの運動方向への多様な効果が生じるのである。具体的には、領域I、IVでは、乗数効果の作用力が支配的であり、蓄積率の増加（減少）による稼働率の増加（減少）巾は縮小している。所が領域II、IIIでこの効果が逆転している理由は、蓄積率という不安定項よりも基礎消費という安定項の作用力が大きいことによる。すなわち、sの増加によってx\*が増加すれば、II・IIIにおける蓄積率に比して需要増加率の低い安定項の比重が高まり、その結果安定項による稼働率引下げへの作用力が強まり乗数効果を凌駕するのである。領域V・VIではII・IIIと正反対であり、不安定項より増加率の高い安定項の作用力が強まり、稼働率の増加巾は増加するのである。

次に典型的な運動経路に対する貯蓄率増加の効果を検討する。まず  $P_1(0, -g^*)$  から出発する場合を考える。図11の  $g^*$  の場合と同じ論法によって、 $P_1$  の近傍において貯蓄率がより高ければ運動経路はより内側となり、稼働率はより低くなる。ところで数学注1より、 $-g^* \wedge \wedge \wedge -g^*/2$  に於て  $P_1$  を出発したりは必ず  $z \wedge 0$  の領域を通ることがわかるので、s がより大きいと  $P_1$  の近傍以後でも必ず元の経路の内側を通

	$z_0$	$y_0$
$s$	-	+
$g^*$	+	-
$\delta^*$	-	+
$P$	+	+

表3  $S_2 \rightarrow S_1$ の切替点への効果

れば、稼働率はより低く、蓄積率の運動スピードもより緩慢となり、運動の発散性は弱まるなど総じてより弱々しい好況過程となる。

次に $P_2, P_3$ について、貯蓄率がより高ければ最高蓄積率はより高くなりうる。 $B/s \wedge B$ であれば $P_2$ の稼働率は必ず低下する。貯蓄率が高まれば $S_2$ から $S_1$ への切替点 $P_3$ の $z$ は低下し $y$ は高まる(表3と数学注2を参照のこと)。従って $B/s \wedge B$ であれば完全雇用経路上における稼働率の範囲は下方へシフトする。 $P_3, P_4$ については当初同じ蓄積率の下における稼働率は貯蓄率の高い経路の方が低い、その後その経路が元の経路に追付けば追いこすことになる。こうなる理由は、下方過程では貯蓄率が高い方が乗数は小さく、更に $x^*$ のシェアの高いことによる安定化作用によって下方不均衡が緩和されるからである。すなわち下方への不均衡過程についても貯蓄率が高い方が運動の発散性を弱めるのである。

底での $w$ の運動は $S_3$ の(4)、(5)より貯蓄率から独立となる。底における失業率は(6)より貯蓄率が高ければより大きくなる。独立的に増加する最終消費 $c_K$ の「乗数」が貯蓄率が大きい程小さくなるからである。

#### 4) 投資の反応係数 $\beta$ の効果

$s$ の場合と同様に $w$ 体系によって、まず運動ベクトル $\rho$ への $\beta$ の効果を検討しよう。 $\rho$ の方向角を $\theta$ とす

れば、 $S_1$ の(39)、(40)より

$$\tan \theta = s\sigma\beta z / (y(y - s\sigma z - B) + \beta z) \\ = s\sigma / \left\{ 1 + \frac{y}{\beta z} (y - s\sigma z - B) \right\}$$

となるから、

$$\frac{d \tan \theta}{d\beta} \sim \text{sign} \left\{ \frac{y}{z} (y - s\sigma z - B) \right\}$$

