# 連関財に関する一考察（一）

山田邦臣

## 一

消費財に於て、一財の価格の変化は、単にその財の需要量のみならず、又、他財の需要量へも影響を及ぼすと云う時、後者、即ち他財の需要量、従って又価格に及ぼす影響には次の二様の経路が考えられる。一、財の価格変化が、単にその財の消費者の実質所得を変化し、或は、その財と他財との価格比率を変える事に基ずく影響、二、一財の価格変化に伴うその財の需要量の変化が、他財の限界重要度を変化せしむる事に基く影響、[1]これ吾二つの影響は、需要面乃至価格面に於ける、諸財相互間に、二様の依存関係の存在する事を示すと共に、それ吾二様の依存関係が、その基礎を全く異にするものである事を示すものである。第一の影響を通じての依存関係は、価格所得を通じての連関性に基ずくそれであり、第二の影響を通じての依存関係は、使用上の連関性に基くそれである。ここでは、専ら、後者の依存関係に就いて考える。尚、斯様な意味での依存関係は、単に、消費財ばかりではなく、生産財に就いても認められるのであるが、ここでは、特に、前者に就いて考察する。財相互間に、使用上の連関性の認められる時、それら諸財は、相互に連関財であると呼ばれる。そして、この連関性がどの様なものであるかにしたがって、連関財は、更に、補完財、代替財に分たれる。連関財に於けるこの分類は、需要面乃至価格面に於ける多数財相互間の変動関係の分析を、容

易ならしめる手段として、需要の理論の考察に当り、極めて重要なる役割を果す。[2] だがそれにも拘らず、この分類に於て何が補完財であり、何が代替財であるかに就いては、多くの学者間に於ける長期に亙る論争にも拘らず、今日、尚、十分なる見解に到達して居るものとは見難い。

私見に依れば、連関財に関する考察が、経済理論、今の場合需要の理論に於て、特に必要であるのは、単に特定範囲の諸財相互間には一定の使用上の連関性が存在するが故に、そうでない範囲の諸財とは区別して考えねばならない、と云うにあるのではない。そうではなくて、その様な連関性が存在するが故に、そうでない場合とは異ったふうにそれ吾の需要量は決定されねばならないであろう、と云うにある。換言すれば、特定範囲の財相互間に、使用上の連関性が存在するか、否か、存在するとすれば、如何なる連関性が存在するかにあるのではなくて、その様な連関性の有無乃至相違が、それ吾諸財の需要量に、如何に反映するかにある。従って、連関財に於ける代替補完の定義も、単に、消費面に於てなすのではなく、更に進んで、需要面に於て、或は、需要面との関聯に於て、なすことが望ましい。[3]

次に連関財に於ける代替・補完の定義は、これを需要面、或は、需要面との関聯に於てなすことが望ましいとしても、それらの結果は当該財相互間の使用上の連関性と十分一致するものであらねばならない。これについては次の如く述べられる。諸財相互間に一定の使用上の連関性が存在し得ること、及、その連関性がどの様な性質のものであるかに依って、それ吾諸財相互の需要面乃至価格面に於ける依存関係は当然異って来るであろうと云う事は、容易に理解せられる。従って、一般に連関財に於ける代替補完の定義を需要面に於てなすことは可能であるが、それにも拘らず、その定義が使用上の連関性と十分一致しないものとすれば、それは、次の二つの場合のいずれかであろう。[4]

一、需要面に於ける相互依存の関係が使用上の連関性

に基かない場合

二、使用上の連関性に基くが、それが何等かの事情に依り歪曲されたる姿に於て需要面に反映する場合

㈠の場合は問題とならない。㈡の場合に就いては、次の如く云い得る。使用上の連関性がそのままの姿で需要面に反映しない以上、需要面に於ける諸財相互間のその様な依存関係は、その基礎として、使用上の連関性以外の他の連関性をも含むことを意味する。

此の連関性には、価格所得を通じての連関性ばかりでわなく、更に他の連関性をも考えることが可能である。然しながら、いづれの連関性を考えるにせよ、それ吾の連関性を含む代替補完の定義は、単に本来の連関財の連関性を十分に示すものでないのみならず、その様な連関性の認識は、需要面乃至価格面に於ける財相互間の依存関係を、十分に把握する所以でもない。従って、それ吾の連関性を需要面乃至価格面に於て捉えるにしても、それ吾は、各々、その基礎をなす夫々の連関性に基いて、個別的に考えられるべきである。



連関財に於ける代替補完の定義を需要面乃至価格面に則してなす場合、その定義が単に需要面乃至価格面に於ける諸財相互間の依存関係の相異としてでわなく、一層深い根拠に基いてなされるべきであるならば、更にその根拠が使用上の連関性に求められるべきであるならば、その定義は純粋に使用上の連関性に基いて為さるべきであり、当然その定義は使用上の連関性と一致するものでなければならない。連関財に於ける代替補完の定義に関しては、従来多くの学者に依り各種の提案がなされて来たのであるが、それ吾の中、特に、重要と思われる若干の主張に就き、特に上述の二点に考慮を払いつつ、再検討し、進んで、若干の私見を述べて見度いと思う。

## 二

連関財に於ける代替補完の定義を考察するに当って、第一に取上げねばならぬのはエッヂワォース（F. Y. Edgeworth）及パレート（V. Pareto）のそれである。

彼等はこれを次の如くに考える。(5)

今 $x_1\ x_2\ x_3\cdots$ を以て夫々財 $X_1\ X_2\ X_3\cdots$ の量を表すものとすれば、個人の総効用函数は

(1.1) $\phi=\phi(x_1,\cdots\cdots,x_n)$

で示される。(1.1)の両辺を $x_i$ について偏微分すると

(1.2) $\phi_i=\dfrac{\partial\phi}{\partial x_i}$

が得られる。$\phi_i$ は財 $i$ の限界効用である。更に(1.2)の両辺を $x_j$ について偏微分すると、

(1.3) $\phi_{ij}=\dfrac{\partial^2\phi}{\partial x_j\partial x_i}$

$\phi_{ij}$ は $X_j$ の微少なる一単位の増加に伴う $X_i$ の限界効用の増加分を表わす。エッヂワォース、パレートはこの $\phi_{ij}$ の符号が、正であるか、零であるか、負であるか、に従って $X_i\ X_j$ 両財は補完財であり、独立財であり、代替財であるとする。即ち

(1.4) $\phi_{ij}\gtreqless 0$

更に(4)式を言葉に依って表せば、次の如くである。

「$X_i$ の限界効用が $X_j$ の所有量の増加と共に増加するか、不変であるか、減少するか、に従って $X_i\ X_j$ 二財は補完



財であり、独立財であり、代替財である。」

右の定義に於て、$\phi_{ij}=\phi_{ji}$ であるから $X_i$ が $X_j$ に対し補完財である時、$X_j$ はまた $X_i$ に対し補完財であり、代替財の場合にも同様の事が云える。又、この定義は同一主体の下に於て $X_i\ X_j$ 二財が常に同一の関係を保つことを要請するものではない。$\phi_{ij}=\phi_{ji}$ の符号は $X_i\ X_j$ 二財の量如何に依って変り得る。従って、同一主体の下に、$X_i\ X_j$ 二財は一定領域に於て補完財であり他の領域に於て代替財たる可能性を有する。

