

ア・ゲ・グランベルグ

社会厚生目的関数と実用国民経済モデル

における最適性基準 (下)

小野 一郎 訳

目 次

- 一 社会厚生目的関数とその一般的特性
 - 二 目的関数の構築に関する問題によせて
 - 三 消費財の代替性と通約可能性について
 - 四 長期計画化のための目的関数と時間に関する消費財の通約 (以上第二十一巻・第二号)
 - 五 多部門国民経済モデルにおける最適性基準 (一般的諸問題) (以下本号)
 - 七 所与の品目構成における消費の最大化
 - 八 国定価格のもとでの住民所得の最大化
 - 九 所与の福祉水準の達成のための労働支出の最小化
 - 五 多部門国民経済モデルにおける最適性基準 (一般的諸問題) (以下本号)
 - 七 所与の品目構成における消費の最大化
 - 八 国定価格のもとでの住民所得の最大化
 - 九 所与の福祉水準の達成のための労働支出の最小化
 - 六 集計的経済指標の最適性基準としての利用可能性について
 - 七 所与の品目構成における消費の最大化
 - 八 国定価格のもとでの住民所得の最大化
 - 九 所与の福祉水準の達成のための労働支出の最小化
- 社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準 (下) (小野) 八七 (八七)

な実用基準を科学的に基礎づけようとしてきているが、それらの基準はその構造において厚生目的関数といちじるしくことなることもありうる。

最適国民経済計画化は、分析的方法で与えられた関数の形をとる単一のあらかじめ条件づけられた最適性基準にもとづいて、現実遂行されるものではない。最適国民経済計画の作成および実現の過程においては、最適性基準と制約条件との間に境界線をひくことは不可能である(計画作成の種々の段階で解かれる数学的プログラミング問題とちがって)。国民経済的最適解の採択の一般的アルゴリズムは、最適化の種々の段階でさまざまな数学的基準が利用されること、また必要な情報や最適計算の経験の蓄積にともなう、基準のパラメータが必ずの確化されてゆくべきことをふくんでいる。すでにふれたように、厚生目的関数——もつとも完成された最適性基準——は、社会主義経済とその管理制度の機能過程において窮極的に作りあげられてゆくものである。

実際に実現できる最適国民経済計画化モデルは、ふつう経済のはなはだ不完全な記述しか与えない。それゆえ、これらのモデルでもちいられる最適性基準は、ある「外的計画」が

あらかじめ与えられているという条件のもとでの部分的最適化に、適応させられねばならない。ここでは部分的、厚生目的関数の考えが広く利用されねばならない。「外的計画」の諸条件は、部分的目的関数のパラメータおよびモデルの制約条件のなかで考慮されねばならない。たとえば、国民経済モデルの枠内で社会的消費フォンドが規定されなければいには、個人消費構造にたいする社会的消費フォンドの影響が最大化関数のパラメータのなかで考慮され、また社会的フォンドへのさまざまな資源の支出が制約条件のなかに反映されねばならない。

最適計画を見出すのに必ずしも目的関数を完全に知る必要はない。最適の近傍におけるこの関数のじゅうぶんな近似物がえられればそれでよい。さまざまな最適性基準は目的関数 $U(X)$ の種々の近似物とみなしうる。

目的関数は、たとえば二次関数や対数関数によって、また線型関数によってさえ近似的にあらわすことができる⁽³⁾。そのさい、基準の改善は、基本的にはモデル自体を複雑化することによってではなく、目的関数のモデルのパラメータを的確化することによって達成されるであろう。この接近方法は、

潜在的最適計画領域がその過程でせばまってゆくような実際
的最適化計算の分析にもとづいている。

最適性基準のパラメータを的確化してゆくもつとも効果的
な方法の一つは、国民経済的最適問題の解にともなつてえら
れる生産物の最適評価 $V = (v_1, \dots, v_n)$ の利用にもとづく
ものである。これらの評価は所与の問題の諸条件の視点から、
最適計画における生産物の等価的代替率

$$\frac{V_k}{V_j} = -\frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k} \quad (k, j=1, \dots, n) \quad (19)$$

を決定する。

「正しい」最適性基準のもとでは、えられた消費計画 Y^*
は厚生目的関数 $U(Y)$ の最大値に照応するし、比率 $\frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k}$ は
消費の最適バリエアントの近傍における消費財の等価的代替率
にひとしい。しかし、目的関数の近似物はふつう正確なもの
ではないから、比率 $\frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k}$ による代替は効用につては等価的
とならないであらう。たとえば、追加的消費の効用 ΔY_k が損
失 ΔY_j の理合せにならないようなばあいには、最適計画の
その次の計算では第 j 生産物の消費が増大するように基準の

パラメータをかえる必要がある。最適性基準のパラメータの
変更（一回限りではないかもしれない）の結果として、生産物の
最適評価の比率は消費財の等価的代替率に合致しなければな
らない。

理論的見地からすれば経済の最適性基準は単一である（單
調増加変換までの精密度をもつ）。いくつかの基準を認めること
は最良の決定を最終的に選択する可能性を排除することにな
るし、いくつかの基準の利用がことなつた結果に導く以上、
この問題の解決をおくらせるだけである。さまざまな実用基
準の適用という命題は、つぎのような厳密に限定された意味
においてのみ理解される必要がある。

第一に、数学形式化されない最終的選択のための可能な効
率的解の展望を容易にする弥縫策として（厚生目的関数の所与
の研究水準では）。

第二に、経済および管理システムの機能過程において、あ
らかじめ設定された諸目標が系統的に的確化され、較量され、
そして再評価されるような段階的国民経済モデル編成のアル
ゴリズムの特徴的な特殊性として。

国民経済モデルにおけるさまざまな基準の較量と結合のい

くつかの方法上の問題を検討しよう。

一般的最適性基準は時には部分的基準の加重総和の形であらわすことができる。経済発展のプログラミング方法の国連専門家グループの報告では、そのため種々の基準の「重要性評価」を利用することを提案している。しかしながら、計画目的がかなりの数にのぼるさいに生ずる困難が強調されている。