となる。このとき  $y = s\sigma z + B$  の直線は我々の関心領域では完全雇用経路(29)よりほぼ上にあるから

$$y - s\sigma z - B < 0$$

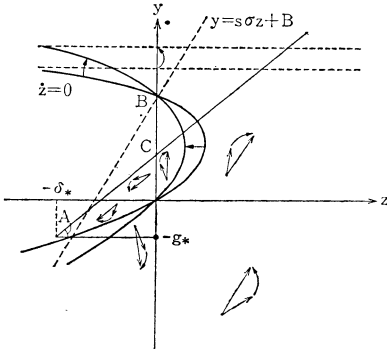


図16  $v$  への  $\beta$  の効果

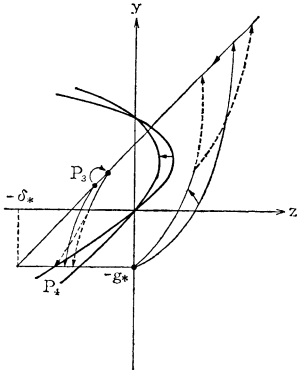


図17 典型的経路への  $\beta$  の効果

と考えるとよい(図17)。この点を考慮して  $\beta$  の  $S_1$  への効果を図示すれば図16となる。 $\beta$  がより大きければ、 $v$  の絶対値はより大きいに留まらず、 $v$  と共にその変化巾は増加する。すなわち運動スピードが蓄積率も稼働率も共に増加する。 $v$  の方向角は  $\gamma < 0$  なら左側にシフトし、 $\gamma > 0$  なら右側にシフトする。



次に典型的経路への $\beta$ の効果のみよう。まず好況局面 $P_1P_2$ について。 $P_1$ から出発当初は元の経路の内側をより速いスピードで進む。 $\beta \searrow \delta^*$ となれば、元の経路に追いつけば追越し稼働率・蓄積率の最大値は共に大きくなる。追いつかない場合は最大蓄積率・稼働率がより低いもとで完全雇用への到達時間はより短縮される。 $\beta$ が大きい程 $z$ の反転領域は縮小するので発散性は強まる。 $P_2P_3$ について、 $\beta$ が大きい程蓄積率、稼働率がより高い値の時に完全雇用状態から離れる。 $P_3P_4$ の運動速度も速まる。更に $n \searrow 0$ の領域は広がり下方への発散性も強まる。

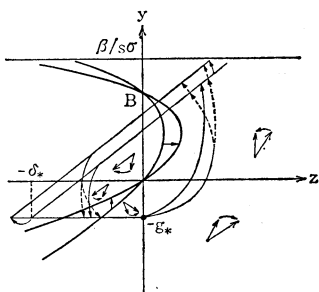


図18  $\delta^*$  の効果

5) 標準操業度 $\delta^*$ の効果

均衡値からの乖差体系である $\dot{z}$ 体系では、 $\delta^*$ の変化は $z^*$ の変化としてしか表われず、従って3)で検討した $s$ の効果のうち一定率で増加する基礎消費の比重が増すことによる効果が $\delta^*$ の変化の結果として現われる（図18参照）。 $\delta^*$ が増加すれば上下の発散性は弱まる。運動経路は一義的には確定しない。

6) 産出係数 $\sigma$ の効果

$\sigma$ の効果は、 $S_1 \setminus S_3$ をみれば分かるように、天井の上方シフトと底での失業率の効果を除けばすべて $s$ の効果と同一である。

7) 資本家の基礎消費 $c_K$ の増加率 $\dot{c}_K$ の場合。

以上では定常的な景気循環経路を分析するために(2)の $\dot{z}$ を仮定してきたが、この仮定をはずし、まず $\dot{z} \searrow 0$ の場合のみよう。

