マルクス経済学における数学利用

——その問題意識と基礎について

建林正喜

目次

はしがき

——主題の心理的及び論理的側面について

この貧しい小論を敬愛する相沢教授の停年退職の記念に捧げる機会を与えられたことは、筆者の大きな感激である。いまわたしの書架から教授の旧著の一つ『経済学説史』（三笠書房、初版昭和十三年、再版昭和二十二年、定価

二十八円）を探し出しページをめくってみれば、改めて感慨なきを得ない。教授はこの再版の序文で、敗戦によって反動勢力は急速に消滅しつつあるが「それは『外から』の或いは『上からの』力で行われているに過ぎず、言論思想の自由は保証されたが、国民各個人の自覚は一向に盛り上って来ない」と嘆き、経済学者として黙視できない決意を吐露されている。この嘆きと決意は、一応保証されたかにみえる「言論思想の自由」が、今日一枚一枚はぎとられつつある現実に直面してますます強まらざるをえない。

さてわたしはさきに本誌第十九巻第三号（昭和四十五年八月）に「近代経済学における数学利用」と題して一文を草し、数学を利用する近代経済学者の問題意識と利用方法を、賛否対立する論争の形で紹介し、かつ多少の私見を加えた。この論争を回観すれば、同じ陣営の仲間のコミュニケーション（サムエルソンに言わせれば心理的様相）の問題が中心になっているといってよい。ところが最近経済学における数学の利用が社会主義諸国のあいだにも普及していることは周知の事実である。これにたいしマルクス経済学者の陣営では、経済学における数学利用はブルジョア経済学にたいする屈服であるという強硬な数学利用否定論から、この方法がマルクス・レーニン主義の精神にも合し、経済学は精密科学にならねばならぬという肯定論にいたるまで、大幅な、それも階級的視点からの大幅なギャップがあることが、近経のばあいのギャップとニュアンスを異にする一つの特徴をなしている。

いったい経済学における数学利用はマルクス経済学にとって異端なものかどうか。一部の経済学者にとっては、数学的手法は形式論理であって唯物弁証法ではないという形で、すでに「解決済み」である。しかしそういう解決の仕方では、形式論理学と弁証法とが、二者択一的な経済学の方法として提起されているにすぎない。しかもこの方法論争は、スターリンが言語の階級性について問題を提起していらい未だ決着しないままに、数学利用の

既成事実の方が先行しているのではないか。わが国でもすでに十年も前からこの方法論争は進行しながら、同じような事態が進行しているのではないか。

相沢教授の著書『経済学基礎理論』（一九六四年）は気品の高い名著であるが、そこでもこの問題は正面からとりあげられてはいない。このさい数学について貧しい知識しか持ち合せていないわたくしが、盲目蛇に怖じざるたとえにも似て、敢てこの主題を設定したのは、相沢教授の教示にそうて、さらにマルクス経済学の理解を深め「言論思想の自由」の中味を豊富にせんがためである。なお関弥三郎教授、荒井正治助教授から貴重な示唆を受けたことを述べておかねばならない。本稿における数学統計学の理解にあやまりあるとすれば、それはわたくしの責任である。

（一）二つの経済学における数学利用の切点

――エコノメトリーにおける数学利用の評価

（一） さきに別の機会で紹介したように、経済学でどんなふうに数学が利用さるべきかについて、J・ティンベルヘンは計量経済学における数学利用を代表例とし次のような要素をあげた。(1)

(i)現象を取捨選択し認識対象を限定する

(ii)現象の記号化

(iii)諸現象のあいだの因果的および関数的諸関係についてどんなことが判っているか

(iv)右の諸関係の定式化

(v)認識目的の設定＝未知数とパラメーターの設定

(vi)連立方程式を解く

そして数学が役に立つのはこのうち(ii)(iv)(v)(vi)の四点についてであって、(i)及び(iii)は経済学の問題であり、数学的手法の問題ではないというのである。そしてティンベルヘンはここからさらに二点について、数学的手法の利用に際しての心得を指摘する。第一はほんらい経済学の主題である(i)及び(iii)が、その手法である数学の取扱いに便宜なように歪曲されて、経済学ではなく数学が主人公になってしまうようなことは避けなければならない。第二に(ii)(iv)(v)(vi)は数学が役立つ分野だといっても、役に立つ手法は数学だけではない。だからまず最も簡単な例解（illustration）をもって説明し、必要に応じて数学による一般化を行なうべきである、というのである。

（二）　さてマルクス経済学の立場からするブルジョア計量経済学批判の文献には事欠かない。ここではわが国にもはやくから紹介されたИ・Г・ブリューミンの所説を参照しよう。[2] 彼によれば、計量経済学者は計量経済学が経済学、数学および統計学の原則の結合の上に樹立されていると強調するが、その理論内容は限界効用および限界生産力理論から景気循環論にいたるまでさまざまであって、「重要な方法論的問題や理論的問題について単一の見解をもつ一枚岩のような流派と見ることはできない。[3]」そうした計量経済学にたいするブリューミンの批判の第一点は「雑多な計量経済学の著作を統一している一般的特質が、理論的分析においても、実際的統計資料の分析においても数学をひろく適用する[4]」という不当な数学重視に向けられる。もっとも後述するように、数学はマルクス経済学においても用いられているのだから、これは誤った方法で数学が「ひろく適用」されていることへの論難である。そのあやまった適用とは、経済諸量間の関係を規定する推計方程式に、誤差項を含ませるス

トカスティクスの方法である。[5] これは必然性を偶然性に埋没し、決定論を不可知論に置きかえるブルジョア思想にほかならない。なぜなら基本的及び副次的因果関係が否定されれば、一の事象から他の事象に至る過程を左右する「すべての可変的要因を考慮することは、計量経済学者の意見によると、原則的に不可能」[6] となるからである。