エッヂワォース、パレートの定義は諸財相互間に存在する代替補完の関係を所有量と限界効用の変動関係を基準として区別するのであるが、それは、斯様な関係を使用上の連関性そのものに則して捉えたるものであり、この意味に於て、連関財に於ける代替・補完の関係を区別する根本的基準を示すものと云える。然しながら、この定義は一方に於て効用の可測性を前提し、他方に於て需要面乃至価格面との直接の結び付きを欠く点で、連関財に於ける代替補完の定義としては十分

なるものとは云えない。効用の不可測性、従って、効用の可測性を前提とする理論の不合理性に就いては、初期主観価値説の根本的欠陥の一つとして従来しばしば指摘せられて来たところであり、再言を要しない。(6)

エッヂワオース、パレートの定義は需要面乃至価格面との結び付きを欠くと云う時、それには二つの問題がある。その一つは、代替補完の定義は何故需要面乃至価格面に於て定義されねばならぬか、であり、その二は、エッヂワォース、パレートの定義を直接需要面乃至価格面に於て定義することは可能であるか、どうかである。

第一の問題に就いては既に述べた。従ってここでは、特に、第二の問題に就いて考察しよう。

今 $X_i$ の限界効用 $\phi_i$ をその価格 $P_i$ にて表わせば次の如くなる。

$$(1.5) \qquad \phi_i = mp_i$$

$m$ は支出される貨幣の限界効用である。(1.5) の両辺を $x_j$ にて偏微分すると、

$$(1.6) \qquad \phi_{ij} = m\frac{\partial p_i}{\partial x_j} + p_i\frac{\partial m}{\partial x_j}$$

(1.6) 式の右辺の各項は主観的概念たる貨幣の限界効用を含む。然しながら、$x_j$ の微少なる変化に対して貨幣の限界効用は一定であると仮定すれば、$p_i\frac{\partial m}{\partial x_j}$ は零となり、(1.6) 式は次の如くなる。

$$(1.7) \qquad \phi_{ij} = m\frac{\partial p_i}{\partial x_j}$$

(1.7) 式に於て、$m$ は常数であり、正であるから、$\phi_{ij}$ の符号は $\frac{\partial p_i}{\partial x_j}$ のそれに一致する。従って

$$(1.8) \qquad \frac{\partial p_i}{\partial x_j} \gtreqless 0$$

(1.8) 式に従って、$X_i X_j$ 両財は補完財であり、独立財であり、代替財である。若し、財の価格を独立変数、その量を従属変数として考えれば、(1.8) 式は次の如くなる。

$$(1.9) \qquad \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \gtreqless 0$$

(1.9) 式を言葉に依り表わせば次の如である。

「$x_j$ の需要量が $x_i$ の価格の増加と共に減少するか、不変であるか、増加するか、に従って $X_i X_j$ 二財は補完財であり、独立財であり、代替財である。」$\phi$ が有限にして連続なる二次導函数を有するならば、その領域

に於て微分の順序を逆にしてもその値いに変りはない。即ち$\phi_{ij}=\phi_{ji}$である。そこで、この等式から、(1.8)及(1.9)は次の如くなる。先ず(1.5)式に於ける$i$を$j$に取換え、両辺を$x_i$に依り微分すれば、次の等式が得られる。

(1.10) $$\phi_{ji}=m\frac{\partial p_j}{\partial x_i}+p_j\frac{\partial m}{\partial x_i}$$

次に$\phi_{ij}=\phi_{ji}$であるから、これと(1.6)及(1.10)から、次の式が得られる。

(1.11) $$m\frac{\partial p_i}{\partial x_j}+p_i\frac{\partial m}{\partial x_j}=m\frac{\partial p_j}{\partial x_i}+p_j\frac{\partial m}{\partial x_i}$$

(1.6)に於けると同様、$m$を$x_j\,x_i$の微少なる変化に対して一定であると仮定すれば、等式(1.11)から次式が得られる。

(1.12) $$\frac{\partial p_i}{\partial x_j}=\frac{\partial p_j}{\partial x_i}\gtreqless 0$$

或は

(1.13) $$\frac{\partial x_i}{\partial p_j}=\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\gtrless 0$$

(1.12)及(1.13)をホートリングの条件と呼ぶ。

右の考察から、次のことが云われる。価格を通じて財の限界効用と貨幣の限界効用とを関係づけることに依り、エッヂワォース、パレートの定義を需要面との関聯に於て表示することは可能である。然しながら、斯くして表示せられたるその定義はその内に貨幣の限界効用を含むが故に効用可測性にまつわる困難から依然脱却し得ない。エッヂワォース、パレートの定義を需要面に於て表示するに当り、貨幣の限界効用を一定とする時、(1.8)及(1.9)式が得られる。これ吾両式は経験的に把握し得る価格と需要量のみから成るから、効用可測性の仮定にまつわる如き困難は、も早そこには存在しない。

然しながら、(1.8)及(1.9)式とエッヂワォース、パレートの定義(1.4)とが一致するのは貨幣の限界効用一定の仮定を許容し得る場合だけであり、斯様な仮定を許容し得ない場合には両者は必しも一致しない⑦。何故ならば、後者の場合には(1.7)式の右左両辺は単に絶対値に於てのみならず、その符号に於ても、亦、必しも一致しないからである。貨幣の限界効用一定の仮定を取去る時は、(1.6)式の右辺第二項は零以外の一定の値いを取る。若し此の値が第一項のそれより大であるならば、$\phi_{ij}$の符号

は第一項の符号如何に拘らず、第二項の符号に依り決定せられる。従って、(1.7)式の左右両辺は単に絶対値に於てのみならず、又、その符号に於ても、必して一致するとは云えないのである。この(1.7)式に於ける左右両辺の符号の相異はホートリングの条件に依る代替補完の定義がエッヂワォース、パレートのそれと一致せず、従って、前者は財相互間の使用上の連関性を十分反映するものとは見難いことを示す、と共に、更に、エッヂワォース、パレートの定義を需要面乃至価格面に依り表示することの不可能を意味するものである。以上は一財に対する支出の変化が貨幣の限界効用を変化せしむる場合であるが、そうでない場合、即ち、貨幣の限界効用を一定と見る場合には、(1.6)式の第二項は零となり、ホートリングの条件はエッジワォース、パレートの定義に一致する。そして、通常の場合一個人の一財に対する支出はその個人の総所得に対して比較的少なる割合を占むるに過ぎないから、一般に、貨幣の限界効用は一定と見て差支えない。然し、一財に対する支出のその個人の総所得に於て占る割合が大なる場合、及、支出の変化に伴う貨幣の限界効用の変化を厳密に考える場合には、[8] ホートリングの定義とエッヂワォース、パレートの定義とは必ずしも一致するとは云えない。