同時に利用される諸基準の較量方法は、パラメータ・プログラミングを適用して改善することができる。たとえば、二つの基準 w_1 および w_2 があって、その最大化が社会福祉の向上の課題に合致するものとするとき、総合的基準は $M = \lambda w_1 + (1-\lambda)w_2$ とみなすことができる。ただし λ は変化するパラメータとする(0 $\leq\lambda\leq 1$)。

$\lambda = 1$ ならば $M = w_1$ であり、 $\lambda = 0$ ならば $M = w_2$ である。パラメータ・プログラミング問題の解は、 λ のさまざまな値に照応する最適計画の完全な展望を与えてくれる。これは最良の計画の非形式的選択を本質的に容易にする。拮抗関係にある部分的基準の数が二つ以上のばあいには、パラメータ・プログラミングの適用は困難となる。このばあいには、他の

方法、すなわち、それぞれが一つの一定の基準をもち、その他の基準の固定した水準を補足的制約条件とするような、一連の数学的プログラミング問題を解くことに帰着する方法を用⁽³²⁾ことができる。これらの問題を解けば、すべての非効率の計画(どれか一つの基準に関してでも改善することができるような)は取除かれて、効率的計画の集合が決定される。これらの計画の分析は、経済政策の分野におけるさまざまな二者択一的決定のおよぼす結果に関する理解を体系化する。

われわれの考えでは、実用最適性基準の三つの本質的になつたグループを区別することができる。第一グループの基準は厚生目的関数の直接的近似物である。これらの基準は、若干のもつとも重要な経済指標(とくに消費ファンド、住民の所得ファンド)の最大化問題に照応している。もう一つの基準のグループは他の接近方法を反映している。すなわち、じゅうぶん高度な福祉水準の達成に必要な計画期間の長さを最小化するという接近方法がそれである。最後に、第三の基準のグループは、一定の福祉水準を達成するための社会的支出の最小化という要求を表現している。

以下では、第一および第三のグループに属する若干の基準

に ついて述べることにする。

- (31) 二次および対数モデルによる目的関数の構成は、ノーデー
ン、辻村、ヴェ・ア・ヴォルコンスキーがおこなっている。
- (32) ソ連邦科学アカデミー・シベリア支部数学研究所で作成
された線型計画問題の解法プログラムは、このような計算の
遂行の可能性を直接考慮に入れている。

六 集計的経済指標の最適性基準としての

利用可能性について

統計および計画化において、国民経済の発展の規模、テン
ポ、効率を評価するのにもちいられるもっとも一般的(集計
的)な経済指標に、社会的総生産物、国民的富、およびそれ
らのもっとも重要な諸要素の現物量指標がある。それぞれの
集計的経済指標を最適性基準として適用できるかどうかとい
う問題は、つぎの二つの部分にわけることができる。

(一) それぞれの経済的集計量の最大化の要求は社会福祉
の増大を表現しているか(集計量の最適な内的構造を見出す問題
は解決可能であると仮定する)。

(二) 経済的集計量の構成諸要素の現存の較量方法は、そ
のもっとも効率的な構造の発見を保障するか。

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準(下)(小野)

九一(九一)

問題のこのような分割は分析にとってつごうがよい。第一

段階では構造の問題を捨象できる。この段階は、いくつかの
集計的指標をあきらかに不適当なものとして取除いてしま
うことを可能にする。第二段階では、実際にもちいられている
集計的指標のうちの「最良のもの」が、欲望充足の最良の構
造の問題をどのように解決するかという視点から評価される。

社会主義社会における経済発展の目的にもっともよく合致
しているのは、無限の時間間隔における消費フォンドの最大
化、および限定された計画期間についての最終生産物フォン
ドの最大化である。消費の経済的諸指標の分析や展望計画化
のための目的関数の分析を考慮しても、この結論は若干の正
確化を必要とするだけである。しかしながら、最終生産物や
消費の増大への志向が社会主義的再生産の基本的目的に原則
的に合致しているという事情は、これらの集計的経済指標を
国民経済の最適発展モデルの基準として採用することには
しては、やはりじゅうぶんな根拠となるものではない。問題
は、それぞれの経済的集計量を形成しているさまざまな種類
の財の較量方法にある。

周知のように、経済的集計量の現物的大きさの現行算定法

によると、最終生産物、国民所得、消費ファンド、その他の物質的・素材的構成要素に入る個々の財は、過去の時期の生産的支出に基礎をおくいわゆる不変価格によってたがいに較量される。そのさい、経済的測定結果は本質的に価格基盤の選択に依存している。それゆえ、たとえば総消費ファンドの最大化は現実には消費効果の最大化ではなく、過去の時期における再生産の諸条件の見地からみた生産された消費財の価値のある代用物の最大化を、意味するであろう。現実にはわれが当面しているのは社会福祉の最大化の課題である以上、経済的集計量の現物的大きさの現行算定法を適用することによって、われわれは提起された問題をまったくほかの問題にすりかえてしまうことになる。

不変価格(過去の価格)は、将来の経済発展の最適計画における財の効用の較量には原則的に適していない。それゆえ、この価格で測定される最終生産物、消費ファンド、その他といった経済的集計量の現物的大きさも再生産過程の効率の客観的基準となりえない。再生産過程の諸結果の経済的計器としての不変価格の欠陥は、経済的集計量の構造のいちじるしい変化、新しい種類の生産物の出現、国民経済における支出