かくてブリューミンによればストカスティクスは二つの階級的意義をもっている。一つは社会主義革命への必然性を蔽いかくすことによって「社会主義が西ヨーロッパの不可避的な発展段階ではなく、おそらくほかにも資本主義社会の進化の仕方があるにちがいないことを立証しようとする」反動的役割。もう一つは、資本主義経済変動の実際が計画目標を外れるおそれを予め弁解すること。

次いで計量経済学に対するブリューミンの批判の第二の批判点は、その雑多な理論内容のうち特に限界効用及び限界生産力説に向けられている。前者については、貨幣の限界効用の計算が「オーストリア学派のもっともばかげた虚構の一つである」こと、「個々の商品の効用は相互に質的に異なっており、したがって集計することはできないから」「所得のなにか総合的、集計的な効用を測定しようとするあらゆる試みは根拠のないものだ」ということが簡単に指摘される。効用の不可測性は、たとえパレートのファンクショナル・インデキスの手法によっても回避できない。その点ではブリューミンの批判は当っている、とわたしも考える。

興味があるのは限界生産力についてのブリューミンの理解とその批判である。彼はクラインが生産関数を

$$x=f(n,c,d,u) \tag{1}$$

（生産量 x は投入される労働量 n、原材料 c、資本 d によって定まり、u は各種要因の確率的影響をあらわす誤

差項）で定義し、これを解いて

$$\frac{\partial x}{\partial n}=\frac{w}{p}+v \qquad (2)$$

を得ているが（但vは残差）、この式について「なによりもまず、賃銀〔w/p〕が何故いわゆる〔労働の〕限界生産物〔$\partial x/\partial n$〕と結びついているのか、その理由を著者はまったく立証していない点に注意を向けよう[7]」という。

ここにはブリューミンの思いちがいがある。計量経済学は数理経済学の定式化した命題を前提とするが、数理経済学と同じものではない。まず数理経済学は企業の生産要素の投入と、それによってえられる生産量とのあいだに

$$x=f(n,c,d) \qquad (1a)$$

なる関数関係を想定するが、これは決して単なる虚構ではなく、fがいかなる形であれ生産を規定する技術的関係を反映する。しかしこの生産関数はつねに、資本制生産の主役である利潤V

$$V=px-(wn+\pi c+\gamma d) \qquad (3)$$

を、最大にしようとする企業の目的活動を制約する条件であるにすぎない。（ここでwは貨幣賃銀、πは原料価格、γは固定資本賃貸料）。限界生産力説は、この二つの式から、利潤最大点において、企業が要素価格

$$p\frac{\partial f}{\partial n}=w\ ;\quad p\frac{\partial f}{\partial c}=\pi\ ;\quad p\frac{\partial f}{\partial d}=\gamma \qquad (4)$$

をもって各生産要素を需要することを教える。なぜならば利潤Vの最大は

$$dV=0=p\left(\frac{\partial f}{\partial n}dn+\frac{\partial f}{\partial c}dc+\frac{\partial f}{\partial d}dd\right)-(wdn+\pi dc+\gamma dd)$$

$$\therefore\quad \left(p\frac{\partial f}{\partial n}-w\right)dn+\left(p\frac{\partial f}{\partial c}-\pi\right)dc+\left(p\frac{\partial f}{\partial d}-\gamma\right)dd=0$$

において、したがって各カッコ＝0において与えられるからである。これはもちろん生産要素を需要する企業の行動の準則をしめしている。

しかし計量経済学は右のような数理経済学の仕事が終ったところから出発する。すなわち(4)をシステマティック・タームとし、uをランダム・タームとする(1)式からはじまる。この式が

$$x=a_0+a_1n+a_2c+a_3d+u \qquad (1b)$$

なる線型をとるとき、数理経済学で変数であったn c dおよびxの四つの価は、いまや統計的な観察値の組、として与えられ、自由度がゼロでない（この観察値の組の数がこの場合説明変数の数の四ヶ以上である）かぎり、uはゼロとはならない。しかしこのuを最小ならしめるようなパラメーターa_0 a_1 a_2 a_3を統計的に見付け出すことが計量経済学の課題である。その意味では確率関数(1)は生産関数(1a)のような決定論ではない。しかしそれは生産について何も判らないということではない。(4)の要素価格はそれぞれ残差vを含んで

$$\frac{\partial f}{\partial n}=\frac{w}{p}+v_1\ ;\quad \frac{\partial f}{\partial c}=\frac{\pi}{p}+v_2\ ;\quad \frac{\partial f}{\partial d}=\frac{\gamma}{p}+v_3 \qquad (4a)$$

となることは、クラインが示しているとおりであって、ブリューミンの批判する(2)式は右の(4a)のなかに明示されている。

生産関数を(1b)のような一次形式と考えるのは恣意的である、という批判があるかもしれない。ブリューミンもまたその点を指摘する。

「クライン、ダグラス、クラークなどは、生産要因が、数学用語で表わせば、独立変数であるということから出発する。この想定に基づいて、彼らは、一つの生産要因の大きさは変化するが、他のすべての要因は依然とし

て不変であるという諸条件の下で生産物の数量の変化を決定してもよいと考える。この議論は証明されたものと考えて、クラインもまた偏微分 $\partial x/\partial n$ の解明にとりかかる。……しかるにこの端緒的命題が根本的に誤りである。生産要因をどんな場合にも独立変数と考えることはできない。実際生産費が、ただ労働もしくは固定資本もしくは原料のみの追加的投入によって増加するものであると考えることは、まったく非現実的である。真の経済的現実では、生産要因のあいだに一定の、変化するとは云え相互関係があり、それは生産上の経済的要因によって決定され、クラインやその他のようにそれを無視することは許されない。」(8)