## 三

前節に於て述べたる如く、エッヂワォース、パレートは連関財の定義を諸財相互間の所有量と限界効用の変動関係を基準として行なった。従って、それは、連関財相互間の連関性をその基本的関係に則して定義したものと云える。然しながら、此の定義は効用の可測性を前提とすると云う意味でそれ自体不十分であるばかりでなく、その需要面に於ける表示を不徹底なるものとする。選択の理論を援用して連関財を定義せんとの試みは、効用可測性の仮定を必要としないで、然も、連関財をその基本的関係に則して定義せんとの要求に基くものである。ジョンソン (W. E. Johnson) はこ

れを次の如き方法に依り行おうとする。[9] 今$X_i X_j$二財の量を直交する二つの軸の夫々一方にて表わす時、同一水準の満足をあたえるそれ等二財の各種の量の組合せを示す点の軌跡は無差別曲線である。$X_i$軸を基準とする無差別曲線の傾斜を$V_{ji}$で表わすものとすれば、$V_{ji}=\frac{\partial x_j}{\partial x_i}$且、$\frac{\partial x_j}{\partial x_i}=-\frac{\phi_i}{\phi_j}$である。従って一般に次のことが云われる。無差別曲線の傾斜$V_{ji}$は、$X_j$の$x_j$量を一定として$X^i$の$X^i$量を増加する時、減少する（絶対値に於て）が、反対に、$X_i$の$x_i$量を一定として、$X_j$の$x_j$量を増加する時、増加する（絶対値に於て）。これ等は数式に依り次の如く示される。

$$(2.1a) \qquad -\frac{\partial V_{ji}}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\phi_i}{\phi_j}\right)=\frac{\phi_j\phi_{ii}-\phi_i\phi_{ji}}{\phi_j^2}<0$$

且

$$(2.1b) \qquad \frac{\partial V_{ji}}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{\phi_i}{\phi_j}\right)=\frac{\phi_i\phi_{jj}-\phi_j\phi_{ij}}{\phi_j^2}<0$$

不等式(2.1a)及(2.1b)は$\phi_{ij}\geqq 0$の時常に満されるが、$\phi_{ij}<0$の時は必ずしも満されない。そこで、ジョンソンはこれらの不等式を基準として、若し(2.1a)及(2.1b)が共に満されるならば、$X_i X_j$二財は補完財であり、それらの不等式の中いずれか一方が満されないならば、$X_i X_j$二財は代替財である、とする。然し、この定義に於ては、右の不等式の中いずれか一方が満されない場合、$X_i X_j$二財はその領域内に於て代替財であるのか、それとも、すべての領域に於てそうであるのか、明瞭でない。アレン（R. G. D. Allen）は此の点を明確にし、(2.1a)及(2.1b)が共に満される点を正常的位置、それ等の中一方のみ満される点を非正常的位置と名付け、連関財を次の如くに定義する。[10]「若し二財がすべての点で正常的関係を有するならば、それ等両財は補完財であり、二財が或点で（すべての点ではなく）非正常的関係を有するならば、それ等両財は代替財である」従って、アレンにあっては、二財はすべての点で同一の関係に立つものと考えられて居る。

以上の如く、ジョンソン及アレンは$X_i X_j$二財に就き、夫々一方の所有量の変化が両財の限界効用の比に如何なる影響をあたえるかに依り、それら両財の連関性を定義せんとしたのであるが、此の定義は、結局、次の

如く理解せられる。

今$X_i X_j$二財が補完財であり、その中の一方、例えば、$X_i$の所有量が増加するものとすれば、$X_i$の限界効用は減少し、$X_j$の限界效用は増加する。$X_i$の$X_j$に対する限界効用の比は当然小となり、(2.1a)は満される。$X_i$は一定であり、$X_j$の所有量が増加するものとすれば、$X_j$の限界効用は減少し、$X_i$の限界効用は増加する。$X_i$の$X_j$に対する限界効用の比は当然大となり、(2.1b)は満される。$X_i X_j$二財が代替財であり、且、$X_i$が$X_j$に対し劣等財である場合、$X_i$の所有量のみ増加するものとすればどうであるか、$X_i X_j$共にその限界効用は減少する。然し$X_i$の限界効用の減少率が$X_j$の限界効用の減少率より大なる限り、$X_i$の$X_j$に対する限界効用の比は当然少となり、(2.1a)は満される。それでは、$X_i$は一定であり$X_j$の所有量が増加する時はどうであるか、$X_j X_i$共にその限界効用は減少する。然し、此の場合は、$X_j$の限界効用の減少率は$X_i$の限界効用の減少率より小であり、$X_i$の$X_j$に対する限界効用の比は当然少となり、(2.1b)は満されない。$X_i$が$X_j$に対して優秀財である場合には、これと逆の経過を辿り、(2.1a)は満されないが、(2.1b)は満される。

右の説明に於て、$X_i$が$X_j$に対し劣等財なる場合、$X_i$の増加に基づく$X_i$の限界効用の減少率は$X_j$の限界効用の減少率より大でなるが、$X_j$の増加に基く$X_j$の限界効用の減少率は$X_i$の限界効用の減少率より小である、と云うのは何故か、これに就いては一般に次の如く考えられる。[11] $X_i$が劣等財の場合には、$X_i$の限界効用は$X_j$の限界効用に比して相対的に小である。従って、一方の所有量の増加が両財の限界効用に及ぼす効果は全く同一であるとしても、尚、$X_i$の限界効用の変化率は$X_j$の限界効用の変化率より大となるのである。一財の所有量の変化が両財の限界効用に及ぼす効果は同一ではなく、一般に所有量の変化する財に於けるそれの方が大であると見られるから、これだけは、斟酌して考えられねばならぬことは云う迄もない。

右の見解に依れば、その理由は、結局、$X_i$が劣等財であり、その限界効用が$X_j$のそれに比して小なること

に求められて居る。成程、これは一つの理由である。然し、それが唯一の理由ではない。右の見解に於ては限界効用の相対的に少なる財、従って、所有量の相対的に大なる財が劣等財と見られて居る。仮に、この様な財の劣等性（若しその様に呼ぶことが許されるならば）を量に基ずく劣等性と名付けるならば、これに対して、普通の所謂劣等性、即ち、その品質が劣るが故の劣等性は質に基づく劣等性である。[12]此の質に基づく劣等性は代替財に関するさきの説明に於て、量に基づく劣等性と類似の働きをなす。即ち、今$X_i X_j$二財が代替関係にあるとすれば、それ等二財の中その一方の増加は、これを或程度に於て、両財の増加と見る事が出来る。従って、例えば、$X_i$が質に基く劣等財であり、且、$X_i X_j$二財の中いずれか一方が増加するものとすれば、その増加がいずれの財である場合にも、常に、両財の質的差等は$X_i$の限界効用を減少し、$X_j$の限界効用を増加する様作用する。いずれの財の増加も、それは、常に、$X_i$の$X_j$に対する限界効用の比を減少しなければならない。不等式(2.1a)、(2.1b)の一方が満され、他方が満されないのは一部は$X_i X_j$二財の量的相異に基くものであるが、他の一部はそれら両財の質的相違に基くものと思われる。