の効率の全般的変化にさいして、とくにはっきりとあらわれ

る。
上述の諸指標の適用にたいするいま一つの種類の反対は、それらの数学的形式の線型性にもとづくものである。任意の集計的計済指標(R)は公式

$$R = \sum_{i=1}^n P_i \cdot Y_i \quad (9)$$

により構成される。

しかしながら、消費および購買需要の法則性の分析からあきらかなことは、厚生目的関数とその部分的関数(たとえば消費関数)は線型ではありえないということである。第一にもし目的関数が線型なら、任意の二財は不変の比率でたがいに代替しうることになってしまう。これを(8)にあてはめるとらば、等価的代替率は不変価格の比率により与えられることを意味するであろう。すなわち

$$\frac{\Delta Y_i}{\Delta Y_j} = \frac{P_j}{P_i} \quad (10)$$

しかし、この結論は消費の法則性(代替率の変化)に合致しない。そのほか、ある過去の時期の価格は現在および計画期間における最適消費のつりあいに現実には影響しない。

いま一つ考慮すべき点をすべておこう。もし消費目的関数が線型なら、各消費者グループの最適需要は一般にただ一つの商品または商品グループをふくむことになってしまふ。

(2) $P_i Y_i \leq Z$ という条件のもとに $\sum P_i Y_i = \max$ を求める問題か

ら、このようになる。ただし Z は所得の大きさとする。しかしながら、現実にはこれに類したことはまったくおこなわれていない。

考慮すべきこととして、大多数の国民経済モデルにおいては最大化される目的関数の線型性は極度に「貧しい」解に導く、つまり最適計画に入るのは、最適化期間の資源支出にたいする過去に設定された価格の比率が最大になるような、ごく少数の「もっとも有利な」消費財だけとなる、ということがある。この種の「最適性」は経済の現実とあきらかに矛盾している。たしかに、これらの線型基準の欠陥は、個々の生産物またはそのグループの値にたいする上限と下限の追加的制約を、モデルの条件に入れることによってやわらげることが出来る。このばあいには解はより「豊か」になるであろう。とはいえ、現実への接近という意味でのこの改善は基準のおかげによってではなく、反対に基準にたいする不信の結果達

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準 (下) (小野)

成されるのである。

展望計画化において利用される集計的経済指標は

$$R = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^n P_{i,t} Y_{i,t} = \sum_{i=1}^n P_i \left(\sum_{t=1}^n Y_{i,t} \right) \quad (23)$$

という形をとる。

財の利用はもっとも遠くはなれた時期におけるそれと見え、計画期首における利用と同等とみなされるのであるから、計画期間の長さの選択の問題はきわめて尖鋭なものとなる。消費フォンドおよび国民所得の最大値をめざす展望計画化の期間に関する現存の諸提案は、はなはだ多種多様なものである。

これらの提案のくわしい分析に入りこむことはしないが、それらはわれわれのみるところでは連続的計画化の基本的問題を回避している。すなわち、計画期間の長さの動揺は、実際に実現することを要求される計画期首の諸決定に影響してはならないという問題が、それである。反対のばあいには、計画期間の長さの変化が決定の性格に強く影響し、とくに消費の成長の開始がかたわらに押しやられることになる(モデルで設定された制約をこえて)。

このように、国民経済モデルの最適性基準として、統計および計画化における現行の集計的経済指標を直接適用するこ

との妥当性については、否定的結論を下すことができる。

とはいえ、生産物の評価方法の改善は最適計画化における集計的経済指標の適用範囲をひろげうる。最適 (Y^*) の近傍におおむね、目的関数 $U(Y)$ は

$$R(Y) = \sum_{i=1}^n U_i(Y^*) Y_i \quad (23)$$

という形の線型関数で代置できる。ここでは、通約「価格」となるのは目的関数 $U(Y)$ の偏導関数である。

展望計画化のための線型近似関数の特殊性は、その係数が時間に依存することである。すなわち、

$$R(Y, t) = \sum_{i=1}^n Q_i(t) U_{ii}(Y^*) Y_{ii} \\ = \sum_{i=1}^n Q_i(t) \sum_{j=1}^n U_{ij}(Y^*) Y_{ij} \quad (24)$$

(23)式と(24)式における集計的経済指標の適用は、反復最適化計算の過程で係数 $U_i(Y^*)$ および $U_{ii}(Y^*)$ の値が的確化されることを前提している。一連の国民経済モデルについては、最適計画と線型基準の係数との的確化のためのアルゴリズムがそれぞれ作成されている。⁽²⁵⁾

集計的経済指標の算定と利用の方法のいくつかの点での改善は、現行価格を基盤としてでも可能である。

国民経済において現実形成されてくる価格は、少くとも過去の価格よりもよく、生産物の消費者価値(効用)のちがいをなんらかの程度考慮している。一般に認められているところでは、計画的価格形成の改善の一つの方向は、この価格形成要因をより完全に考慮することだけなければならない。経済的集計量の現物的大きさの動態はさまざまな財の総効用の増大の動態を反映するはずである以上、現物的大きさの算定にあたっては、現在の、時点の不変価格がさまざまな財のウェイトの役割をはたさねばならないという結論になる。経済の動態の測定へのこのような接近方法にあつては、えられた現物的大きさおよびそれに照応する指標は、現在の、立場から発展水準を比較しているのである。⁽²⁶⁾

たしかに、提案された方法の一つの技術的な不便さについてのべておく必要がある。この方法は、動態的対比にさいして、過去の集計的経済指標 (R_0) を現在の時点の価格に換算することを要求する。すなわち、 $R_0 = \sum_i P_i^0 Y_i^0$ となる。このことは、価格が変化するばあいには指数は毎年算定しなおさねばならないことを意味している。しかしながら、計算作業の機械化という条件のもとにおいては、このような

「不便」は本質的なものとみなすことはできない。

(33) 第一に、消費ファンドとともに消費者財産(耐久消費財および反復消費財)の運動を検討すべきである。第二に、展望計画化においては、最終生産物ファンド総額ではなく、計画期末の消費(消費者財産)ファンド総額および生産ファンド総額を検討したほうが、より正確である。そのさい、消費者財産の消費と利用は時間に関して通約する必要がある。

(34) エス・ゲ・ストールミリンは、長期計画化期間を現在の世代の労働可能年数の長さ、つまり約四〇年に制限することを提案している。

フ・イ・ノートキンは、計画期間の長さは社会生活の物質的諸条件の再生産過程の長さによってきめるべきで、それは約一〇年であるとみなしている。

ヤ・ア・クロンロードは蓄積された、また蓄積されつつある資源の回転期間を基礎とすべきであると考えている。

(35) В. А. Возникский. Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. Наука. 1967. を参照。