これは生産関数の多元共線性の問題である。クラインが生産関数を

$$x=a_0+a_1n+a_2c+a_3d+(a_4n^2+a_5c^2+a_6d^2)+(a_7nc+a_8nd+a_9cd)+u \tag{1c}$$

なる非線型で与えていることは『計量経済学』を覗いたひとであれば誰でも知っている。この形式では、右辺第二カッコはまさにブリューミンがいうとおり生産諸要因のあいだに技術的な相互関係があることをあらわしている。nc nd cd 等は変数変換によって一次形式であらわし、パラメーターの価を誤差項 u を最小ならしめるよう決めることができる。もっとも第一カッコの中については、その経済的意味が不明であるという理由で否定的な意見もあるから（わたしは必らずしもそうは思わないが）、これは無視しても構わない。大切な点は計量経済学が数学的に表現（定式化）された経済法則を前提としているという点であって、この定式化によって経済法則がえられるのではないということである。どんな経済現象も、量的規定を欠いた質的規定の独り歩きではありえない。量は質によって規定されつつ、その変化は質の変化に転化するのである。

右のような意味で看過できないのは、マルクスが『資本論』に適用した数学的手法である。たとえば第一巻第

五篇第十五章では次のように述べられている。――「労働力の価格と剰余価値との相対的大いさは、次の三つの事情によって制約されている。（一）労働日の長さ……（二）労働の標準的強度……（三）……労働の生産力。これら三要因のうち一つが不変で二つが可変であるか、または二つが不変で一つが可変であるか、または最後にすべて三つが同時に可変であるかに応じて、明らかに、きわめて相異る諸々の組合せが可能である。(9)」（傍点原文）その他剰余価値の資本への転化を扱った第七篇第二十二章において、蓄積の大いさを資本家の消費性向と、それとは独立に資本家所得の大いさの変化から説明する二つの節(10)等々、明きらかに偏微分手法が見られるのであって、これは代数学から微分学にいたる数学のうちに、弁証法論理を確認したマルクスにとっては当然の分析方法だったといえよう。

（三）　ブリューミンの計量経済学批判が、その手法及び理論内容にわたる数学主義に向けられていることは以上のとおりである。これはもちろん簡単な単一方程式完結モデルを例にとった批判である。しかし連立方程式モデルについても同じような批判が成立するはずであって、かような批判の方向は、一般に多くのマルクス経済学者の主張を代弁しているといってよいであろう。(11)すなわちそれによれば、もしも実在認識の方法がまちがっていれば認識内容が正しい筈がない。近代経済学の理論がまちがっているのは、出発点でその認識方法がまちがっているからだ。近代経済学の認識方法の主要な特徴は何か、それはその数学主義である。数学的手法はほんらい形式論理的であり、事物の同一性・静止性・不変性にしがみつき、その運動と発展をとらえる弁証法的論理をもたないというのである。こういう推理を辿っていけば、マルクス経済学者はブリューミンと同じ結論に達せざるをえない。

既述のようにブリューミンは、計量経済学の手法である確率論（ストカスティクス）は不可知論であるという。しかし確率論はすでにその古典的段階で、骰子やトランプの組合せの例にみるように実在を反映していたのであって、その点では代数学や幾何学とちがいはない。「新しい数学」の段階においても事態の本質に変りはないと考える。ストカスティクスでは、一方において現実の諸事象が集団的規則性をもつことが既に判っているときに、その規則性を確率論形式の枠に押しこめるのではなく、この形式に照らして認識しようというのであるから、そこから食み出す不確定性があるかぎり、ストカスティクスは非決定論だといえばそのとおりである。しかしそのことは、諸現象の規則性について何も判らないということではない。もしもはじめにこの規則性が判っていなければ、文章によってもストカスティクの数式によっても、何も説明できない。ストカスティクスにおいては、この規則性が判っているばあいに、それがあらわれる不確定性の程度を客観的に計量しうるのである。

ブリューミンは「偶然性とは必然性の顕現形態である、したがってまた必然的関係の性格が変化すれば、不可避的にその顕現形態も変化せざるをえない」[12]と云い、資本主義のもとでは「社会経済的部面における偶然的性格は、通例として、自然や技術などの偶然的要因に特有な安定性をもっていない」[13]とし、誤差項を含むストカスティク体系を否定する。そして次のように云う。――「経済過程における決意の理論、資本主義社会の経済的個人の行為における一様性が大数法則の存在によって規定されていると考えるのは、まったく誤りである。実際には、経済現象（価格形成、雇用水準、生産量の動態、国民所得の分配等）は、資本主義生産のそれぞれの法則によって規制される。大数法則についていえば、その作用によって偶然的要因が資本主義生産の諸法則の作用に大きな影響を与えることはできない。なぜなら、それらは相殺されるからである」[14]と。

周知のようにマルクスは一方における価値と価格の乖離が、他方における逆の乖離によって相殺されること、産業循環の一周期を通じて一の局面における価値と価格との乖離が他の局面における逆の乖離によって相殺され、価値法則が平均的に傾向的に貫徹することを強調した。これは価値と価格の一致の必然性が、その不一致の偶然性を媒介として貫徹するということであり、不一致が一致の現象形態だということである。これはまさに大数法則であり、確率分布でいえば、価値と価格の一致の必然性を中心にして、その左右に乖離の正規分布が与えられるということである。われわれの観察の事例が少ないばあいはこの分布は偏っている。価値と価格は一致しないかもしれない。しかし商品生産がひろがり、事例が多くなればなるほどこの偏りは相殺され正規分布に近づく。つまり観察される母集団からえらばれる標本の数が多いほど、われわれは集団の特性について正確な知識を得るはずである。これは価値法則がよって立つ大数法則の基礎である。しかしこの標本数がどんなばあいにも有限であることに着目すれば、われわれは適当に抽出した標本から、一定の誤差の幅をもった対象の特性を規定することができる。これはストカスティクスの基礎であって不可知論でも何でもない。大数法則もまたストカスティクスと同じ数学的基礎に立っており、後者を否定したブリューミンが前者をも否定したとき、彼は盥の湯と一しょに赤ん坊をも流してしまったのではないか。あるいはこのことに彼は気がついていたのかも知れない。というのは彼は次のように云っているからである。――「経済過程のストカスティックな解釈は、その不可知論とともに否定されなければならない。そのことは、もちろん、経済研究における確率論の利用を否定することを意味しない。それどころか、この理論の助けによって、研究すべき現象に対する不確かな要因を算定する試みは、理論的分析に基づいて得られた結果の検証を可能にする方法として歓迎に価するものである。このように、否定すべき