$S_1$ においては均衡点が $z^* \parallel z^* + n$ となる以外に運動の変化はなく、これまでの議論が妥当する。上方不均衡過

程が完全雇用へ突入したとすれば、 $S_2$ においては(29)より

$$g = \left[ \frac{S_2^{(n-m)t}}{\theta c x_0 / N_s^0 - 1} \right] x$$

$$= E_1 x \quad E_1 > 0$$

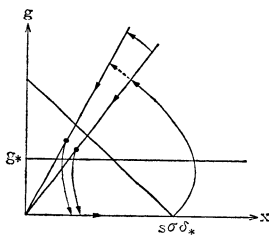


図19  $m < n$  かつ上方発散性の強い場合

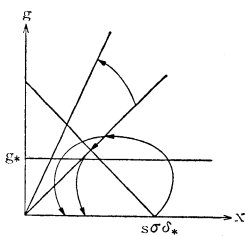


図20  $m < n$  かつ上方発散性の弱い場合

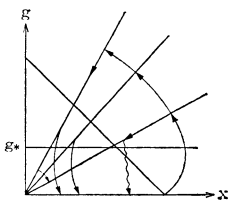


図21  $m > n$  の場合

(30)

となるから完全雇用経路が上方へシフトしてゆく。上方への発散性が十分に強い場合は図19に示すように好況期の蓄積率の最高値は毎回上昇してゆく、不況過程は毎回左側へシフ

トしてゆく、最低稼働率は下落し、失業率は増加してゆく、上方への発散性が弱い場合には図20で示すように完全雇用経路に突入することもなくなり、失業率は増加してゆく、 $S_1$ と $S_3$ との自律的運動を繰返し、失業率は単純に1に収束してゆく。<sup>(註2)</sup>

次に $m < n$  の場合を考えよう。今度は $\square$ 、 $\triangle$ であるから天井は下方へシフトしてゆく、循環毎に底は浅くなる。ある時点以後は(30)より $f(g^*) < 0$ となりかつ $f(g^*)$ は $\infty$ に発散してゆくと完全雇用経路へ留まったままとなる。この場合、(31)は

景気循環の形態に関する比較動学的分析(北野)

$$\dot{g} = g_* - g - \left( s - \frac{c_k}{N_s} \ell \right)$$

$$\left( s - \frac{c_k}{N_s} \ell \right) < 0$$

$$\dot{g} = g_* - g$$

となるので、稼働率は増加しながら蓄積率は低下してゆき、 $g = 0$ で体系は崩壊する。

注2 資本制の特徴から、資本家の個人消費支出の増加率はハロッドの自然成長率 $G_n$ に及ばない、と考えるのが妥当であるから、このことは資本制が景気の下方局面においてハロッド—置塩型投資函数を堅持するとすれば、その持続は不可能であることを意味している。

## V ま と め

本稿の目的は景気循環に関する全局面を含んだモデルをつくり、それによってその運動を構成する基礎的なパラメーター(労働供給増加率 $n$ 、設備廃棄率 $\lambda$ 、貯蓄率 $s$ 、資本係数 $\alpha$ 、標準稼働率 $\delta_0$ 、投資の稼働率に対する反応係数 $\beta$ 、資本家の独立消費の比重 $x_*$ とその増加率 $m$ )の差異が景気循環運動の形態に及ぼす作用を検討することであった。以上の検討から得られたおもな結論をまとめておく。

①ハロッド—置塩型の投資関数にもとづく我々のモデルの均衡経路は不安定であり、好況と不況の不均衡累積過程を辿る。好況過程から労働供給によって制約された完全雇用経路にいたり、やがて反転して不況過程に突入する。不況過程から粗投資Ⅱ零の景気の底に到り、そこでは資本家の独立消費と設備廃棄の進行とによってやが

て好況過程へと脱出する。無論パラメーターの値の組合せ次第では天井や底へ到らずに反転する場合がある。

②均衡状態からの発散速度。我々のモデルの均衡状態は不安定であるが、均衡点から離反する速度とパラメーターとの関係については、 $\beta$ 、 $g^*$ はプラス、 $s$ 、 $\sigma$ 、 $\delta^*$ 、 $x^*$ はマイナスの効果をもつ。ここで $g^*$ 、 $\delta^*$ は $x^*$ の値を経由しての効果である。

