寡占企業の最適広告支出に関する小論

松川周二

一般に寡占産業においては、寡占企業間の価格競争の比重が低下し、それにかわって、非価格競争が支配的である。そのなかでも広告支出が非価格競争の最も有力な手段の一つとみなされる産業が多いことは、広く知られている。

広告の経済的効果には、それが消費者に製品に関する情報を提供し、それによって需要を増加させ、最終的には規模の経済性を実現し、価格を引き下げる可能性があるという積極的な側面がある。しかしその反面、寡占企業間のはげしい広告競争は、消費者に「過剰」な情報と高価格を提供することにもなりかねない。(1)

このような広告の相反する経済的効果を企業の視点からとらえると次のようになる。

ある寡占企業の広告支出の増加は、一方で平均費用を増加させるが、他方、それは当該企業の製品に対する需要を増加させる。一般に、このような需要の増加は、広告による新しい需要の創出や他の寡占企業のマーケット・シェアーの低下によってもたらされると考えられるが、これに対して、他の寡占企業は追随的なあるいは報復的な広告支出を含めた販売促進政策をとることが予想される。

従って、広告の効果は、次第に逓減するものと考えられるが、その程度は産業構造と他の寡占企業の反応(reaction）に依存する。しかし寡占理論一般に共通するように、他の寡占企業がどのように反応するかを確実に予想することはきわめて難しいといわざるをえない。我々は本論において、以上の点を考慮して、寡占企業の動学的な最適広告政策について検討する。

広告に関する研究としては、広告と産業集中との関係を明らかにしようとする実証的な研究は多いが、[2] 経済学の企業理論の視点からなされた広告の経済的効果と最適な広告支出に関する研究は少ない。

ドーフマン＝シュタイナー（Dorfman, R. P. O. Steiner）〔4〕は、ある独占的企業に対する需要がその製品の価格と広告支出額との関数であるという想定のもとで、静学的な利潤極大化の最適広告支出額を明らかにした。[3]

これに対して、広告の累積的効果（ある時点での広告はそれ以後の需要にも効果を及ぼす）を考慮したモデルとしては、ヴィダール＝ウォルフ（M. L. Vidale and H. B. Wolf）〔9〕とナーロブ＝アロー（Nerlove M. and K. J. Arrow）〔6〕があるが、これらは時間を含んだ動学的なモデルである。

ヴィダール＝ウォルフ〔9〕は、広告が売上高の変化率に影響を及ぼすものと想定し、まず第一に、売上高水準を一定に維持するためにはどのような広告支出が必要であるか、次にある一定期間一定額の広告支出を行うと売上高はどのように変化するか、という問題を検討した。

また、ナーロブ＝アロー〔6〕は、ドーフマン＝シュタイナー〔4〕のモデルを広告の累積的効果を考慮して一般化し、長期利潤を極大化するような最適広告支出を明らかにした。

我々は以下、ヴィダール＝ウォルフ〔9〕の広告と売上高の関係を一般化することにより、長期利潤を極大化するような広告支出の問題を検討し、ナーロブ＝アロー〔6〕と同様、動学的な最適広告支出政策を明らかにする。

I

我々が想定する寡占企業は、生産物の価格がプライス・リーダーシップ（price leadership）制によって決定されているような産業にあるものとする。それ故、生産物に対する需要は主として、広告などの販売促進政策に依存することになる。

以上のような企業において、もし予想される利潤の現在価値（＝長期利潤）を極大化しようとするならば、最適な広告支出政策はどのようなものであるかという問題を検討しよう。

企業は単一の生産物を生産し、生産量をx、生産物価格をP、費用関数を$C(x)$とすれば、広告支出を行うまえの企業の利潤(π)は、

$$\pi x = p \cdot x - C(x) \tag{1}$$

となる。ここで、生産物価格は産業全体によって決定されるから、当該企業にとっては所与である。

次に、企業がおこなうフローとしての広告量をAとし、販売量（＝生産量）xとの間に次のような関係を想定する。すなわち、

$$\dot{x} = G(A, x) \tag{2}$$

で、

$$G_A > 0,\quad G_{AA} < 0,\quad G_x < 0 \tag{3}$$

である。このように、広告量(A)は販売量の時間的な変化率($\dot{x}$)に正の影響を及ぼし、その効果は逓減的であ

るが、その程度は広告の種類や方法、顧客の反応および他の寡占企業の反応に依存するものとする。また広告量が一定ならば、販売量の水準が高い程、需要は市場の限界（＝飽和水準）に近づくと考えられるから、広告の販売量に及ぼす効果は小さくなる。さらに、販売量には商品の陳腐化によって自然的低下傾向があることから、販売量（x）はそれ自身の変化率（$\dot{x}$）に負の影響を及ぼすものと考えられる。[4]

企業が以上のような広告量と販売量の関係を想定し、さらにρを予想される利潤に対する割引率、αを広告（合成財とみなす）の単位当りの価格として、それらが時間を通じて一定であると予想するならば、我々は次のような最大化の問題として、モデルを定式化することができる。

$$\max\int_0^\infty\{\pi(x)-\alpha A\}e^{-\rho t}dt$$

$$\text{制約}\begin{cases}\dot{x}=G(A,\ x)\\ \pi(x)\geqq\alpha A\end{cases}$$

これは一つの変分法の問題である。[5]