は確率論と結びついた技術的方式ではなく、経済過程を研究するための哲学的方法論的基礎として確率論を利用する試みである」[15]と。

ストカスティクスが不可知論ではないことは既に指摘したとおりであるが、かりにその点は別にしても、それが数学的手法として経済学に利用されることはブリューミンによっても認められているわけであって、この点では、本節冒頭に紹介したテインベルヘンの計量経済学における数学利用の承認と、両者のあいだに意見の差はないといわねばならない。対立は数学利用の出発点となる哲学的方法論的立場にあるということになる。あるいはどんな経済学に数学を利用するかということにある。

(1) The Review of Economics and Statistics, Vol. XXXVI, Nov. 1954, p. 365 f.
(2) И・Г・ブリューミン『ブルジョア経済学の危機』モスクワ一九五九年、平館利雄・宮崎義一共訳『近代経済学の再検討』一九六一年、第九章「計量経済学、その本質と現代ブルジョア経済学における位置」参照
(3) 前掲書四八二ページ
(4) 同四八七ページ
(5) 同四九一ページ
(6) 同四九〇ページ
(7) このところはL・クラインの著書（L. R. Klein; A Textbook of Econometrics, 1953 邦訳『計量経済学』岩波現代叢書）によっている。四ページ以下をみよ。わたしはここでは(2)式が近代経済学の常識であることを補っただけである、
(8) ブリューミン前掲書、四九九ページ
(9) 長谷部訳『資本論』文庫本 ③ 八一八―八一九ページ
(10) 同④九二〇、九三二ページ
(11) たとえば是永氏は、計量経済学モデルで体系項を提供する経済学の連立方程式モデルを例にして、(i)数量化しうる経済現象しか考慮されない限界性、(ii)本質的なものを非本質的なものから区別しえず、原因を結果から区別しえない形式性を指摘する。

そしてさらに計量経済学モデルの誤差項については、それが(イ)体系項の定式化の誤りから生じる定義誤差と(ロ)統計観測のさいに生じる観測誤差の合計から成り、観測誤差はゼロと（すなわち誤差は正規分布していると）仮定されているが、利害関係によって左右される観測値に偏りはさけられないとして、この仮定を否定する。そして「誤差項が確率的に決定（?・）されるというのは誤差項＝不確定としたことの表明である。そしてそのことはけっきょく現象＝経済変量の背後には何らの原因も認めないという不可知論の表明にほかならない」と断定する。（「計量経済学的模型分析」経済評論昭和四〇年一月号）

(12)(13)(14)(15) ブリューミン前掲書四九三ページ

(二) マルクス経済学における数学利用とその基礎

(一) さて経済学に数学が利用されるばあい、数学のどんな機能が経済学に利用できるのであろうか。かつてL・ヨハンセンは「マルキシズムと数理経済学」と題する一文[(1)]で「われわれは数学が充す四つの機能を区別できるであろう、尤もこの区別は決して明瞭なものではないが」と前置きして、次のような機能をあげた。

(1)数学の〝言語〟機能（“language” function）――このばあい数学は真に新しいものは何も生み出さないが、議論や理論に厳密さと簡潔さを与える。

(2)数学の〝推論〟機能（“inference” function）――数学は前提のうちにすでに含まれている結論をひき出しうるにすぎないとよく言われるが、これは数学なしで済ませるということではない。われわれは数学によらないでは前提の含意が何であり、何故であるか判らない問題に屢々ぶっつかるのである。

(3)数理経済学にとっては、諸関係を数量化し、仮説を検定するため限なく統計情報を利用する必要があるが、その有効な方法を見付けるために数学が特に必要である。わたしはヨハンセンに代ってこれを数学の検証機能と

呼んでおこう。

(4)さいごに、近年数学は、大規模電算機を用いて広汎多岐にわたる問題の解法をうるために、ますます必要になっている。これもヨハンセンに代って数学の実用性と呼ぶことにする。

ヨハンセンのあげた以上のような数学の機能の区分については、必ずしも異論がないわけではない。しかし数学をそのまま形式論理学とみる立場は、言語機能と推論機能とを一括して同義反復であるとみる。わたしは数学そのものは固定した思考形式の科学ではないと考えるので、彼の区分をみとめたい。さて彼は以上のような数学の機能をあげたうえで、経済の諸問題はきわめて複雑だから、「非弾力的な数学の公式」にはめこめることはできないという反論にたいして、それは誤解であるとして二点をあげる。第一に数学の推論機能からすれば、問題が複雑だということは数学利用に有利な根拠でこそあれ、不利な論拠であるはずがない。第二に数学が「考慮」できるのは、量的に可測的な概念であるばかりでなく、不等式論や確率論や「専ら質的な諸関係を扱う数学の諸分科」（たぶん記号論理学や集合論を指すのであろう）がある。つまり数学の扱う範囲は量的分析から質的分析にいたる広い範囲をカバーしていて、経済学の手法としての資格条件を充すというのである。