③労働供給増加率 $n$ （ $\parallel$ 資本家の独立消費増加率 $m$ ）と設備廃棄率 $\lambda$ との効果。

$g \parallel m + \lambda n + \lambda \sigma \delta^*$ の場合。これはハロッド〔7〕の $G_n \setminus G_n$ の局面に対応しており、現実の経路はやがて必ず完全雇用状態に突入し、一旦到達すれば以後完全雇用状態を持続させ、設備の過度稼動と資本家の意図した蓄積需要を満たさない状態が続く。逆に $g^* \parallel 0$ の場合には現実の経路は必ず景気の底に落込み、そのままそこで停止して再浮揚しない。

$0 \setminus g^* \setminus \sigma \delta^*$ の場合には、 $g^*$ がより大きな経路ほど、好況、不況共に稼動率の水準はより高い範囲を運動し、最高稼動率、最高蓄積率、最低稼動率はいずれも高まる。上方への発散性は強まり、下方へのそれは弱まる。不況の底では稼動率の回復速度は早まり、底での停滞期間も短縮する。すなわち好況局面は強まり、不況局面は緩和される。

④貯蓄率 $s$ の効果（ $\sigma$ 、 $\delta^*$ も類似）。

$s$ が高い程好況期の稼動率はより低くなり、蓄積率の増加速度も緩慢となり、発散性も弱まるなどより弱々しい好況過程となる。不況局面については稼動率の低下巾は縮小し、発散度も弱まり、下方不均衡累積過程は緩和される。景気の底における失業率は高まる。

⑤ 投資の反応係数  $\beta$  の効果。

$\beta$  がより高い程、上下の不均衡累積過程における運動速度は速まり、発散性も強められる。

⑥ 資本家の独立消費  $c_x$  の増加率  $m$  の効果。

$\Xi \setminus \Xi$  の場合、完全雇用の天井は上方へシフトしてゆくが、上方への発散力が十分強い場合には、好況期における最高蓄積率は循環毎に高まり、不況期における最低稼働率は循環毎に低下し、失業率は増加してゆく。上方発散力が弱い場合には遅かれ早かれ上方へシフトしてゆく完全雇用経路へ到達しえなくなり、そのまま自律反転し、以後自己循環を繰返しつつ失業率が累増してゆく。 $\Xi \setminus \Xi$  の場合には完全雇用天井が下方へシフトし、循環毎に最大蓄積率は低下し最少稼働率は増加する。独立消費の増加率が労働供給のそれを上回るために、ある時点以後は完全雇用を離脱できなくなり、蓄積率は低下を余儀なくされ、粗投資  $\parallel$  零に到って体系は崩壊する。

数学注1  $P_1$  から出発した経路は  $\Xi \setminus \Delta$  の領域を通ることの証明。

(4)  $\Delta$  の

$$s\alpha z = y(y - s\alpha z - B) + \beta z \quad \beta = s\alpha\delta^* - g^*$$

$$\dot{z}_1 \sim s(-y\alpha z - y\alpha\delta^*) - \{y(y - s\alpha z - B) + \beta z\}$$

$$\sim -\{y(y + g^*) + \beta z\}$$

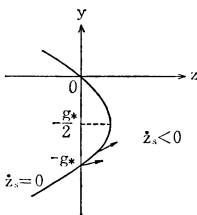
$$\therefore \dot{z}_1 = 0 \rightarrow \beta z = -y(y + g^*)$$

$z_1 = 0$  の傾きを求めるために全微分して整理すれば

$$\beta \alpha z + (2y + g^*)dy = 0$$

$$dy/dz = -\beta/(2y + g^*) \quad -g^* < y < -\frac{g^*}{2}$$

他方  $S_1$  での運動ベクトル  $\vec{r}$  の方向角  $\theta$  は



$$\tan \theta = \beta z / (y - s\alpha z - B) + \beta z / s\alpha$$

となる。従って次の条件が充たれば、 $P_1$ を出発する時は、 $\sqrt{0}$ の領域に入らないといえる（初期条件 $P_1$ の近傍ではりは $z_0 < 0$ を通ることを明白である）。

$$\left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=0} > \tan \theta, \text{ 但し } -g_* < y < -\frac{g_*}{2}$$