(36) この方法の優位性は、新製品の評価にきつしてとくにはつきりとあらわれる。どんな種類の製品でも、以前に生産されていなかったなら、それは評価されるべきでないと言われるのである。反対に、現行の方法では、「不変」価格が存在しない新製品の評価はもっとも痛い弱点になっている。新種の製品の評価は現物的大きさの算定に大きな条件性をもちこんで、それだけでなく結構あいまいな現物的大きさの意味をゆ

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準(下)(小野)

がめられている。これらすべての条件性は、現物的大きさの増加指数の計算の問題にも完全にあてはまる。

七 所与の品目構成における消費の最大化

この基準は数学的構造についてはきわめて単純であって、このことは最適化計算と最適計画の経済数学的分析をおこなううえで、疑いもなく有利な条件を与えるものである。

必要な記号を導入しよう。

Y_t は第 t 年における第 i 生産物の消費(利用)、 a_{it} は第 i 年における第 i 生産物の品目構成係数 ($a_{ii} \equiv 0$)、 Z_t は第 t 年における消費セット量とする。

各年の生産物消費構造は、条件

$$Z_t = \min_i \left(\frac{Y_t}{a_{it}} \right) \quad (t=1, \dots, T) \quad (37)$$

であらわれ、連立線型不等式

$$Y_t \leq a_{it} Z_t \quad (i=1, \dots, n; t=1, \dots, T) \quad (38)$$

になおすことができる。

消費セット最大化という国民経済的問題を解くさい、若干の種類の生産物は、余分に、つまり品目構成を上廻ってえられることがあるものとしてしよう。国民経済的問題においては、

このような例は極度にまれなものであるべきであるが、複合的生産が存在するばあいには(一つの技術的過程においていくつかの種類の生産物がえられるばあいには)、理論的に可能である。

このように、ある年(t)の所与の品目構成をもつ消費の最大化問題は、

$$Z \rightarrow \max$$

$$Y_t \geq \alpha_t Z \quad (i=1, \dots, n) \quad (6)$$

という条件を、また展望計画化に関しては、

$$\sum_{t=1}^T Q(t) Z_t$$

$$Y_{it} \geq \alpha_{it} Z_{it} \quad (i=1, \dots, n; t=1, \dots, T) \quad (8)$$

という条件をふくむ。

係数は $\sum_{i=1}^n \alpha_{it} = 1$ となるように定めるのが便利である。そのばあいには、それは総消費量 Z_t における各生産物の比重であると解釈できる。

品目構成係数の経済的内容について論じておこう。

消費構造の基礎づけにたいする基準量的接近方法が広くおこなわれているが、このばあい品目構成係数は合理的諸ノルマの比率から決定される。合理的ノルマにもついでえられる品目構成係数の特殊性は時間における不変性にある。すな

わち、 $\alpha_{it} = \alpha_i$ ($t=1, \dots, T$)である。所与の品目構成における消費の最大化は、合理的諸ノルマにたいする接近がそのさい均等になされることを意味している。

この接近方法はノルマ体系に依拠しなければならない。最近十年間におこなわれた研究がそのためのかなりの資料を提供している。とくに注目に値するものに、消費傾向、医学上の要求、および生産発展可能性を考慮して作成された基準的諸家計、すなわち、最低生活水準家計、裕福家計、家計原基、合理的家計がある。

消費構造の計画化にたいする基準量的接近方法は、諸欲望の同等な充足度を最大化するという問題に反映されている。

ある年にたいする欲望充足度の最大化の問題は、所与の品目構成における消費の最大化の問題の条件とひとしい条件をふくんでいる。所与の品目構成との比較において充足されない社会の欲望の最小化という、ヴェ・ア・マインシュの提案した基準も、所与の品目構成における消費の最大化という基準に帰着する。⁽³⁷⁾

基準的欲望の最大化のより一般的な解釈は、一定の欲望はいくつかの種類の生産物によって充足できるといふ仮定にも

とじてゐる。

m 種類の欲望 ($P=1, \dots, m$) が区別されるものとし、 C_p は第 p 欲望の基準的水準、 Y_{pt} は第 t 年における第 p 欲望の実際の充足水準、 K_{ip} は第 i 生産物の第 p 欲望の測定単位への換算率としよう。

一種類の生産物が同時にさまざまな欲望を充足できることを考慮に入れると、

$$Y_{pt} = \sum_{i=1}^n K_{ip} Y_{it} \quad (29)$$

欲望充足度最大化問題の条件は変数 $\lambda_i = \min_p \frac{Y_{pt}}{C_p}$ を媒介としてあらわされる。すなわち、

$$\sum_{i=1}^n Q(i) \lambda_i \rightarrow \max$$
$$\sum_{i=1}^n K_{ip} Y_{it} \geq C_p \lambda_i \quad (P=1, \dots, m; i=1, \dots, T) \quad (30)$$

消費構造の基礎づけにたいする基準量的接近方法の上述のような修正物は、消費(欲望)の比率が展望期間の全体をつうじて一定とされる点でみな同じである。多分このばあい、消費の動態を加重関数だけで調整するのではもはや不十分で

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準(下)(小野)

九七 (九七)

ある。なぜなら、消費の構造が不変のばあいには、各年の欲望のセット数あるいは達成された欲望充足度の減少をみとめるわけにはいかないから。

それゆえ、加重関数のかわりに各年ごとの消費増加関数を導入して、増加のパラメータ(たとえば、年平均増加テンポ)を最大化する方がよい。

上述のような最適性の条件のもととも本質的な欠陥は、計画期間の第一年度に従来の消費構造の急激な変動がおこらねばならないという点にある。このことは、ほかの種類を生産物の消費の増大によつてはつぐなえないような多くの種類の生産物の消費の減少を、不可避によびおこすこととなる。その結果、欲望充足の一般的水準は低下するであろう。このことを例をあげて明らかにしよう。