さてここには二つの問題があって、一つはなぜ数学的手法に前記四つ、特にはじめの三つのような機能が成立するのか、もう一つはそれにもかかわらずなぜマルクス経済学は数学的手法一般にたいして（特にいわゆる「新しい数学」にたいして）、消極的であるのかという問題である。

(一)　まずはじめの問題については、一、二の例で説明するのがよかろう。

周知のように、[2]単純再生産の均衡条件は、二部門三分割を採用し、資本家のみが貯蓄すると仮定すれば $M=K$

（Kは資本家の基本消費）であって、この場合各部門の生産物供給価値

$$Z_1=C_1+V_1+M_1 \;;\; Z_2=C_2+V_2+M_2 \tag{1}$$

が、生産財及び消費財の需要

$$D_1=C_1+C_2 \;;\; D_2=V_1+K_1+V_2+K_2 \tag{2}$$

に等しいこと、すなわち

$$Z_1+Z_2=D_1+D_2 \text{ 或は } (Z_1-D_1)+(Z_2-D_2)=0 \tag{3}$$

なることが再生産の均衡条件である。この均衡条件は

$$Z_1=D_1 \;;\; D_2=D_2 \tag{4}$$

なることを必要としないが、しかし(4)が成立すれば(3)は必ず充たされる。すなわち(4)は均衡成立の充分条件である。マルクスはこういう形で単純再生産の均衡条件を規定したのであった。そこで(4)の第一、第二式から単純再生産の均衡条件

$$V_1+M_1=C_2 \;;\; C_2=V_1+M_1 \tag{5}$$

が得られることは云うまでもない。この二式は数学的には互に交換式となっており、どちらか一方が成立すれば他方は自動的に成立する。スイージーをも含め多くのマルクス経済学者が採用してきたのはかような見解であった。しかし第一式は生産財の、第二式は消費財の需給均等からみちびかれ、一方をもって他方に代用しうるものではない。なぜなら全般的過剰生産においては、形式的には互に矛盾する二つの不等式

$$V_1+M_1>C_2 \;;\; C_2>V_1+M_1 \tag{6}$$

が成立せねばならぬからである。このことはマルクスがいうように、単純再生産の均衡条件を「差し当り貨幣流通を無視して」規定することが、何を仮定しているかを明らかにする。貨幣流通を捨象した物々交換では(5)式は

$$V_1+M_1 \leftrightarrows C_2$$

であって生産財の供給はそのまま消費財の需要であり、消費財の供給はすなわち生産財の需要であって、両者のあいだに需給の不一致などありようがない。すなわち(6)の成立はありえない。(6)の不均衡の生じる可能性は、単なる

$$2000(V_1+M_1)=2000C_2$$

によってではなく、素材の構成と貨幣流通を含む

$$\text{原料}\ (1000V_1+800M_1)+\text{機械}\ 200\,M_1$$
$$=\text{消費財}\ 1800\,C_2+\text{(A)消費財}\ 200\,C_2'+\text{(B)貨幣}\ 200\,C_2''$$

によって与えられる訳であった。そしてマルクスが次のシェーマ（実線商品の流れ、点線貨幣の流れ）

機械 200 M_1

(A)消費財 200 C_2'、　(B)貨幣 200 C_2''

によって(5)の縮約式としたことは周知のとおりである。これによって(6)式のしめす不均衡は第Ⅱ部門の現実的補塡C_2''と貨幣的補塡C_2'とのあいだの不均衡によって生じることが判る。

このことはヨハンセンのあげた数学の二つの機能が、この簡単な代数式に含まれていることを示している。まず(5)の第一、第二の両式は同じC_2で記号化さるべきではない。しかし二つの式のC_2がどんなふうにちがうかが判ってしまえば、これによって、マルクスが問題なしとして看過したI部門のC_1についても、現実的補塡C_1''と貨幣的補塡C_1'の一致が仮定されていることが判るのであって、これはかくされた前提を明きらかにする数学の推論機能であると云わねばならない。

右の議論は蓄積を伴う拡大再生産のばあいについてもあてはまる。そのことを詳論する余裕はないが、ここではB・C・ネムチノフの、ソ連における国民経済バランスの発展を論じた一文「経済学の研究における数学的方法の利用」(3)から、マルクス拡大再生産表式に関説した部分を引用してみよう。ただし記号は既出わたしのそれに合すよう書き改めてある。ネムチノフは蓄積の物質的基礎は

$$V_1+M_1>C_2$$

にありとし、剰余生産物(Mehrproduktion)を一括 $M(=M_1+M_2)$ であらわし、そのうちのpパーセントが消費され(消費額はpM)、qパーセントが不変資本として蓄積され(qM)、zパーセントが可変資本zMとして蓄積されるものとする。(これはKを資本家の基本消費とすれば $pM=(K_1+K_2)+(\Delta K_1+\Delta K_2)=K+\Delta K$; $qM=\Delta C_1+\Delta C_2=\Delta C$; $zM=\Delta V_1+\Delta V_2=\Delta V$ だということである。) $p+q+z=1$ なることはいうまでもない。