ジョンソン及アレンは、二財間の代替補完の関係を、一財の所有量の変化が他財の限界効用に及ぼす効果ではなくして、それ等両財の限界効用の比に及ぼす効果を基準として、定義しようとする。従って、それは、一方に於て、諸財間の使用上の連関性をその基本的関係に於て把えると、共に、他方に於て、それに伴う効用可測性の問題を回避せるものと云える。[13]然しながら、ジョンソン・アレンは此の様な方法を取ることに依り連関財に於ける代替補完の定義に十分成功したとは云えない。それは、何よりも、先ず、定義そのものの内容にある。彼等は不等式(2.1a)、(2.1b)を基準として、それらが共に満されるか、一方のみ満されるか、に従って二財間の関係を補完関係と見、代替関係と見ようとする。然し、此の様にして定義せられた代替・補完の関係は、

厳密に云って、エッヂワース、パレートのそれと一致するものではない。エッヂワース、パレートの定義からすれば、$X_i$ $X_j$ 二財の中いずれか一方、例えば、$X_i$ の所有量の増加が $X_j$ の限界効用を増加も減少もしないならば、即ち、$\phi_{ji}=0$ ならば、両財は独立財である。然るに、ジョンソン、アレンの定義に依れば、この様な場合不等式(2.1a)、(2.1b)は共に負であり、それら両財は補完財となる。後の定義は事実に反する。

次に任意の二財の中、一財の所有量の増加が他財の限界効用に及ぼす効果はその方向に於て必しも常に同一ではない。それは、既に所有せるそれ等両財の所有量の如何に依って変り得る。[14] 従って、エジオス、パレートの定義よりすれば、二財は或場合には代替財他の場合には補完財たり得る。然るに、アレンは $X_i$ $X_j$ 二財がいずれかの点に於て、(2.1a)、(2.1b)の一方を満足しないならば、それ等両財はすべての点に於て代替財であると見る。彼にあっては二財はすべての点に於て同一の関係に立つものと考えられて居るのであるが、これも又事実に反する。

以上の如く、ジョンソン、アレンの定義はエッヂワース、パレートの定義と必ずしも一致せず、それらは事実に反すると云う意味でいずれも前者の欠点と見られるから、此の点に於てジョンソン・アレンの定義は財相互間の使用上の連関性を十分に示すものとは云えない。それではこの定義を要需面に於て表示すればどうなるか。

$m$ を以て貨幣の限界効用を表わすものとすれば、前節に於けると同様にして

$$\phi_i = m p_i \qquad \phi_j = m p_j$$

第一式を $x_i$ 第二式を $x_j$ に就き夫々偏微分すると、

(2.2a) $$\phi_{ii} = m\frac{\partial p_i}{\partial x_i} + p_i\frac{\partial m}{\partial x_i}$$

且

(2.2b) $$\phi_{jj} = m\frac{\partial p_j}{\partial x_j} + p_j\frac{\partial m}{\partial x_j}$$

また、(1.6)及(1.10から

(2.3a) $$\phi_{ij} = m\frac{\partial p_i}{\partial x_j} + p_i\frac{m}{\partial x_j}$$

且

(2.3b) $$\phi_{ji}=m\frac{\partial p_j}{\partial x_i}+p_j\frac{\partial m}{\partial x_i}$$

以上六式を(2.1a)及(2.1b)に代入すると

(2.4a) $$-\frac{\partial V_{ji}}{\partial x_i}=\frac{1}{p_j}\cdot\frac{\partial p_i}{\partial x_i}-\frac{p_i}{p_j^2}\cdot\frac{\partial p_j}{\partial x_i}<0$$

且

(2.4b) $$\frac{\partial V_{ji}}{\partial x_j}=\frac{p_i}{p_j^2}\cdot\frac{\partial p_j}{\partial x_j}-\frac{1}{p_j}\cdot\frac{\partial p_i}{\partial x_j}<0$$

これがジョンソン、ア・レンの定義の需要面に於ける表示である。即ち若し(2.4a)、(2.4b)が共に満足せられるならば、$X_i$ $X_j$ 二財は補完財であり、その一方がいづれかの点で満足されないならば、それら両財は代替財である。

## 四

フリードマン (M. Friedman) はジョンソン、アレン同様連関財に関する考察の基礎を選択理論に求めたのであるが、彼は連関財の定義を飽満曲線を利用して行うことに依り、前節に於て指摘したジョンソン、アレンの定義の欠陥を取除こうとした。[15] それは次の如くにして行われる。$X_i$ $X_j$ 二財からなる任意の無差別曲線の傾斜$\left(\frac{dx_j}{dx_i}=-\frac{\phi_i}{\phi_j}\right)$は、$x_i$ の所有量の増加と共に次第に減少し（絶対値に於て）、その所有量が一定の限界に達する時、終に零となる($\phi_i=0$ 従って $\frac{\phi_i}{\phi_j}=0$)。即ち、その無差別曲線の接線は $x_i$ 軸に平行となる。無差別曲線上の此の点に於ける $X_i$ の量は $X_i$ の飽満量であり、各無差別曲線上の此の点の軌跡は $X_i$ の飽満曲線である。飽満曲線は $X_j$ に就いても考えられ、これら二つの飽満曲線の互に交わる点を総飽満点、これら二つの飽満曲線に依り囲まれたる領域を有効領域と呼ぶ。さて、フリードマンは右の二つの飽満曲線を利用して、換言すれば、それら二つの飽満曲線の傾斜に依って、任意の二財の連関性を次の如く定義する。

「二財の中一財の所有量の増加が、各々他財の飽満量を増加するか、減少するか、或は一定であるか、に従って、それ等両財は互に補完財であり、代替財であり、或は、独立財である。」このことは、二財の飽満曲線の傾斜が各々正であるか、負であるか、或は、垂直であるか、に従ってそれら二財は互に補完財であり、代替財であり、或は、独立財である、ことを意味する。

これを数式を以て示せば次の如くである。今、従来と同様の記号を用いて、$X_i X_j$ 二財の飽満曲線を示せば、$X_i$ の飽満曲線の方程式は

(3.1a) $$V_{ji} = -\frac{\phi_i}{\phi_j} = k(x_1 x_2 \cdots\cdots x_n) = 0$$

$X_j$ の飽満曲線の方程式は

(3.1b) $$V_{ij} = -\frac{\phi_j}{\phi_i} = p(x_1 x_2 \cdots\cdots x_n) = 0$$

である。そこで、これら二つの等式の中、先ず(3.1a)に就いて、その右辺を $x_i$ にて偏微分すれば、$\frac{\partial x_j}{\partial x_i} = -\frac{k_i}{k_j}$ となり、且 $k_j = \frac{\partial \frac{\phi_i}{\phi_j}}{\partial x_j}$, $k_i = \frac{\partial \frac{\phi_i}{\phi_j}}{\partial x_i}$ であるから $\frac{\phi_i}{\phi_j}$ を $x_j$、$\frac{\phi_i}{\phi_j}$ を $x_i$ にて、夫々偏微分して

$$\frac{\partial \frac{\phi_i}{\phi_j}}{\partial x_j} = \frac{\phi_i \phi_{jj} - \phi_j \phi_{ij}}{(\phi_j)^2}$$