現在パンとじゃがいもの実際の一人当り消費量は合理的ノルマよりもずっと高い。他方一連の質の高い食料品については決定的に下廻っている(一・五—二倍以上)。計画期間の第一年度にすべての資源を完全に動員したとしても、これらの生産物の生産は最大限一〇—二〇%増大しうるにとどまるから、すべての他の生産物の消費は(入手が容易なものでさえ)、品目

構成条件のもついで合理的ノルマにたいし同じ水準に設定されねばならない。パンとじゃがいもについては、このことは二―三倍の消費の減少を意味するであろう。

このような「最適」解の経済的根拠の薄弱さは明白である。それゆえ、計画期首の実際の消費構造から、計画期間の完成段階の合理的(あるいは期待される)構造への変化のなめらかさを保障するよう、品目構成基準を修正することが目的にならなければならない。そのためには、所与の品目構成における消費、増加の最大化の問題に移る必要がある。

記号を下記のよりに定める。 Y_0 ——初年度の第 i 生産物の消費、 ΔY_t ——初年度と比較した第 t 年度の第 i 生産物の消費増加、 β_i ——第 i 生産物の消費増加の品目構成係数 $\sum_{i=1}^n \beta_i = 1$ とするのが便利である)、 ΔZ_t ——第 t 年度の消費増加セット数。そのうち、 $Y_{it} = Y_{i0} + \Delta Y_{it}$ 、 β_i 最大化条件は下記のよりに定式化される。

$$\sum_{i=1}^n Q_i(t) \Delta Z_t \rightarrow \max$$

$$Y_{it} \geq Y_{i0} + \beta_i \Delta Z_t, \quad (i=1, \dots, n; t=1, \dots, T)$$

(3)

各年ごとの消費構造はいまや基礎時期の実際の構造からなめらかに変化してゆく。

欲望充足度最大化問題の条件も同じように変化する。

加重関数をともなう最適性基準(2)は一般に消費の規則的増大(1)(2)を保障する。しかし、連続的増大の要求は直接に基準のなかに導入することも可能である。たとえば、各年の増大テンポはひとしいという仮説 $\Delta Z_t = [(1+\alpha)^t - 1]Z_0$ を採用すると、下記のようになる。

$$a \rightarrow \max$$

$$Y_{it} \geq Y_{i0} + \beta_i [(1+\alpha)^t - 1] Z_0,$$

$$(i=1, \dots, n; t=1, \dots, T)$$

(3)

消費の品目構成の基準量の決定方法は、最適消費構造の基礎づけへの接近方法の一つを特徴づけるだけである。

理論的には、厚生目的関数の立場からすれば、消費の最適構造を見出す問題と消費量そのものとをたがいに切離すことは正しくない。所与の消費構造は国民経済発展の多くの動態的条件のもとに形成されるという理由からしても、不変の合理的消費構造というようなものはいりない。

所与の品目構成における消費(あるいは消費増加)の最大化

の条件は、最良の国民経済計画を見出すための補助的な道具とみなす必要がある。このことは実際上つきぎのことを意味している。すなわち、品目構成上の関係は、生産可能領域およびその効率的諸点的確化とともに、最適化計算の過程において系統的に的確化されねばならない。

最初に設定される品目構成比率は、達成可能な消費計画のうち最良のものに関する考えに合致して、なければならぬ(国民経済の発展のすべての条件を考慮して)。当面の一年のこのような最良の計画が $Y_0 = (Y_0^1, \dots, Y_0^n)$ となることが期待されるものとしよう。このはあい、品目構成係数はつきぎの式で計算される。

$$\alpha_i = \frac{Y_i^0}{\sum_{k=1}^n Y_k^0} \quad \beta_i = \frac{\Delta Y_i^0}{\sum_{k=1}^n \Delta Y_k^0}$$

これらの品目構成係数をもちいて見出される国民経済計画は効率的計画となるが、一般に必らずしも同時に最良の計画となるとはかぎらない。最良の計画の追求は、生産物の最適評価の利用および品目構成係数の変化を媒介として続けられねばならない。

所与の品目構成における消費(あるいは消費増加)の最大化

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準(下)(小野)

問題の解といっしょに、各種生産物の最適評価 $V = (v_1, \dots, v_n)$ がえられる。評価 v_j は、最適計画において第 j 生産物の消費が品目構成をこえて一単位増加したばあい。セット数がどれだけ減少するかを示す。評価間の比率は、見出された最適計画の近傍においてセット数を保持するばあいの生産物の代替性の可能性を特徴づける。すなわち

$$\frac{V_k}{V_j} = - \frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k} \quad (3)$$

しかし、評価間の比率は代替性の合目的性を規定しない。反対に、比率 v_j の分析が、消費セットにおけるある生産物の他の生産物による目的にかなった代替の方向を示唆するのである。二つの生産物 A および B の評価を対比して $\frac{V_A}{V_B} = 3$ であることがわかったとしよう。このことは、現在の生産可能性のもとでは、生産物 A の消費の一単位増加が生産物 B の消費の三単位削減を余儀なくさせることを意味する。しかし、消費の効用の観点からすればこのような代替は合目的ではない。すなわち、生産物 A 一単位にたいして最大限生産物 B 二単位を犠牲にできる。このように、生産物 B は、所与の品目構成における消費(あるいはその増加)の最大化問題の条件か

ら出てくるよりは、より大きな相対的消費価値をもっているのである。それゆえ、生産物Bについて品目構成係数を大きくすることが必要である。

同じような品目構成の変化は一度ならずおこりうる。たとえば、第 m 回目の変化において、最大セット数 $Z_k^{(m)}$ および構造 $\alpha_k^{(m)}$ をもつ消費計画 $Y_k^{(m)}$ をえるものとしよう。消費ベクトルの分析の結果、消費水準は Y_j を ΔY_j で代替することによって高めうることははっきりとわかる。新しい品目構成係数を計算すると、

$$\alpha_k^{(m+1)} = \frac{Y_k^{(m)} + \Delta Y_k}{Z_k^{(m+1)}}; \quad \alpha_j^{(m+1)} = \frac{Y_j^{(m)} - \Delta Y_j}{Z_k^{(m+1)}}$$