さてマルクスやレーニンは「つぎのような等式を設定した。

$$P_1=C_1+C_2+\Delta C\ ;\ P_2=V_1+V_2+\Delta V+K+\Delta K \tag{7}$$

これらの等式にP_1とP_2の下記の価を代入する。〔傍点引用者〕

$$P_1=C_1+V_1+M_1 \quad ; \quad P_2=C_2+V_2+M_2 \qquad (8)$$

そうするといずれの場合も同じくバランスのとれた拡大再生産の方程式〔均衡条件〕

$$V_1+M_1-C_2=\varDelta C \qquad (9)$$

がえられる。(4)」

ネムチノフは、このあとでマトリックスを用いて(9)と同じ結果がえられることを示すのであるが、それは本論に直接関係がないから省略する。

さていま「拡大再生産の物質的基礎（潜在能力）をあらわす量」を生産手段についてはQ_1、消費手段についてはQ_2であらわせば

$$Q_1=P_1-(C_1+C_2) \quad ; \quad Q_2=P_2-(V_1+V_2+K+\varDelta K) \qquad (10)$$

「この等式を〔P_1とP_2との値を代入して—(8)式のP_1、P_2である〕〕バランスのとれない拡大再生産……について改造すると、つぎのような甚だ重要な関係がえられる。

$$Q_1=V_1+M_1-C_2 \quad ; \quad Q_2=(q+z)M-Q_1 \qquad (11)$$

この式はたとえばもし $Q_1>(q+z)M$ ならば $Q_2>0$、すなわち「〔消費対象の〕拡大再生産のための物質的基礎（潜在能力）が負の量であるということは、〔消費対象の〕過剰生産を意味する。」こうしてネムチノフはバランス係数

$$B=\frac{(q+z)M}{Q_1}$$

を考案し $B\gtrless1$ にたいし投資の過大、均衡、および不足を判定しようとするのである。

ネムチノフの再生産表式の主要な特徴は、終始需給一致が仮定されていることである。というのは(7)式のP_1、P_2は明きらかに生産財、消費財の需要であり、(8)式のP_1、P_2はこれにたいし生産物の価値組成をしめす供給式である。だから(8)を(7)に代入した途端に需給の全般的な不一致の可能性は消失する。したがってまた生産財の剰余生産が悉く投資されないで投資不足が生じるばあいには、恰かもそれに見合うだけの消費財の需要超過が存在し(及び逆)、総需要が総供給に等しい枠の中で部分的不均衡があるにすぎない。しかもそれすらも(9)式をみちびく過程では否定されている。それゆえ全体として需給の一致を仮定し、部門間の均衡を仮定しながら(11)式からバランス係数をみちびくことは意味のない推論といわねばならない。

もっともこのことは、それでまた資本主義と区別される社会主義生産の特徴をあらわしているのかも知れない。資本制生産の推進力は利潤追求であり、投資がもたらす利潤の変動が投資の水準とパターンを決め、ひいて総需要と総供給の一致と不一致を決める。[5] しかし社会主義のもとでは剰余生産は悉く蓄積されるのが立前であり、そのための技術選択があるにすぎない。総需要と総供給の不一致は計画上のエラーを別とすれば本質的な問題ではない。そうだとすればネムチノフのマルクス再生産の数学的処理が、何を前提としていたかもまた自から明きらかである。

(三) 数学の言語機能については、二つの経済学を通じ異論はないように思われる。かつてサムエルソンがウィリアム・ギブスの有名な言葉――「数学は一の言語である」――を引用していらい[6]、近代経済学者のなかで数学の言語機能を否定するひとは稀れである。この言語機能は、数学は理論がすでに判っているときに、それを記号や数字であらわすだけで何も新なものをつけ加えないということである。この意味での数学は同義反復(tautology)

の一形式にすぎない。しかしそれは実在の量的側面にかんするかぎりでの同義反復である。たとえばりんご一個も、友人の一人も、書物の一冊もみんな一であるとき、この一はあらゆるものの一単位であるが、それはいかなるものの一単位でもないことによってそうなのである。すなわちこの一はあらゆる質からの抽象である。こうして数学は実在からあらゆる質を抽象したあとで、その量的関係と空間的形式だけを反映する。しかしまさにそのことによって、たとえば一は友人の一人であり、りんごの一個であり、書物の一冊でもあるのであって、この一は質的区別にみちあふれている。(7)このことは数学がつねに実在からさまざまな課題を受取りつつそれを解決していく過程に、すなわち数学の推論機能の発展のうちにあらわれている。古代数学のことは措いても、古典数学から現代数学への推移はまさに数学の推論機能の発展にほかならない。(8)

数学が抽象的で形式的な思考の科学であることは周知の事実である。そのことは与えられた前提から出発した正しい推論（演算）が、しばしば現実を反映しない結論に達する点にもあらわれる。数学は与えられた前提を記号によって定式化する手続きが正しいかどうかに関与しない。数学が関与するのは推論（演算）が形式的に正しいかどうかだけである。結論が現実を反映しているかどうかもまた数学の関知するところではない。この意味で数学は屢々同一律や排中律や矛盾律に支えられた形式論理学と同列におかれる。しかし数学は単なる形式論理学ではない。(9)たとえばもしも前提が経済学的に意味があり、正しい演算で現実を反映しない結論に達すれば、正しい結論に達するための正しい演算がいかにあるべきかが問い直される。演算の正しさは相対的なものであり、不断に一般化と特殊化とをくり返す。それが数学の進化の過程である。このことは正しい演算の結果が現実に合するかどうか判らないばあいでもそうである。かような演算の結果は一つの仮説として提示される。

仮説が現実を説明できるかどうかは検証にまたねばならない。これもまた数学の主要な機能である。自然科学の分野では実験が検証を行なう。社会科学では統計数学による解析がその役割を果す。検証の結果が現実に合することは、実在について新しい法則が発見されることを滅多に意味しない。その挫折感はかつて紹介したサムエルソンの言葉[10]のとおり、「たったこれだけのことか」という失望である。しかしそれはまだよい方であって、数学的推論の結果の出しっ放し、これはまさに近代経済学の（マルクス経済学にも無いとはいえない）数学的形式主義である。

（四）　さてマルクス経済学における数学利用の基礎はどこにあるか。

『資本論』における数学利用の最初の例としてあげられるのは、第一巻の冒頭第一章の価値形態論である。[11]