II

我々は以下、与えられた問題を解くことにしよう。そこで、ハミルトン関数（Hamilton function）をH、補助変数をλとすれば、

$$H=\pi(x)-\alpha\cdot A+\lambda\cdot G(A,x)$$

となり、Aに関するHの極大化条件より、

$$\lambda \cdot G_A(A, x) = \alpha$$

となる。またλについて、$(\lambda > 0)$

$$\dot{\lambda} = \rho\lambda - [\pi'(x) + \lambda \cdot G_x(A, x)]$$

を得る。それ故、変数(λ, A, x)について三つの微分方程式により体系は、

$$\lambda \cdot G_A(A, x) = \alpha \tag{4}$$

$$\dot{\lambda} = \{\rho - G_x(A, x)\} \cdot \lambda - \pi'(x) \tag{5}$$

$$\dot{x} = G(A, x) \tag{6}$$

となる。[6] ここで、(1)式より、

$$\pi'(x) = p - C'(x) \tag{7}$$

である。いま、(4)式をAについて解き、その関数をϕとすると、

$$A = \phi(\lambda, x : \alpha) \tag{8}$$

となる。(4)式より、

$$\frac{dA}{d\lambda} = -\frac{1}{\lambda}\frac{G_A}{G_{AA}} \qquad \frac{dA}{dx} = -\frac{G_{Ax}}{G_{AA}} \tag{9}$$

であるから、$\lambda > 0$と(3)式より$G_{AA} < 0$, $G_A > 0$であることを考慮すれば、$dA/d\lambda > 0$であることがわかる。また、G_{Ax}が$> 0(< 0)$ならば、$dA/dx > 0(< 0)$であることがわかるが、我々はG_{Ax}が負であるものと仮定しよう。すなわち、広告が販売量の変化率に及ぼす限界的な効果は、販売量の水準が高い程、小さいということで

ある。[7] その結果、我々はϕ関数について、

$$\phi_\lambda > 0,\quad \phi_x < 0 \tag{10}$$

の関係を得ることができる。

次に、(8)式を用いて、(4)(5)式よりAを消去すると、

$$\dot{\lambda} = [\rho - G_x\{\phi(\lambda, x), x\}]\lambda - \pi'(x) \tag{11}$$

となる。そこで、(6)式と(11)式の右辺をそれぞれ、

$$f(\lambda, x) = [\rho - G_x\{\phi(\lambda, x), x\}]\lambda - \pi'(x) \tag{12}$$

$$g(\lambda, x) = G\{\phi(\lambda, x), x\} \tag{13}$$

とおくと、微分方程式体系は、

$$\dot{\lambda} = f(\lambda, x) \tag{14}$$

$$\dot{x} = g(\lambda, x) \tag{15}$$

で示されることになる。そこでいま、連立微分方程式(14)(15)式において、$\dot{\lambda}=0$, $\dot{x}=0$ を満たすようなλおよびxをそれぞれ、λ^*, x^*と記し、それらが $\lambda>0$, $x>0$ の領域に存在するものとしよう。すなわち、(14)(15)式より、

$$f(\lambda^*, x^*) = 0$$

$$g(\lambda^*, x^*) = 0$$

である。議論を均衡解の近傍に限定し、f関数およびg関数を均衡解（λ^*, x^*）でテーラー展開すれば、

$$\dot{\lambda} = f_\lambda^*(\lambda - \lambda^*) + f_x^*(x - x^*) \tag{16}$$

$$\dot{x}=g_\lambda^*(\lambda-\lambda^*)+g_x(x-x^*) \tag{17}$$

となる。一般に、連立微分方程式において、

$$J=\begin{bmatrix} f_\lambda^* & f_x^* \\ g_\lambda^* & g_x^* \end{bmatrix}$$

とすれば、デタミナント (det) J が負のとき鞍点解をもつことが知られている。

$$\det J=\begin{vmatrix} f_\lambda^* & f_x^* \\ g_\lambda^* & g_x^* \end{vmatrix}=f_\lambda^* g_x^*-f_x^* g_x^* \tag{18}$$

以下、我々のモデルが鞍点解をもつかどうかをみてみよう。(12)式より、

$$f_\lambda=-G_{Ax}\cdot\phi_\lambda\cdot\lambda+[\rho-G_x(\phi,x)] \tag{19}$$

$$f_x=-(G_{xA}\cdot\phi_x+G_{xx})\cdot\lambda-\pi''(x) \tag{20}$$

となる。ここで、$G_{Ax}<0$, $\phi_\lambda>0$, $G_x<0$, $\phi_x<0$ を考慮し、$G_{xx}\doteqdot 0$, $\pi''(x)=-C''(x)\doteqdot 0$ と仮定すれば、

$$f_\lambda>0,\ f_x>0 \tag{21}$$

となる。また、(13)式より、

$$g_\lambda=G_A\cdot\phi_\lambda \tag{22}$$

$$g_x=G_x+G_A\cdot\phi_x \tag{23}$$

となり、

$$g_\lambda>0,\ g_x<0 \tag{24}$$

である。従って、(18)(21)(22)式より、det $J<0$ となり、我々のモデルは鞍点解をもつ。ここで(14)(15)式より、

$$d\lambda/dx\,|_{\dot{\lambda}=0} = -f_x/f_\lambda < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}(\dot{\lambda}) = f_\lambda > 0$$

$$d\lambda/dx\,|_{\dot{x}=0} = -g_x/g_\lambda > 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\dot{x}) = g_x < 0$$