且

$$\frac{\partial \frac{\phi_i}{\phi_j}}{\partial x_i} = \frac{\phi_j \phi_{ii} - \phi_i \phi_{ij}}{(\phi_j)^2}$$

次にこれらを夫々 $\frac{\partial x_j}{\partial x_i} = -\frac{k_i}{k_j}$ に代入すると

(3.2a) $$\frac{\partial x_j}{\partial x_i} = -\frac{k_i}{k_j} = \frac{\phi_j \phi_{ii} - \phi_i \phi_{ij}}{\phi_i \phi_{jj} - \phi_j \phi_{ij}}$$

同様にして、(3.1b)に就いては

(3.2b) $$\frac{\partial x_j}{\partial x_i} = -\frac{p_i}{p_j} = \frac{\phi_j \phi_{ii} - \phi_i \phi_{ij}}{\phi_i \phi_{jj} - \phi_j \phi_{ij}}$$

が得られる。(3.2a)(3.2b)は夫々 $X_i X_j$ の飽満曲線上に於ける $x_i$ の微少なる一単位の増加に伴う $x_j$ の増分を示す。従って、これらの等式を用い、$X_i X_j$ 両財の連関性は次の如く定義せられる。$X_i X_j$ 両財は(3.2a)(3.2b)が共に正なる領域に於て補完財であり、それらが共に負なる領域に於て代替財であり、(3.2a)が無限大、(3.2b)が零なる領域に於て独立財である。

以上の如く、フリードマンは二財間の連関性をその飽満曲線の傾斜に依り定義したのであるが、この定義は既述の二つの定義と如何なる関係にあるか、(3.2)の右辺は(2.3a)の(2.3b)に対する比に等しい。フリードマンの定義に従って、飽満曲線が負に傾斜するならば、二財は代替財である。此の条件の数学的表示は(3.2)の右辺の分子と分母が、符号を異にしなければならぬことである。然るに、此れは、(2.3a)と(2.3b)が符号を異にしなければならぬことを意味する。従って、それら両財はジョンソン、アレンの定義に於ても亦代替財である。補完財の

場合もこれに準ずる。ただ、フリードマンの定義にあっては、任意の二財の飽満曲線が夫々の軸に垂直である時、それら両財は独立財であると見られる。この条件を、例えば、$X_i$軸に就いて、数学的に表示すれば、(3.2a)(3.2b)の各右辺が前者にあっては無限大、後者にあっては零になる事である。そしてこれらの条件は、一般に、$\phi_{ij}=0$なる時、満足せられる。何故ならば、仮定に依り、(3.2a)に於て$\phi_i=0$(3.2b)に於て$\phi_j=0$と見られるからである。然るに、ジョンソン、アレンの定義にあっては、一般に$\phi_i\phi_j$は正であり、且、零以外の一定の値を取ると見られるから、$\phi_{ji}=0$なる時、(2.3a)(2.3b)は共に満足せられ、$X_i X_j$両財は互に補定財となる。従って、フリードマンの定義とジョンソン、アレンのそれとは一致せず、前者に於ける独立財が後者に於ては補完財となる。次に、$X_i X_j$二財は使用上の連関性に於て必しも常に同一の関係に立つとは限らぬ。即ち、$\phi_{ij}$の符号はそれらの所有量の如何に依り変化し得る。そして、このことはフリードマンの定義に於て方向の変化する



飽満曲線の傾斜に依って示される。然るに、既述の如く、アレンの定義に於ては$X_i X_j$二財がその連関性に於て常に同一の関係に立つものと見られる。従って、両者の定義は比の点に就いても亦異る。

ではフリードマンの定義とエッヂワォース、パレートのそれとは如何なる関係に立つか、

$X_i$の飽満曲線に沿うて$\phi_i=0$、$X_j$の飽満曲線に沿うて$\phi_j=0$であるから、(3.2a)及(3.2b)の各右辺は次の如くなる。

(3.3a) $$\frac{\partial x_j}{\partial x_i}=-\frac{\phi_{ii}}{\phi_{ij}}$$

且

(3.3b) $$\frac{\partial x_j}{\partial x_i}=-\frac{\phi_{ij}}{\phi_{jj}}$$

飽満曲線に沿うて$\phi_{ii}\phi_{jj}$の符号は共に負であるから、(3.3a)(3.3b)は$\phi_{ij}$と符号を等くする。$\phi_{ij}\gtreqless 0$の時、飽満曲線の傾斜は相関係する軸に対し正であり、負であり、或は、垂直である。従って、フリードマンの定義とエッジワォース、パレートの定義は一致するものと見られる。

以上の如く、フリードマンは一方に於てその考察の基礎を選択理論に置くことに依り、エッジワォース、

パレートの定義にまつわる効用不可測性の問題を回避すると共に、他方に於て飽満曲線の利用に依りジョンソン、アレンの定義に於ける欠陥の除去に成功した。然しそれにもかかわらず、フリードマンの定義は次の点で十分でない。

任意の二財の連関性の飽満曲線の傾斜に依る判定は、それら両曲線に依り示されたる両財の組合せに就いては妥当する。然しながら、両財の他の組合せ、即ち、いずれの所有量も飽満量に達しないそれら両財の組合に就いては必ずしも妥当しない。何故ならば、それら二財の中、一方の飽満曲線の傾斜がその方向を変えるに必要とする他方の量及其後の傾斜の方向は最初の財の量如何に依り異なり得るものと考えられるからである。従って、各種の量の組合にある任意の二財の連関性を常にそれらの飽満曲線に依り判定することは妥当でないと思われる。次に、飽満曲線の考察は任意の二財の一方が夫々飽満量に於て所有せられて居るとの仮定の下になされる。然し、此の仮定は現実には多くの場合妥当しない。従って、斯様な仮定に立つ飽満曲線に依る連関財の定義は実際的有用性に乏しいものと云わねばならぬ。[16]

最後に、フリードマンの定義にあっては二財の飽満曲線の傾斜、即ち、(3.2a)、(3.2b)が共に同一の符号を取ることが前提せられて居る。然るに、此の前提は必しも満されぬ。二財の中一財の飽満曲線の傾斜が他財の一定量に於てその方向を変ずる場合、他財の飽満曲線の傾斜も最初の財の一定量に於てその方向を変ずるものと考えられる。今それら両財の中一方の所有量が十分大、他方の所有量が十分小であるとすればどうか、それら両財の飽満曲線の傾斜、即ち。等式(3.2a)と(3.2b)は当然符号を異にせねばならぬ. 然るに、斯様な場合フリードマンの定義に依っては両財の連関性を十分に判定し得ない。以上フリードマンの定義は前出の二つの定義に比較して多くの優れたる点を有するのであるが、それにも拘らず、尚、右の三点に欠点が認められるが故に、財相互間の使用上の連関性を十分に示すものとは見難い。フリード