価格形態の歴史的にも論理的にも出発点となる簡単な価値形態

X商品ｘ量＝Y商品ｙ量

の論理は、等しいが等しくない、しかしまさにそのことによって等しいという矛盾の論理である。等号はまず交換が行なわれるということを意味しているにすぎない。交換という経済現象がなぜ数学の等号で示されるのか。それは数学の交換律の借用である。この交換律はXとYとが互に相異る使用価値であるということによって破られる。しかしまさにそのことによって、すなわち相異る使用価値のｘ量とｙ量とが共通の尺度単位（社会的平均的労働の）で量って相等しい労働量を含んでいることが示され、交換律が回復される。このときの交換律は最初のそれと同じものではない。なぜならはじめに交換という経済現象が数学の等号で示された意味が、すなわちこの等式の左辺は相対的価値形態にあり、右辺は等価形態にあることが、明きらかにされているからである。この

ことはまたこの交換律が拡大し、やがて価格形態にまで発展する必然性を含んでいる。というのはX商品が相対的価値形態にあるのはその所有者Aにとってだけであり、Y商品の所有者Bにとっては逆にYが相対的価値形態にある。こうしてA、B等々のあいだの社会関係は、しだいにその範囲を拡大しつつX、Y等々の交換比率（価格体系）という物的外被の下にかくれる。これは経済学において数学利用を可能ならしめる原初的な基礎である。

　価格形態が経済学における数学利用の基礎であるということは、価格が生産と消費の結節環であり、或は同じことであるが再生産のパターンの規制者であることを考えれば、数学的手法が再生産分析に利用の基礎をもっているということでもある。再生産がどんな性格をもっているかは価格がどんな性格をもっているかによって決まる。『資本論』では価格は資本制（商品）価格であり、$P=c+v+m$ で定義されている。これは右辺の c、v、m の積上げが P を決定するのではない。需給が均衡している場合、均衡価格の中味は何か、それが、c v m に分解するというのである。これは生産価格を理解するばあいの前提である。このことは勿論、右辺の積上げによって左辺が決まる独占価格の規定を否定しない。総価値が総価格にひとしい枠の中で、非独占部門の価格決定がモディファイされるだけであって、競争の状態は価値法則を止揚しないからである。数学的手法はかような独占価格の行なわれる再生産分析に利用されるばかりではない。社会主義再生産の分析にも利用できることは、さきに引用したネムチノフの論文にも示されている。(12)

（1） Leif Johansen, “Marxism and Mathematical Economics”, Monthly Review, Vol. 14, 9, Jan. 1963, pp. 505—514 これには邦訳がある。

（2） 以下の叙述の詳細については建林正喜『外国貿易と産業循環』（一九六一年三一書房）一五三ページ以下参照

（3） B・C・ネムチノフ（岡訳）『マルクス経済学の数学的方法』（一九六〇年）特に三六―四四ページ

（4） いま生産物の供給と需要をそれぞれ ′ 及び ″ を付して区別し生産物の供給を示す(8)の第一式を、需要を示す(7)の第一式左辺に代入すれば

$$C_1'+V_1'+M_1'=C_1''+C_2''+\Delta C'' \qquad \therefore \quad V_1'+M_1'-C_2''=\Delta C'' \tag{i}$$

すなわち第Ⅰ部門の貨幣的補塡（固定不変資本の一方的販売）を含む C_1' が、現実的補塡（固定不変資本の一方的購買）を含む C_1'' に相等しいことが仮定されている。

つぎに(8)の第二式を(7)の第二式左辺に代入すれば

$$\begin{aligned} C_2'+V_2'+M_2' &= V_1''+V_2''+\Delta V''+K''+\Delta K'' \\ &= V_1''+V_2''+M''-\Delta C' \\ &= V_1''+V_2''+M_1''+M_2''-\Delta C' \end{aligned}$$

ここで $V_2'=V_2''$；$M_2'=M_2''$ を仮定すれば

$$C_2'-(V_1''+M_1'')=-\Delta C' \text{ 或は } V_1''+M_1''-C_2'=\Delta C' \tag{ii}$$

第Ⅰ部門の価値生産物の供給がその需要にひとしく、第Ⅱ部門の貨幣的補塡が現実的補塡にひとしい（$V_1'+M_1'=V_1''+M_1''$；$C_2''=C_2'$）ばかりでなく、投資財の需要が供給にひとしい（$\Delta C'=\Delta C''$）かぎりでのみ、(i)と(ii)とは同じ式になる。一般には両者は同じ式ではない。本文ネムチノフの仮定は社会主義のばあいと雖もきわめてきびしい仮定である。

（5） 建林、前掲書一一三ページ以下参照

（6） Mathematics is a language という Gibbs の言葉は、履修課目を語学にするか数学にするかが問題となったとき、教授会での彼の発言だったと伝えられている。のちにサムエルソンはこれを1/4縮めて Mathematics is language にすべきことを提唱した。つまり言語の一種ではなく言語機能そのものだというのである。もっともこの機能の中には帰納と演繹までも含めてある。(P. A. Samuelson, Economic Theory and Mathematics, Papers and Proceedings, AER., 42, May 1952 pp. 56～66)

（7） エンゲルス『自然の弁証法』岩波文庫下巻一四三ページ「数はわれわれの知る最も純粋な量的な規定である。けれども数は質的諸区別をいっぱい詰め込んでいる。」

（8） ソビエト科学アカデミー版『数学通論』1（遠山啓監訳）第一章をみよ。

(9) 数学は論理学であるという見解もあるが、（たとえばラッセル『数理哲学序説』岩波文庫第十八章「数学と論理学」をみよ）そしてその場合数学は単純に形式論理学と同一視されるが、さしあたりわたしはその説には与しない。その理由は本文のとおりである。その点では関恒義教授と意見を同じくする。（『現代資本主義と経済理論』一九六八年第四章参照特に六〇―六三ページ）