となる。続いて、構造 $\alpha_k^{(m+1)}$ をもったセット数の最大値問題を解くことに移る、等々。目的関数 $U(Y)$ の最大化の観点からすれば、これらの変化の意味はどのようなものであるか？

計画の最適性の必要条件となるのは、最適評価と生産物の「効用」との比例性である。すなわち、

$$\frac{V_k}{V_j} = \frac{U_k}{U_j} \quad (k, j=1, \dots, n) \quad (34)$$

最適点にむけられた品目構成放射線は(セット数最大化問題

において)、同時に最適評価曲面への垂線である。ここから、最適点においては、等式

$$\frac{V_k}{V_j} = \frac{\alpha_j}{\alpha_k} = -\frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k} \quad (k, j=1, \dots, n) \quad (35)$$

が成立しなければならないということになる。

このように、品目構成係数の変化の目的は、生産物の最適評価間の関係と消費における生産物の等価的代替性係数との同等性の達成にある。もちろん、理論的には消費目的関数を適用する方がより簡単であり、それは国民経済計画を何回も計算しなおすことの必要をまぬがれさせてくれる。しかしながら、目的関数の構成には許容される消費のバリエーションの集合の予備的な順序づけが必要である。他方で、すべての許容バリエーションを選好性にしたがって思弁的に順序づけするよりは、二つか三つの具体的バリエーションのうちどれがよりよいかを「知る」ことの方が、はるかに簡単であるということは明らかである。品目構成基準の適用は、国民経済の生産可能性の分析との直接的つながりにおいて、よりよいバリエーションを選択する問題を容易にする。

(37) 此基準は「論文集《Проблемы народного хозяйства в Новом отрывке》, Новосибирск, 1966. に収録されたわ

れわれの論文で分析されている。

(88) $U(X)$ の最大値問題の計画 $X^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)$ はすべての構成要素が X^* の対応要素よりも小ではなく、少くとも一つの要素が後者よりも大であるような他の計画 X が存在しないならば、効率的計画とよばれる。

八 固定価格のもとでの住民所得の最大化

この基準は個人消費目的関数の単純化された表現であるとみなすことができる。一定の期間の住民所得 (Z) の最大値問題を解くためには、国民経済モデルに住民所得総額の関数としての消費 (消費者需要) 関数を導入しなければならない。この関数は

$$Y_t = f_t(P_1^0, \dots, P_n^0, Z) \quad (i=1, \dots, n) \quad (89)$$

という形であらわされる。ただし P_1^0, \dots, P_n^0 は消費関数のパラメータとみなされる小売価格の一定の値である。

展望的計画化のもとでの所得の最大化問題は、条件

$$\sum_{t=1}^n Q(t) Z_t \rightarrow \max$$
$$Y_{it} = f_{it}(P_{1t}^0, \dots, P_{nt}^0, Z_t)$$
$$(i=1, \dots, n; t=1, \dots, T) \quad (90)$$

をふくんでいる。

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準 (下) (小野)

そのさい、各時点において小売価格は、条件

$$\sum_{i=1}^n P_{it} Y_{it} = Z_t \quad (91)$$

を満足しなければならない。

需要関数 Y_{it} は零次同次関数である。所得およびすべての価格の k 倍増は需要を変化させてはならない。しかし、一定の年数の間の所得を最大化するためには、消費の一定の大きさが対応するように基準量を決める必要がある。消費動態の調整のための加重関数のかわりに、 Y_{it} には実質所得の連続的成長の諸条件を、たとえば線型または指数的法則により導入する。

このばあいには、消費増加のパラメータ (毎年の絶対的增加または年間成長テンポ) が最大化される。

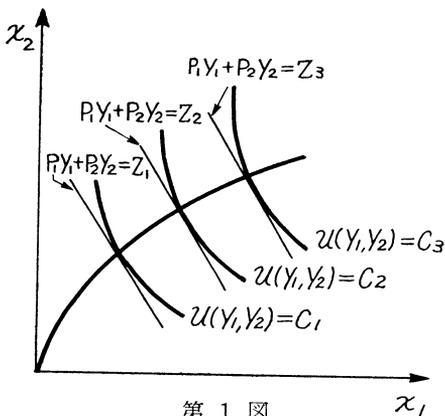
国民経済モデルにおいては、また住民所得の大きさを生産および就業の水準と結合する諸条件が存在しうる。

しばしば購買需要関数は消費目的関数に対置される。消費者行動の現実の法則性を反映する需要関数の実際の価値の承認が、目的関数およびその存在から出てくる基本的な理論的結論にたいする否定的態度を、ともなっているわけである。

このような観点は表面的なものであり、何故消費者の総体

は一定の価格と所得のもとで一つの需要を示して他の需要を示さないのか、どのような目的志向性が彼らの行動の経験的に観察される法則性の基礎にあるのか、という問題を完全に避けている。この問題への回答は、消費目的関数の存在に依拠する購買需要理論が与えている。

何よりも価格と所得の相互関係によって規定される任意の状況において、消費者の全総体はもっとも選好的であるような商品構造を選択しようとつとめる。最適な選択は幾何学的



第 1 図

には(二)の商品のはあい、消費目的関数水準曲線と住民所得方程式との接点としてあらわされる。価格が不変で所得が変化すればあいには、需要は

目的関数水準曲線が平行移動する所得曲線に接する点を結び曲線にそって移動するであろう(第一図)。

この曲線は、不変商品価格のもとでの所得の関数としての購買需要関数(ベクトル関数)の総体以外の何物でもない。明らかに、購買需要関数は相互に結びつきがないものとみなしてはならない。というのは、それらを結合してはじめて、任意の一定の所得水準のもとでのつりあいのとれた家計がえられるのだから。

解析的には、購買需要関数と消費目的関数との結びつきはつぎのように表現される。

消費者にとって、不変価格および一定の所得のもとで最良の商品セットを見出すことは、

$$U(Y) \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^n P_i Y_i = Z \quad (39)$$