マンの定義の需要面に於ける表示はジョンソン・アレンの定義に於けるそれと同様の手続に依って得られる。

## 五

既述の三説はいずれも使用上の連関性を、その基礎をなす消費面から考察せんとしたのであるが、然し、斯様な関係はこれを直接需要面から考察することも可能である。選択理論を基礎とする需要面の考察は、その結果に於て、また需要面からする連関財の考察に有力な手掛を与える。今ある消費者が一定の貨幣所得 $r$ を所有し、その所得の全部を特定の価格体系の下に $n$ 種の財の購入に支出するものとすれば、

その収支均等を示す方程式は

(41.)　$r=p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3\cdots\cdots p_nx_n$

又均衡条件を示す方程式は

(4.2)　$\phi_1=mp_1,\ \phi_2=mp_2,\ \phi_3=mp_3\cdots\cdots\phi_n=mp_n$

である。他の財の価格はすべて一定として、(4.1)及(4.2)を $p_2$ に就いて偏微分すると、次の（$n+1$）個の方程式が得られる。



$$
(4.3)\quad \left\{\begin{aligned}
-x_2&=0+p_1\frac{\partial x_1}{\partial p_2}+p_2\frac{\partial x_2}{\partial p_2}+p_3\frac{\partial x_3}{\partial p_2}\cdots\cdots\\
0&=-p_1\frac{\partial m}{\partial p_2}+\phi_{11}\frac{\partial x_1}{\partial p_2}+\phi_{12}\frac{\partial x_2}{\partial p_2}+\phi_{13}\frac{\partial x_3}{\partial p_2}\cdots\cdots\\
m&=-p_2\frac{\partial m}{\partial p_2}+\phi_{12}\frac{\partial x_1}{\partial p_2}+\phi_{22}\frac{\partial x_2}{\partial p_2}+\phi_{23}\frac{\partial x_3}{\partial p_2}\cdots\cdots\\
0&=-p_3\frac{\partial m}{\partial p_2}+\phi_{13}\frac{\partial x_1}{\partial p_2}+\phi_{23}\frac{\partial x_2}{\partial p_2}+\phi_{33}\frac{\partial x_3}{\partial p_2}\cdots\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right.
$$

(4.3)から行列式の形ちに依り $\dfrac{\partial x_1}{\partial p_2}$ の値を求めると

$$
\frac{\partial x_1}{\partial p_2}=\frac{\begin{vmatrix} o & -x_2 & p_2 & p_3 & \cdots\cdots\\ -p_1 & o & \phi_{12} & \phi_{13} & \cdots\cdots\\ -p_2 & m & \phi_{22} & \phi_{23} & \cdots\cdots\\ -p_3 & o & \phi_{23} & \phi_{33} & \cdots\cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} o & p_1 & p_2 & p_3 & \cdots\cdots\\ -p_1 & \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \cdots\cdots\\ -p_2 & \phi_{12} & \phi_{22} & \phi_{23} & \cdots\cdots\\ -p_3 & \phi_{13} & \phi_{23} & \phi_{33} & \cdots\cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots \end{vmatrix}}
$$

右に於て分母をMその第一行第二列の元素 $p_1$ の余因数を $M_{12}$ 第三行第二列のそれを $M_{32}$ とすると

$$
(4.4)\quad \frac{\partial x_1}{\partial p_2}=\frac{-x_2M_{12}+mM_{32}}{M}
$$

次に、すべての財の価格を一定とし、(4.1)及(4.2)を $r$ に

就いて偏微分すると、次の$(n+1)$個の方程式が得られる。

$$(4.5)\quad \begin{cases} 1= \;\; 0 \;\; + p_1\dfrac{\partial x_1}{\partial r}+p_2\dfrac{\partial x_2}{\partial r}+p_3\dfrac{\partial x_3}{\partial r}\cdots\cdots \\ 0=-p_1\dfrac{\partial m}{\partial r}+\phi_{11}\dfrac{\partial x_1}{\partial r}+\phi_{12}\dfrac{\partial x_2}{\partial r}+\phi_{13}\dfrac{\partial x_3}{\partial r}\cdots\cdots \\ 0=-p_2\dfrac{\partial m}{\partial r}+\phi_{12}\dfrac{\partial x_1}{\partial r}+\phi_{22}\dfrac{\partial x_2}{\partial r}+\phi_{23}\dfrac{\partial x_3}{\partial r}\cdots\cdots \\ 0=-p_3\dfrac{\partial m}{\partial r}+\phi_{13}\dfrac{\partial x_1}{\partial r}+\phi_{23}\dfrac{\partial x_2}{\partial r}+\phi_{33}\dfrac{\partial x_3}{\partial r}\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

(4.5)から行列式に依り$\dfrac{\partial x_1}{\partial r}$の値を求めると前同様にして、

$$(4.6)\quad \frac{\partial x_1}{\partial r}=\frac{M_{12}}{M}$$

(4.4)の右辺に(4.6)を代入すると

$$(4.7)\quad \frac{\partial x_1}{\partial p_2}=m\frac{M_{32}}{M}-x_2\frac{\partial x_1}{\partial r}$$

これを一般的形式で表わせば

$$(4.8)\quad \frac{\partial x_i}{\partial p_j}=m\frac{M_{j+1\ i+1}}{M}-x_j\frac{\partial x_i}{\partial r}\quad (i,j=1.2,\cdots m,)$$

又、左右対称をなすから、

$$(4.9)\quad \frac{\partial x_j}{\partial p_i}=m\frac{M_{i+1,\ j+1}}{M}-x_i\frac{\partial x_j}{\partial r}$$

(4.8)及(4.9)はスルッキーの基本方程式である。一財の価格変化が他財の需要量に及ぼす影響は、これを、所得効果と代替効果の二つの部分に分って考えられる事を示す。

(4.8)(4.9)に於て$M_{j+1,\ i+1}=M_{i+1,\ j+1}$であるから、これらの等式の各右辺第一項は相互に等しい。従って

$$(4.10a)\quad m\frac{M_{j+1,\ i+1}}{M}=m\frac{M_{i+1,\ j+1}}{M}$$

或は

$$(4.10b)\quad \frac{\partial x_i}{\partial p_j}+x_j\frac{\partial x_i}{\partial r}=\frac{\partial x_j}{\partial p_i}+x_i\frac{\partial x_j}{\partial r}$$

(4.10)は連関財の需要曲線が満されねばならぬ一般的条件を示す。シュルツ(H. Schultz)は此れらの等式を用いて財相互間の連関性を定義し、$X_i$ $X_j$二財は次の方程式に従って、補完財であり、独立財であり、代替財であると見る。[17]

$$(4.11a)\quad m\frac{M_{j+1,\ i+1}}{M}=m\frac{M_{i+1,\ j+1}}{M}\lesseqgtr o$$

或は、

$$(4.11b)\quad \frac{\partial x_i}{\partial p_j}+x_j\frac{\partial x_i}{\partial r}=\frac{\partial x_j}{\partial p_i}+x_i\frac{\partial x_j}{\partial r}\lesseqgtr o$$