(10) P.A. Samuelson, "Some Psychological Aspects of Mathematics and Economics", in RES, No. 4, Nov. 1954, p. 382 建林「近代経済学における数学利用」（立命館経済学第十九巻第三号一一二ページ）

(11) 関恒義、『現代資本主義と経済理論』（一九六八年）一九一ページ以下参照。関教授は単純な価値形態 $Xx=Yy$ は、XがYに交換される質的規定であるかぎり等式、x量がy量に交換される量的規定であるかぎり方程式であるとし、「しかも価値形態の展開過程をつうじて方程式関係による量的規定性は一貫してつらぬかれていく」（一九四ページ）と言われるが、なぜそうなるのか発展の契機が明らかでない。このことは「物々交換にあっては、たんに生産物所有者が欲望を通じて交換をおこない、価値方程式の制約をうけない」という不可解な文章にもあらわれている。

(12) 『資本論』（長谷部訳）文庫本⑬一、二三三ページには「労賃ならびに剰余労働――必要労働ならびに剰余労働から、独自的・資本制的性格をとり去ってみよ。するとなお残るのは、これらの形態ではなくて、すべての社会的生産様式に共通な、これらの形態の基礎だけである」と指摘されている。社会主義的所有のもとでは剰余労働は全労働者的所有に属する蓄積元本及び危険にたいする保険元本として蓄積される。だからマルクス再生産条件は基本的には社会主義的再生産にもあてはまる。もっともそれは「拡大する国民経済の理論モデル」ではあっても、ただちに計画に役立つような部門別バランスに組みなおすことは著しく困難である。（ネムチノフ前掲書四三ページ以下）

むすびに代えて――残された問題

一八七〇年代のはじめ、マルクスには経済学研究の中断の一時期があった。この時期にかれは代数学から微分学に至るまで、特に微分学を熱心に研究し、数学的方法における唯物弁証法の性質を明らかにしようとつとめた。このことはエンゲルス『自然の哲学』でも、たとえば「数学における転回点はデカルトの変量であった。これをもって運動が、そしてこれをもって弁証法が、数学の中で、そしてこれをもってまた直ちに必然性をもって

微分計算積分計算とが、これらはまたただちに着手され云々[1]」という章句に示されている。この数学の手法が『資本論』に適用されていることは本稿の中で述べたとおりである。

さて経済学における数学利用の基礎が明きらかになったとすれば、数学利用についてなんら躊躇すべき理由はないという見解が表明されたとしても、少しも不思議ではない。マルクスやエンゲルスが微分商の弁証法的性質を明きらかにしようと努力しつつあったとき、かれらは現在ひろく承認されているようなコーシーの連続についての厳密な定義がすでにあったことを知らなかったし、七〇年代の専門数学者の関心は古典的な微積分学から集合論や群論のような新しい数学へ移りつつあった。そうだとすれば、数学の推論機能を最大限に利用するために最新の数学を利用し、経済学を精密科学に仕立てることがどうして許されないであろうか。[2] かつてエンゲルスは虚数$\sqrt{-1}$について、「代数学の負の量はそれが正の量に関係する限りでだけ、ただ正の量への関係の内部でだけ、実在的である。この関係の外部では、そのものだけでとり上げられれば、それは単に仮想的なものである」[3]といった。しかし虚数はすでに前世期初め幾何学的に説明され、複素函数として技術的に広い応用分野を拓いた。[4] だから数学はどんなふうにでも利用されるとなれば、経済学に適用される数学には限界がないようにみえる。

しかしながら数学利用の無限の可能性があるかにみえるところに、まさに経済学に適用されるばあいその限界がひそんでいる。というのは既述のように、数学的な推論（演算）がどんなに正しくても、そのことは記号化された前提が経済学的に有意味なかどうか、またその結論が有意味かどうかについてはなんら責任をもたないからである。つまり同じ数学がたとえば物理学に利用されて正しい結論をもたらしたからといって、経済学に適用されて正しい結論を得る保証はどこにも存しない。マルクス経済学の認識目的は「近代社会の経済的運動法則を明

きらかにする」ことにあるが、それはすぐれて実践的な意図に裏打ちされつつ、認識対象を規定し、それに照応する研究方法を規定する。この方法は労働大衆に迎合するものではないが、労働大衆にたいし秘教的なものではありえない。たえず啓蒙的であり説得的でなければならぬという性格を有している。これはその数学的手法についてもそうである。近代経済学でコミュニケーションと呼んだ課題が、専門家同志のあいだだけでなく、ここではすぐれて大衆と専門家とのあいだに存する。そういう状況の中でマルクス経済学は数学的手法をいかに利用していくべきか、これは残された問題といわねばならない。

マルクスが『資本論』のなかでせいぜい初歩的な数学を、それも例解の手段として用いたのは、それだけの理由があってのことと考える。もし経済学に新しくて高度な数学利用が不可欠というのであれば、彼がその手間を避けたと信ずべき理由はない。それは当時の数学知識の普及の程度に照応するものであったろう。この際われわれは現代数学の普及の程度を正しく把え、本稿のはじめに紹介したようなティンベルヘンの勧奨(5)——数学利用をまず簡単な「例解」からはじめることは、とりわけマルクス経済学の存在理由からいっても検討さるべき課題ではないであろうか。

(1) エンゲルス『自然の哲学』岩波文庫（下巻）一四三ページ
(2) ネムチノフ、前掲書、「刊行のことば」の冒頭には第二十一回党大会におけるネスメヤノフの言葉——「経済学が自らに課せられている課題を解決するためには、その方法を改善し……言葉の完全な意味での精密科学となり……国民経済の計画化に光を投じる投光器にならなければならない」（傍点引用者）という文句がかかげられている。
(3) エンゲルス、前掲書一五二ページ
(4) 『数学通論』Ⅰ、六ページ
(5) 建林、前掲論文、一〇〇ページ