であるから、我々は図-1のようなフェーズ・ダイアグラム（phase-diagram）を得る。

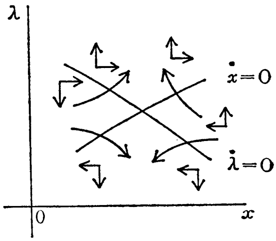

図-1

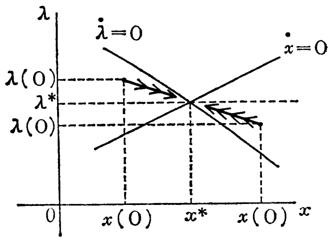

図-2

Ⅲ

図-2より、我々のモデルにおいて、企業の動学的な広告支出政策が存在することは明らかである。販売量の

初期値を $x(0)$ とし、それが均衡値（x^*）の近傍にあるとき、

$x(0)<x^*$ ならば、$\lambda(0)>\lambda^*$ であり、$\phi_\lambda>0$, $\phi_x<0$ より、$A(0)>A^*$ であるから、図-2より、$\dot{x}>0$, $\dot{\lambda}>0$

となり、

$$\dot{A}=\phi_\lambda\cdot\dot{\lambda}/\phi+\phi_x\dot{x}/\phi$$

から、$\dot{A}>0$ となる。

$x(0)>x^*$ ならば、$\lambda(0)<\lambda^*$ であり、$A(0)<A^*$, $\dot{x}<0$, $\dot{\lambda}<0$ であるから、$\dot{A}<0$ となる。

以上のことから我々は次の定理を得る。(8)

［定理］

もし販売量の初期値（$x(0)$）が均衡値（x^*）よりも小さいならば、$x(0)$ に対応して初期の広告量（$A(0)$）を決定し（$A(0)>A^*$）、以後、広告量（A）を均衡値 A^* に近づけるような政策をとる。また逆に、販売量の初期値（$x(0)$）が均衡値（x^*）よりも大きいならば、$x(0)$ に対応して初期の広告量 $A(0)$ を決定し（$A(0)<A^*$）、以後、広告量（A）を均衡値に近づけるような政策をとる。そして均衡値が達成されたならば、それを維持することが最適な政策である。

(1) 一般に、前者は「情報提供的」広告、後者は「説得的」広告と呼ばれる。

(2) この方面の研究としては、Comanor and Wilson〔3〕、Telster〔8〕などがある。

(3) 静学的なモデルで、販売高極大化仮設と広告の関係を示すものとして、Baumol〔2〕、また、寡占理論に企業の広告支出を考慮したものとして奥口〔7〕がある。

(4) (2)(3)式の条件を満たすような特殊な例として、

$$\dot{x}=\gamma A\frac{M-x}{M}-\lambda x$$

がある。ここで、γ は販売量の反応係数であり、M は飽和水準を示す。λ は販売量の自然的低下係数であり、急速に陳腐化するものとか競争の激しい場合には λ の値は大きく、陳腐化の遅いものとか独占的な地位を占めているようなブランドであるならば λ の値は小さくなる。Vidale and Wolf〔9〕を参照せよ。

(5)　変分法については、たとえば、Arrow and Kurz〔1〕を参照せよ。

(6)　横断性の条件は、

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\cdot\lambda=0$$

であり、満たされていることは明らかである。

(7)　注(4)で示した特殊ケースでは、$G_{Ax}<0$ である。

(8)　議論を均衡値の近傍に限定しているから、厳密には初期値は、均衡値の近傍にあることが前提となる。

参考文献

〔1〕 Arrow, K.J. and M.Kurz, Public Investment, The Rate of Return, and Optimal Fisical Policy の第2章。
〔2〕 Baumol, W.J. Economic Theory and Operations Analysis の第13章。
〔3〕 Comanor, W.S. and T.A.Wilson "Advertising, Market Structure and Performance" R.E and S, 1967.
〔4〕 Dorfman.R and P.O.Steiner, "Optimal Advertising and Optimal Quality" A.E.R. 1954
〔5〕 宮川公男、意志決定の経済学Ⅱの第11章
〔6〕 Nerlove, N and K.J.Arrow, "Optimal advertising and Dynamic Condition", Emica, 1962
〔7〕 奥口孝二、寡占の理論の第7章
〔8〕 Telster, L.G. "Advertising and Competition" J.P.E. 1964
〔9〕 Vidale, M.L and H.B. Wolbe, "An Operations Research Study of Sales Response to Advertising". O.R. 1957