此の定義の経済的意味は次の如くである。此の方程式の第一項$\left(\dfrac{\partial x_i}{\partial p_j}\right)$は$X_j$の価格の僅少なる変化が$X_i$の需要に及ぼす総効果である。この効果は二つの部分、即

ち、代替効果と所得効果に分たれる。代替効果は$X_j$の価格変化に基く$X^j$ $X_i$両財の価格比率の変化が$X_i$の需要に及ぼす効果であり、所得効果は$X_j$の価格変化に基く、個人の実質所得の変化が$X_i$の需要に及ぼす効果である。今、総効果$\frac{\partial x^i}{\partial p_j}$から所得効果$-x_j\frac{\partial x_i}{\partial r}$を引けば、その差$\frac{\partial x_i}{\partial p_j}+x_j\frac{\partial x^i}{\partial r}$は代替効果である。総効果の中所得効果は全体としては使用上の連関性と無関係にすべての財の需要に対し作用すると見られるから、$X_i$ $X_j$両財の使用上の連関性は専ら代替効果に依り決定されることとなる。[29] 斯くて不等式(4.11)は次の如く述べられる。「一財の価格騰貴の代替効果が他財の需要量を減少するならば、両財は補完財であり、反対に増加するならば、両財は代替財である。」

スルッキー及シュルツは連関財の考察を直接需要面に就いて行ったのであるが、此の意味に於て、それはホートリングが、連関財の考察に当り取った態度と一致する。然しながら、その考察の結果得られた二つの定義は必しも一致しない。ホートリングの定義にあっては、任意の二財間の使用上の連関性は、その中の一財の価格変化が他財の需要量を増加するか、減少するか、に依つて定まる。このことは両財の使用上の連関性が一財の価格変化の他財の需要量に及ぼす綜合効果に依りその増減を基準として決定されることを意味する。然るに、スルッキー、シュルツの定義にあってはこの様な綜合効果の増減ではなくして、その綜合効果の一部をなす代替効果の増減に依って、両財の使用上の連関性は決定せられる。従って、これ等二つの定義は代替効果が所得効果より大なる場合は一致するが、そうでない場合、即ち、代替効果が所得効果より小なる場合は常に相異する。ホートリングが、使用上の連関性を、綜合効果に依り定義せんとしたことは、その綜合効果の一部をなす所得効果が、第一に通常の場合、使用上の連関性如何に拘らず、すべての財の需要に対して同一の方向に作用すると云う意味に於て、第二にその作用は所得を通じての連関性と見らるべきものであると云う意味に於て、第三に品質の差等に基き各代

替財に異った作用を及ぼすと云う意味に於て、正しくない。スルッキー、シュルツが使用上の連関性を代替効果に依り、定義したことは所得効果を考慮に入れることに基ずく右の如き不合理性を除去する意味に於て、特に、使用上の連関性を所得を通じての連関性から区別する意味に於て、使用上の連関性に関するホートリングの定義[19]を分析的に一層精密化したものと云える。

既述の如く、連関財の定義を需要面に於て為す事は望ましいが、然し、それは使用上の連関性を十分に反映するものでなければならぬ。スルッキー、シュルツの定義が第一の要求を満すものであることは明白であるが、第二の点に就いては如何か、この定義が第二の要求を必ずしも十分に満足するものでない事は、この定義(4.11)にエッヂワォース、パレートの定義(1.4)を代入することに依り容易に理解せられる。

今、$X_1X_2$二財のみ存在し、両財がエッヂワォース、パレートの定義に従って独立財である場合、

$$\phi_{12}=0$$

となる。これを(4.11a)に代入すると、一次の条件式を含む二次形式に於ける第一の行列式は安定条件に依り正であるから、

$$M=-\begin{vmatrix} 0 & p_1 & p_2 \\ p_1 & \phi_{11} & \phi_{12} \\ p_2 & \phi_{21} & \phi_{22} \end{vmatrix} < 0$$

$$mM_{i+1,\,j+1}=mM_{23}=m\begin{vmatrix} 0 & p_1 \\ p_2 & \phi_{21} \end{vmatrix}=-mp_1p_2<0$$

$$\therefore \frac{mM_{i+1,\,j+1}}{M}>0$$

従って、スルッキー、シュルツの定義にあっては両財は代替財となる。尚、$\phi_{12}\lessgtr 0$ の場合にも右の不等式は満足せられるから、スルッキー、シュルツの定義にあっては二財のみ存在する場合、それら両財は常に代替財である。

$X_1X_2X_3$の三財が存在し、且、それらの財がいずれも独立財であるとすれば

$$\phi_{12}=0 \quad \phi_{13}=0 \quad \phi_{23}=0$$

これ等を(4.11a)に代入すると、一次の条件式を含む二次形式に於ける第二の行列式は、安定条件に依り負であ

るから、前同様にして

$$M=\begin{vmatrix}0 & p_1 & p_2 & p_3\\ p_1 & \phi_{11} & 0 & 0\\ p_2 & 0 & \phi_{22} & 0\\ p_3 & 0 & 0 & \phi_{33}\end{vmatrix}>0$$

$$mM_{i+1,\,j+1}=mM_{23}=m\begin{vmatrix}0 & p_1 & p_3\\ p_2 & 0 & 0\\ p_3 & 0 & \phi_{33}\end{vmatrix}=mp_1p_3^2>0$$

$$\therefore\ \frac{mM_{i+1,\,j+1}}{M}>0$$

従って、スルッキー、シュルツの定義にあっては$X_1X_2$両財は代替財となる。

$X_1X_2X_3$の三財が存在し且$X_1X_2$両財の組合のみ代替関係が認められ、他の組合せに於てはすべて独立財である場合は

$$\phi_{12}<0,\quad \phi_{13}=0,\quad \phi_{23}=0$$

である。これらを(4.11a)に代入すると、前同様にして、

$$M>0$$

$$mM_{i+1,\,j+1}=mM_{23}=m\begin{vmatrix}0 & p_1 & p_3\\ p_2 & \phi_{12} & 0\\ p_3 & 0 & \phi_{33}\end{vmatrix}=mp_3^2(p_1-\phi_{12})>0$$



$$\therefore\ \frac{mM_{i+1,\,j+1}}{M}>0$$

従って、此の場合はスルッキー、シュルツの定義にあっても$X_1X_2$両財は代替財である。然し$X_1X_2$両財が補完財即ち$\phi_{12}>0$であるとすれば$mp_3^2(p_1-\phi_{12})$の符号は不確定となり、その各項の値如何に依り、$X_1X_2$両財は補完財となり、代替財となり、或は、独立財たり得る。