〔証明〕 
$$\frac{-\beta}{2y + g_*} - \frac{\beta z \cdot s\alpha}{y(y - s\alpha z - B) + \beta z}$$

$$\sim s\alpha z(2y + g_*) + y^2 + \beta z - s\alpha z y - (s\alpha\delta_* - g_*)y$$

$$= s\alpha z(y + g_*) - g_*y - (s\alpha\delta_* - g_*)y - z_s = 0 \quad + \infty$$

$$= s\alpha z(y + g_*) - s\alpha\delta_*y > 0$$

数学注2 表3' S<sub>2</sub>→S<sub>1</sub>の切替点への効果の証明

$$f(z) \equiv y_d - y_s$$

$$= \beta z - Az$$

$$A = \left( s - \frac{C}{N} \right) \sigma > 0$$

$$= \beta z + A(Az + c)(z + \delta_0)$$

$$C = A\delta_* - g_* > 0$$

$$f(0) > 0$$

$$f(-c/A) < 0$$

∴  $f(z) = 0$  の負根をもち、そのうちの大きい方の根 $z_0$ が求める切替点のz座標である。 $f(z) = 0$ を全微分すれば

$$f_z dz + f_y dy + f_{g_*} dg_* + f_{s\alpha} ds + f_{\delta_0} d\delta_0 = 0$$

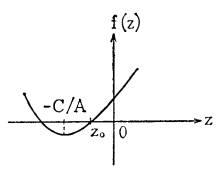
$$f_{z_0} > 0$$

$$f_y = z_0 < 0$$

$$f_{g_*} = -A(z_0 + \delta_0) < 0$$

$$f_{s\alpha} = A(Az + c) + A(z + \delta_0)A > 0$$

$$f_{\delta_0} = A_1(Az + c)(z + \delta_0) + A(z + \delta_0)(Asz + c_0) > 0$$



景気循環の形態に関する比較動学的分析（北野）

以上より $\alpha_0$ と各パラメーターとの関係が得られる。  
同様に切替点の $\gamma$ 座標と各パラメーターとの関係も以下のように得られる。

$$f \equiv y_d - y_s = \beta \frac{y - c}{A} + \gamma(y + g^*)$$

$\alpha_0$ は最大正根'  $\therefore f_{\alpha_0} > 0$

$$f_{\beta} < 0, f_{g^*} > 0, f_{\alpha^*} < 0, f_{\gamma} < 0$$

参考文献

- (1) 高須賀義博編「独占資本主義論の展望」東洋経済、一九七八年
- (2) Goodwin, R. M., "The Non-linear Accelerator and the Persistence of Business Cycles", *Econometrica*, 1951, No. 1.
- (3) Hicks, J. R., 「景気循環論」古谷訳、岩波書店、一九五二年
- (4) Samuelson, P. A., "Interaction between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration." *R. E. S-ties*, 1939, No. 2.
- (5) Kaldor, N., "A Model of Trade Cycle", *E. J.*, 1940, March.
- (6) 安井琢磨「循環の成長に関する一試論」一橋大学、経済研究、五卷三号、一九五四年七月
- (7) Harrod「経済動学」宮崎訳、丸善、一九七四年
- (8) 置塩信雄「現代経済学」筑摩書房、一九七七年
- (9) 三野和雄「循環的成長について」ハロッド的接近、広島大学、経済論叢、一卷一号、一九七七年七月
- (10) 北野正一「景気循環の一モデル」立命館経済学、二六卷五号、一九七七年十二月
- (11) 置塩信雄「上方転換の一契機について」国民経済雑誌、一三八卷三号、一九七八年九月
- (12) 占部実「非線型問題—自動振動論」現代数学講座、二四A、改訂版、共立出版
- (13) 北野正一「Harrodの長期不安定性について」立命館経済学、二五卷五・六号、一九七七年二月
- (14) 置塩信雄「蓄積論」筑摩書房、一九七六年