とつう条件のもとで、ベクトル $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ を見出す問題に帰着する。

Z の値が変化すればあいには、購買需要ベクトル関数 $Y(Z) = [Y_1(Z), \dots, Y_n(Z)]$ はパラメータ問題(39)の解にはかならない。 Z に媒介された Y の解析的表現はこの問題の極

値の必要条件からえられる。すなわち、

$$U_i = \lambda P_i \\ \sum_{i=1}^n P_i Y_i = Z \quad (i=1, \dots, n) \quad (40)$$

ただし、 λ はラグランジュ乗数(最適所得評価)である。

このように、需要関数はつねに消費目的関数から導出することができる。逆の問題も解くことが可能である。

第一に、消費目的関数の存在そのものを需要関数の存在の仮定から導出することができる(ハウタッカー、宇沢、ウォルド、ア・ア・コニス、エリ・エム・ドウートキン、その他の研究)。第二に、需要関数およびそれと結びついた弾力性係数にもとづいて、消費目的関数の構成をおこなうことができる(イエ・エス・スルツキーやウォルドの方法)。

経験的観察にもとづいて導出された需要関数の性質は、消費目的関数の解析的性質とその形態を的確化することを可能にする。

購買需要関数はさまざまな商品に対応する特徴的な特殊性をもっている。ある商品については、需要関数は所得増加にもなつて上限に達し、あるいは減少しさえするが、他のものについては制約をうけずに増大する。圧倒的多数の商品に

たいしてはこの関数は非線型である。それゆえ、目的関数の構成にさいしては、不変価格のもとの所得の関数としての需要関数がモデルにもとづいて計算されるが、それが原則として非線型となるようなモデルを選ばねばならない。

しかしながら、大多数のばあい消費目的関数の構成には二次または対数モデルが選ばれ、それらには線型の需要関数が対応している。したがって、目的関数の二次および対数モデルは購買需要の基本的法則性を不正確にしか反映しない。これらの利用は、所得の大きくない変化と目的関数のパラメータの修正とのみ正当視できる。

上述の基準の数学的構造の単純さは、諸条件(小売価格、所得配分、その他)のさまざまなバリエーションにたいして、最適化計算をおこなう大きな可能性を開くものである。一連のばあいには、最適計画の発見方法もずっと簡単化される。

すでにのべたように、所得最大化は小売価格不変という条件のもとで消費目的関数を最大化することにひとしい。後者の制約条件ははなはだ本質的なものである。なぜなら、需要は所得だけでなく価格にも依存するから。理論的には価格は最大化される目的関数と結びつけられねばならない。こうし

ではじめて、価格は国民経済的最適計画の実現のために利用される。もし価格が最適国民経済計画からとられるのであれば、住民所得という基準からすれば最良の計画が、国民経済的最適の立場からして最良のものである保障はない。具体的にはこのことは、需要ベクトル関数が、所与の価格のもとにおいて厚生目的関数の可能値のうち最高値が達成される点に導かない、ということにあらわれる。

所得最大化基準の適用は、それゆえ、最適化計算の過程で需要関数のパラメータを的確化することを前提している。

この基準は、とくに基準量的消費計画化法を(目的関数あるいは品目構成比率をつうじて)、購買需要傾向を考慮することに結びつけるのを可能にする。関数において価格を変化させることによって、望ましい方向に需要を動かすことができる。

関数のパラメータの再計算は、所得最大値問題を解くさいにえられる生産物の最適評価に関する情報 $V_k = \frac{\partial Z}{\partial Y_k}$ にもとづいて、おこなうこともできる。これらの再計算の経済的内容は二つの観点から考察しうる。

第一に、需要関数のパラメータ P_k として利用される小売価格の比率は、最適評価の比率に近づけられねばならない。

このことは完全に正当である。なぜなら、最適評価は購買需要の依存関係をもふくめて、国民経済発展の諸条件の全総体を考慮しているから。

第二に、小売価格 P_k は、最適点における最適評価の比率により規定される生産物の可能的代替性比率 $\left(\frac{V_k}{V_j} = - \frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k} \right)$ の分析の結果、訂正されねばならない。これらの比率は、生産物の消費価値を考慮に入れて的確化されねばならない(ここでは消費の品目構成の的確化のさいと同様の手続きが適用される)。代替率の変化は需要と供給の均衡のために小売価格を変化させることを要求する。関数 $U(Y)$ の最大値に照応する、所与の需要関数のもとでの所得の最大値は、小売価格が等価的代替率に合致するようになるとき、すなわち、

$$\frac{P_k}{P_j} = - \frac{\Delta Y_j}{\Delta Y_k} = \frac{U_k}{U_j} \quad (11)$$

となるばあいのみ達成される。

九 所与の福祉水準の達成のための労働支出の最小化

この最適性基準は、実用国民経済モデルにおいてもっとも

しばしば適用される。その優位性は量的表現の簡明さと明確な経済的意味とにある。さまざまな生産物にふくまれる支出の測定は、財のセットの集合にたいする選好の体系化よりはずっと容易な問題である。

このような基準をもつ国民経済的問題の解は、あれこれの経済的施策の効率を節約された支出の大きさによって評価すること、すなわち、局所的計算において使用されている慣用的概念をもちいることを可能にする。

しかしながら、厚生目的関数の立場からすれば、生産物の生産にたいする支出の最小化は自己目的とみなすことはできない。あらゆる支出の節約は何よりも福祉の追加的向上の源泉である。この観点からするならば、すべての種類の社会的支出が経済的に等価的であるわけではない。それらのうち、労働支出は特別の位置をしめている。

労働の節約は物質的・精神的財の生産の追加的増大の源泉であるにとどまらず、それ自体が直接に社会的財である。生産部面における労働の節約は、労働時間の短縮と非労働・自由時間の増大の可能性、つまり人間のつりあいのとれた肉体的および精神的発達の必要条件をつくりだす。生産

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準(下)(小野) 一〇五 (二〇五)