スルッキー、及びシュルツは既述の如く連関財に於ける連関性を代替効果に依り定義することに依って、使用上の連関性に基く需要、と、所得を通じての連関性に基く需要、とを明瞭に区別した。此の意味に於て、彼等は両者を同一視する従来の考え方に対し一歩の前進を与えたものと云える。然るに、既述の如く、一財の価格変化が他財の需要量に及ぼす影響、換言すれば、その綜合効果には右に述べた二つの影響、即ち使用上の連関性に基く影響と、所得を通じての連関性に基く影響の他に、更に、第三の影響として価格を通じての連関性に基く影響が認められねばならない[19]。この第三

の影響は一財の価格変化がその財と他財との価格比率の変化を通じて、他財の需要量に及ぼす影響であり、それは他財に対する欲求の変化に基くものではないと云う意味に於て、或は、又、実質所得の変化に基くものではないと云う意味に於て、他の二つの影響とは根本的に異るものであると見られる。では、此の第三の影響は綜合効果の二つの部分、即ち所得効果と代替効果のいずれに就いて認められるか、これら二つの効果に就きその性質を検する迄もなく、それが、代替効果の内に認められるものであらねばならぬことは直ちに理解せられる。[20] 否、代替効果は本来この様な影響に基くものであると云へる。斯く考えて来る時、代替効果には他財との関係に於て使用上の連関性に基く影響と、価格を通じての連関性に基く影響の、相異る二つの影響が同時に含まれて居ることがわかる。そしてこれ等二つの影響は各々その発生の直接の基礎を異にするが故に究極的には価格変化と云う同一の原因に基いて生じたものであるとは云え、その大きさに於てまたその方向に於て、必しも一致するとは限らない。[21] 従って、また、それら二つの影響の綜合としての代替効果はその一部をなす各影響と、その方向に於て、必しも常に一致するとは限らない。問題の影響が他方の影響に対し比較的小であり、且、両者が異った方向に作用する時は、此の現象が常に見られる。此の様にして、代替効果は使用上の連関性に基く影響、と価格を通じての連関性に基く影響、の相異る二つの部分から成り、且、それら二つの影響はその大きさと方向に於て必ずしも一致しないものとすれば、需要面からする使用上の連関性の十分なる考察は、代替効果そのものに依ってでわなくして、その中から純粋に価格を通じての連関性に基く影響と見られる部分を取去った残餘の部分たる使用上の連関性に基く影響に就き、直接その増減を検することに依ってのみ初めて可能であると思われる。[22]

スルッキー、及びシュルツは代替効果に依り財相互間の使用上の連関性を定義することに依り、需要面からする使用上の連関性の考察を一歩押進めたものではあ

あるけれども、その代替効果に就いて、使用上の連関性に基く影響、と価格を通じての連関性に基く影響、を明瞭に区別し得なかったため、需要面からする使用上の連関性の定義が不十分なるものとして終らざるを得なかったものと云える。

註

① 栗村雄吉「経済原論」P. 109

② 久武雅夫「経済分析の数学的基礎」P. 188

③ 尚連関性の需要函数に依る定義は統計への応用を可能ならしめる。

④ 第一の主要なるものは価格、所得を通じての連関性であり、第二の例は価格、所得を通じての連関性と使用上の連関性を同一視する事に依り起る。連関財に関する Hotelling の定義は価格所得を通じての連関性と使用上の連関性を同一視するものであり、Slutsky-Schulz の定義は価格を通じての連関性と使用上の連関性を同一視するものである。

⑤ Edgeworth: Papers relating to Political Economy, Vol. i, P. 117; Pareto: Manuel d'économie Politiqve, P. 252

⑥ J. R. Hicks: Value and Capital, 1939 Chap. i.

⑦ 本文第五参照

⑧ 此の場合連関性の強度に関係を有する。

⑨ H. Schultz: The Theory and Measurement of Demand, 1938 P. 608

⑩ シュルツの前掲書 P. 609; R. G. D. Allen "Acomparison between Different Detinitions of Compelementary and Competitive Goods," E Conometrica II (1934) P. 168—75

⑪ シュルツの前掲書 P. 610

⑫ 量に基く劣等性と質に基く劣等性は根本的に相違する。前者は補完財にも見られるが後者は代替財のみに認められる。

⑬ ヒックスの前掲書 Chapi.

⑭ A. Marshall: Principles of Economics (1920)

⑮ シュルツの前掲書、P. 614

⑯ 同 P. 619

⑰ 同 P. 622. またヒックス、アレンも大体に於て同様の定義を行ふ。ただヒックスは連関財に関する定義を単に需要面に於てなすだけでは満足せず、更に進んでそれを限界代替率の概念を用ひ、第三者財即ち貨幣との関聯に於て消費面からも試みた。J. R. Hicks: Value and Capital, P. 305—319, P. 26—52. R. G. D. Allen Mathematical Analysis for Economists (1937) P. 509—513.

⑱ シュルッ前掲書 P. 624. 及アレン前掲書 P. 513の註参照。

⑲ 価格を通じての連関性に基く効果は $X_i$ $X_j$ 二財が $\rho_{ij}=0$

と見た場合に於ける代替効果 $\frac{m M_{i+1,\ j+1}}{M}$ の値であると思はれる。スルツキー、シュルツの定義にあっては使用上の連関性と価格に基く連関性が同一視されたため、$X_iX_j$ 両財が独立財即ち $\varphi_{ij}=0$ の場合にも両財は代替財と見られた。又シュルツの定義にあっては $\frac{m M_{i+1,\ j+1}}{M}=0$ の場合 $X_iX_j$ 両財は独立財であるとせられるが、使用上の連関性に基く影響のみについて見れば斯様な場合両財は補完財とならねばならぬ。従って独立財に関するスルツキー、シュルツの定義は妥当でない。

⑳ 使用上の連関性は他財の需要量の変化が一財の需要量に及す影響である。従って、所得効果に就いても此の連関性に基く影響は認められる。然しながら本文に述べた如き理由に依り所得効果に就いて使用上の連関性を判定する事は困難である。従ってここでは無視してよい。然し所得効果にあっても、此の影響が認められる以上、使用上の連関性に基く全効果の量的測定が必要とせられる場合には所得効果に認められる影響をも考慮せねば真の結果は得られない。

㉑ 価格を通じての連関性は一財の他財に対する価格比率の変化に直接の基礎を置き、使用上の連関性は他財に対する限界重要度に直接の基礎を置く。一財の価格騰貴は価格を通じての連関性に基き、他財の需要を増加する様に作用するが、使用上の連関性に基く他財の需要は一財の価格騰貴に基くその財の需要量の変化が、他財の限界重要度を引上げない限り、増加の方向に動くとはかぎらない。

㉒ 真の使用上の連関性は次の如くにして知られる。$X_iX_j$ 二財があり、$\frac{m M_{i+1,\ j+1}}{M}=A$. $\varphi_{ij}=0$ と仮定したる場合に於ては $\frac{m M_{i+1,\ j+1}}{M}=A'$ とせば、$A-A' \gtreqless 0$ に従って $X_iX_j$ 両財は補完財であり、代替財であり、或は独立財である。