物による欲望充足の所与の水準のもとにおける労働支出の最小化は、社会主義の条件のもとでは自由時間の最大化を意味するが、それは厚生目的関数のもっとも重要な構成要素の一つであって、この関数の値は不断に増大する。

労働支出最小化問題を解くばあい、物質的財にたいする欲望は二通りのやり方で与えることができる。すなわち、一定の消費ベリアント $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ によってか、あるいは一定の消費水準 $U(X) = C$ によってか。第二の方法の方がより効果的である。というのは、最適化の追加的要素、すなわち、生活水準を直接規定する諸条件の相互代替性をふくんでいるから。

消費目的関数の最大値と労働支出の最小値との相互関係は、ア・ゲ・アガンベギャンとカ・ア・バグリノフスキー⁽³⁹⁾とが証明した相互性定理⁽⁴⁰⁾によって確定される。

ここで考察している問題に適用すると、つぎのような一対の相互問題をつくることができる。

問題 A

$$(1A) \quad U(X) \rightarrow \max$$

)

$$(2A) \quad a_s(X) \leq b_s \quad (s=1, \dots, m)$$

$$(3A) \quad f(X) \leq L$$

$$(4A) \quad X \geq 0$$

(2)

問題B

$$(1B) \quad f(X) \rightarrow \min$$

$$(2B) \quad a_s(X) \leq b_s \quad (s=1, \dots, m)$$

$$(3B) \quad U(X) \geq 0$$

$$(4B) \quad X \geq 0$$

(3)

そのさう、消費財ベクトルYはベクトルX(生産および消費量)の一部とみなされる。

問題AとBとのちがいは、前者においては、制約された労働資源量(3A)のもとで厚生目的関数(1A)が最大化されるのたいして、後者においては、厚生目的関数(3B)の所与水準の達成のための労働支出(1B)が最小化される、という点にあるだけである。

第一の問題における労働の評価が厳密に正であつて、第二の問題においてCが第一の問題の $U(X)$ の最大値にひとしいならば、問題AおよびBの最適計画は合致し、問題AとBのそれぞれの制約条件の最適評価は比例する。第一の条件は

社会主義経済の合理的運営にさいしてつねにみたされねばならない。労働の節約は、節約された労働が生産物の生産にむけられるか否かにかかわりなく、福祉を増大させる。解放された労働資源は、勤労者の自由時間の増大という形態で社会的福祉を増大させることができるのである。

相互性定理は重要な理論的意義をもっているけれども、最適国民経済計画化の一連の実際の問題、すなわち、第一に、まさにどのような労働支出を最小化すべきであるか、第二に、厚生目的関数(条件3B)の形すら知られていないのに、その一定の水準をどのようにして与えることができるのか、といった問題にたいする解答を直接与えるものではない。

実際には、労働の資源および支出には区別がある(職業・資格の構成、その他について)。相互性定理の条件は、あらゆる「不足」資源の支出は最小化されねばならないということについて、語っているだけである。しかしこれらの資源は非常に多く、そのなかには多くの種類の労働資源も入っている。ことなつた種類の労働はひとしくしない社会的重要性をもっており、それゆえ、いかなる種類の労働支出を最小化すべきかという問題は決してどうでもよいことではない。単なる労働

支出ではなく、社会的（又は社会的必要）労働支出の計算の問題は、実際的にだけでなく理論的にもきわめて複雑な問題である。その完全な解決は最適国民経済計画にもとづいてはじめて可能である、と考えるべき根拠がある。

われわれの見解では、国民経済的問題Bにおいては労働支出の総計をいかなる還元もおこなわずに最小化する必要がある。労働資源は全体としてのみ経済的に再生産不可能である（展望計画の正常な長さに対比できる期間をとるならば）。労働資源の個々の種類は再生産可能である。労働資源の変形（一つのグループから他のグループへの再配置）の条件は、労働資源の種類に応じた問題の特別の制約条件のなかに反映されねばならない。このほか、問題の条件のなかで、労働資源の変形（教育、資格変更、その他）のための支出が考慮されねばならない。

目的関数 $U(X)$ およびその最大限達成可能な水準が知られているとするならば、問題Bの解は実際の意味をもたないであろう。しかしながら、問題Aの最適計画と合致するよう⁽⁴¹⁾な問題Bの最適計画の存在の証明は、最適国民経済計画のさまざまな近似的追求方法に道を開くものである。

労働支出最小化基準は、まず第一に、社会的福祉最大化問

社会厚生目的関数と実用国民経済モデルにおける最適性基準（下）（小野）

題への段階的接近の基準とみなす必要がある。最適計画の発見過程は、現有労働資源のもとで最大限可能な消費水準に到達するとき終了すると考えることができる。⁽⁴²⁾

消費水準の確定にさいして、物質的財の同等に選好的な組合せの方程式の近似的な編成を利用することができる。

(39) A. Г. Аргентин, К. А. Барниновский. О задаче народнохозяйственного оптима, «Вопросы экономики», № 10, 1967. 参照の「 λ 」類似の結果をマ・エリ・ルリヒがえべづる (A. J. Лурье. Абстрактная модель оптимального хозяйственного процесса и о. о. оценки, «Экономика и математические методы», №. 1, 1966.)。

(40) 相互性定理は数学的プログラミング問題一般に関する数学上の結果である。それゆえ、この定理は多様な解釈が可能である。

(41) 関数 $U(X)$ は知られているが、その最大限達成可能な水準は未知であるときには、条件 $U(X) \geq C$ をふくむパラメータ・プログラミング問題を解くことができる。ただし λ は変化するパラメータである。かならず、 $\lambda C = \max U(X)$, $\min f(X) = L$ となるような λ^* の値が見出される。

(42) 社会は、特殊な目的としての労働支出の最小化にたいして、自由時間の増大が労働時間の削減の結果失われる物質的財の量よりも選好的である範囲でのみ関心をもつ、ということ

とに注意しておこう。自由時間(A)と物質的財(B)との
等価的代替性は、経済的最適の必要条件

$$\frac{U_A}{U_B} = -\frac{dY_B}{dY_A}$$

を規定する。